

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๒

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑



ผู้เรียบเรียง

อาจารย์วัฒนา นิธิศดิลก

อาจารย์เจริญ ราคาแก้ว

ผู้ตรวจ

ดร.กิตติปกรณ อัมเถื่อน

อาจารย์วุฒิชัย ภูติ

อาจารย์ปาณิตา อาจวงษ์

บรรณาธิการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิรุทธ นิลสระคู

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 นี้ เป็นหนังสือที่จัดทำขึ้นตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเนื้อหาในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เล่มนี้มีทั้งหมด 6 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความน่าจะเป็น สถิติ ความคล้าย อัตราส่วนตรีโกณมิติ และวงกลม

เนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย เนื้อหา ความคิดรวบยอด ตัวอย่าง เกร็ดความรู้ และแบบฝึกหัดที่มีความเหมาะสมและเข้าใจง่าย เพื่อที่จะมุ่งส่งเสริมพัฒนาความรู้ความเข้าใจ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล การแก้ปัญหา ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลายและพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนตามศักยภาพ เพื่อให้ครูและนักเรียนสามารถนำไปประกอบการเรียนการสอนต่อไป

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 นี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ส่งเสริมพัฒนานักเรียนให้รักและมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นสูงต่อไปได้เป็นอย่างดี

อาจารย์วัฒนา นิธิศดิลก

อาจารย์เจริญ ราคาแก้ว

สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)

สงวนลิขสิทธิ์

สำนักพิมพ์ บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

พ.ศ. ๒๕๖๓

พิมพ์ครั้งที่ ๑ จำนวน ๒๐,๐๐๐ เล่ม

สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)

๑๒๕๖/๙ ถนนนครไชยศรี แขวงถนนนครไชยศรี เขตดุสิต กรุงเทพฯ ๑๐๓๐๐

โทร. ๐-๒๒๔๓-๘๐๐๐ (อัตโนมัติ ๑๕ สาย), ๐-๒๒๔๑-๘๙๙๙

แฟกซ์ : ทุกหมายเลข, แฟกซ์อัตโนมัติ : ๐-๒๒๔๑-๔๑๓๑, ๐-๒๒๔๓-๗๖๖๖

website : www.iadth.com

สารบัญ

หน้า

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

1

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

6

1. อสมการ
2. กราฟแสดงจำนวน
3. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
4. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
5. โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

8
10
12
19
33

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

2

ความน่าจะเป็น

42

1. ความน่าจะเป็นเบื้องต้น
2. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์
3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
4. ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ

44
45
57
67

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

3

สถิติ

70

1. ทบทวนการหามัธยฐาน
2. การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล
3. แผนภาพกล่อง
4. การแปลความหมายผลลัพธ์

73
75
86
97

หน้า

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

4

ความคล้าย

102

1. ความคล้าย
2. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
3. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
4. การนำความรู้เกี่ยวกับความคล้ายไปใช้ในการแก้ปัญหา

104
107
115
124

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5

5

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

132

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศาไปใช้ในการแก้ปัญหา

134
153

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6

6

วงกลม

160

1. ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม
2. มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม
3. รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
4. วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม
5. ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

163
170
183
185
189

บรรณานุกรม

200

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนผังสาระการเรียนรู้



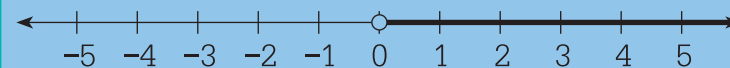
ตัวชี้วัด

- เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากันเพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ค 1.3 ม.3/1)

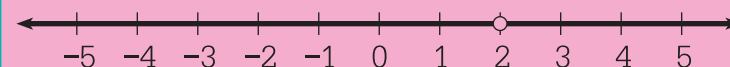
กราฟแสดงจำนวน



จากเส้นจำนวน
เป็นการแสดงจำนวน
-3, 0, 2
โดยใช้จุดทึบลงบน
เส้นจำนวนเพื่อบ่งบอก
จำนวนนั้น ๆ



แสดงจำนวนจริง
ทุกจำนวนที่มากกว่า 0
เขียนเป็น
ประโยคสัญลักษณ์
 $x > 0$



แสดงจำนวนจริง
ทุกจำนวนยกเว้น 2
เขียนเป็น
ประโยคสัญลักษณ์
 $x \neq 2$

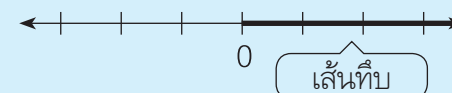
จากกราฟแสดงจำนวน จะเห็นการใช้จุดทึบและจุดโปร่งแสดงค่าที่แตกต่างกัน

จุดทึบ

แสดงจำนวนที่ตำแหน่งนั้น
บนเส้นจำนวน

จุดโปร่ง

หมายความว่า ไม่รวมจำนวนนั้น
หรือยกเว้นจำนวนนั้น



หมายความว่า รวมทุกจำนวนที่ลากผ่าน

1. อสมการ

จากที่นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับสมการมาแล้ว ซึ่งหมายถึงประโยคที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยใช้เครื่องหมาย “=”

นักเรียนพิจารณาประโยคต่อไปนี้ แล้วเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

1. จำนวนจำนวนหนึ่งมีค่ามากกว่า 0
2. สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยกว่า -8
3. ค่าสัมบูรณ์ของ y มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0
4. เศษหนึ่งส่วนสองของ x มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ -1
5. สองยกกำลังสามไม่เท่ากับ 6
6. x มากกว่า -3 แต่น้อยกว่า 5
7. x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 หรือ x มากกว่า 8



จากประโยคข้างต้น เปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ซึ่งใช้เครื่องหมาย $>$, $<$, $\geq$, $\leq$, $\neq$ แทนความสัมพันธ์ มากกว่า น้อยกว่า มากกว่าหรือเท่ากับ น้อยกว่าหรือเท่ากับ และ ไม่เท่ากับ ตามลำดับ ซึ่งประโยคที่ใช้เครื่องหมายเหล่านี้บอกความสัมพันธ์ของจำนวน เรียกว่า **อสมการ**



อสมการ

เช่น $2x - 5 > 3$

$$\frac{1}{4}x < -1$$

$$|3y| \geq 0$$

$$4x + 6 \leq 3x - 1$$

$$3^2 \neq 6$$

$$-2 < x < 6$$

$$x > 3 \text{ หรือ } x \leq 0$$



อ่านว่า

สองเอ็กซ์ลบห้ามากกว่าสาม

เศษหนึ่งส่วนสี่ของเอ็กซ์น้อยกว่าลบหนึ่ง

ค่าสัมบูรณ์ของสามวายมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

สี่เอ็กซ์บวกหกน้อยกว่าหรือเท่ากับสามเอ็กซ์ลบหนึ่ง

สามยกกำลังสองไม่เท่ากับหก

เอ็กซ์มากกว่าลบสองแต่น้อยกว่าหก

เอ็กซ์มากกว่าสาม หรือ เอ็กซ์น้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์

ประโยคดังต่อไปนี้ แสดงให้เห็นว่าเป็นอสมการที่เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

	ประโยค	ประโยคสัญลักษณ์	ค่าความจริงของอสมการ
1.	ลบหนึ่งมากกว่าลบสิบ	$-1 > -10$	เป็นจริง
2.	ลบห้า น้อยกว่า ศูนย์	$-5 < 0$	เป็นจริง
3.	สามยกกำลังสองน้อยกว่าหก	$3^2 < 6$	เป็นเท็จ
4.	ลบสองไม่เท่ากับสอง	$-2 \neq 2$	เป็นจริง
5.	สองเท่าของเจ็ดน้อยกว่าสิบ	$2(7) < 10$	เป็นเท็จ
6.	ลบห้ายกกำลังสองไม่เท่ากับยี่สิบห้า	$(-5)^2 \neq 25$	เป็นเท็จ

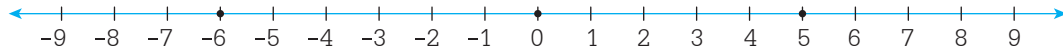
นักเรียนพิจารณาประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ที่มี x แทนจำนวนหนึ่งในอสมการ

	ประโยคสัญลักษณ์	ค่า x ที่ทำให้อสมการเป็นจริง
1.	$x > -5$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -5
2.	$2x < 10$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5
3.	$x \leq 9$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 9
4.	$25 \leq 5x$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 5
5.	$x + 3 < -7$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า -10
6.	$x \neq 0$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่ใช่ 0
7.	$2x + 6 \neq 4$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่ใช่ -1
8.	$5 - x \geq 8$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -3
9.	$-3x < 6$	จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -2

จากตารางข้างต้น นักเรียนลองแทนค่า x เพื่อตรวจสอบว่าค่า x ที่แทนค่าทำให้อสมการเป็นจริงหรือไม่ จะเห็นว่าค่าของ x ซึ่งทำให้อสมการเป็นจริงมีหลายค่า ดังนั้น เราสามารถแสดงค่าของ x ในรูปแบบกราฟแสดงจำนวนได้

2. กราฟแสดงจำนวน

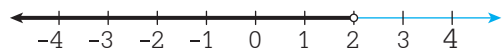
จำนวนต่าง ๆ สามารถแสดงได้บนเส้นจำนวน ซึ่งนักเรียนสามารถที่จะเรียนรู้การใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ บนเส้นจำนวน ดังนี้



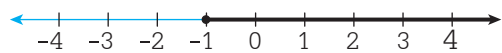
จากเส้นจำนวนเป็นการแสดงจำนวน -6, 0, 5 โดยใช้จุดทึบลงบนเส้นจำนวนเพื่อบ่งบอกจำนวนนั้น ๆ



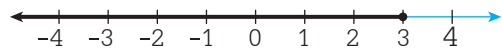
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 0
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $x > 0$



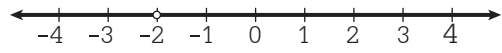
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $x < 2$



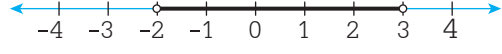
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -1
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $x \geq -1$



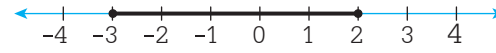
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $x \leq 3$



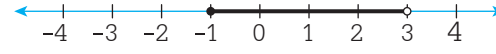
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -2
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $x \neq -2$



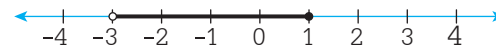
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -2
แต่น้อยกว่า 3
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $-2 < x < 3$



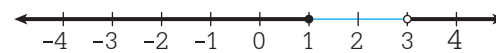
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนตั้งแต่ -3 ถึง 2
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $-3 \leq x \leq 2$



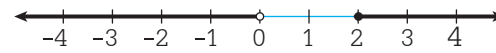
แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -1
แต่น้อยกว่า 3
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $-1 \leq x < 3$



แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -3
แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $-3 < x \leq 1$



แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1
หรือจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์
 $x \leq 1$ หรือ $x > 3$



แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 0
หรือจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2
เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์
 $x < 0$ หรือ $x \geq 2$

จากกราฟแสดงจำนวนข้างต้น จะเห็นการใช้จุดทึบและจุดโปร่งแสดงค่าที่แตกต่างกัน จุดทึบหมายความว่ารวมจำนวนบนเส้นจำนวนนั้น จุดโปร่งหมายความว่าไม่รวมจำนวนนั้นหรือยกเว้นจำนวนนั้นบนเส้นจำนวน และเส้นทึบหมายความว่ารวมทุกจำนวนที่ลากผ่าน

3. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ ถ้าอสมการที่มีตัวแปรและแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนจริงใด ๆ แล้วทำให้อสมการเป็นจริงหรือเป็นเท็จก็ได้

ถ้าอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และมีเลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับหนึ่ง จะเรียกว่า

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- $x > 0$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี x เป็นตัวแปร
- $2x + 5 < 3$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี x เป็นตัวแปร
- $\frac{8x}{3} - 1 > 7$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี x เป็นตัวแปร
- $9(x - 3) \leq 1$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี x เป็นตัวแปร
- $\frac{x}{5} \geq 6$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี x เป็นตัวแปร
- $8 - a \neq 5$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี a เป็นตัวแปร
- $3y - 4 \leq 2y + 1$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี y เป็นตัวแปร
- $\frac{3m + 2}{4} > 5$ เป็นอสมการเชิงเส้นที่มี m เป็นตัวแปร

อสมการที่มีตัวแปรอาจเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปรที่แทนค่าเข้าไปในอสมการ ค่าของตัวแปรที่แทนเข้าไปในอสมการ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง เรียกว่า **คำตอบของอสมการ**

คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนค่าของตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 1

หาคำตอบของอสมการที่แทนค่าตัวแปร แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

- $x - 1 > -2$
- $2y \geq 0$
- $x + 3 < 1$
- $\frac{y}{2} \leq 1$

วิธีทำ

1) $x - 1 > -2$

ลองแทนค่า x ถ้าแทน $x = -1$

จะได้ $-1 - 1 > -2$ ทำให้ $-2 > -2$ ซึ่งเป็นเท็จ

เป็นจุดสังเกตในการหาคำตอบของอสมการ เมื่อจำนวนทั้งสองข้างเป็นจำนวนเดียวกัน

และแทนค่า x ด้วย $0, \frac{1}{2}, 1, 2$

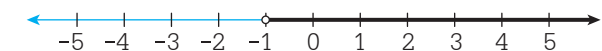
จะได้ $0 - 1 > -2$ ทำให้ $-1 > -2$ ซึ่งเป็นจริง

$\frac{1}{2} - 1 > -2$ ทำให้ $-\frac{1}{2} > -2$ ซึ่งเป็นจริง

$1 - 1 > -2$ ทำให้ $0 > -2$ ซึ่งเป็นจริง

$2 - 1 > -2$ ทำให้ $1 > -2$ ซึ่งเป็นจริง

จากการลองแทนค่า x ด้วยจำนวนอื่น ๆ จะพบว่า อสมการเป็นจริงได้ เมื่อ $x > -1$ ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x - 1 > -2$ คือ $x > -1$



2) $2y \geq 0$

ลองแทนค่า y ถ้าแทน $y = 0$

จะได้ $2(0) \geq 0$ ทำให้ $0 \geq 0$ ซึ่งเป็นจริง

และแทนค่า y ด้วย $0.5, 1, 2, 3$

จะได้ $2(0.5) \geq 0$ ทำให้ $1 \geq 0$ ซึ่งเป็นจริง

$2(1) \geq 0$ ทำให้ $2 \geq 0$ ซึ่งเป็นจริง

$2(2) \geq 0$ ทำให้ $4 \geq 0$ ซึ่งเป็นจริง

$2(3) \geq 0$ ทำให้ $6 \geq 0$ ซึ่งเป็นจริง

จากการลองแทนค่า y ด้วยจำนวนอื่น ๆ จะพบว่า อสมการเป็นจริงได้ เมื่อ $y \geq 0$ ดังนั้น คำตอบของอสมการ $2y \geq 0$ คือ $y \geq 0$



3) $x + 3 < 1$

ลองแทนค่า x ถ้าแทน $x = -2$

จะได้ $-2 + 3 < 1$ ทำให้ $1 < 1$ ซึ่งเป็นเท็จ

และแทนค่า x ด้วย $-2.8, -3, -4, -5$

จะได้ $-2.8 + 3 < 1$ ทำให้ $0.2 < 1$ ซึ่งเป็นจริง

$-3 + 3 < 1$ ทำให้ $0 < 1$ ซึ่งเป็นจริง

$-4 + 3 < 1$ ทำให้ $-1 < 1$ ซึ่งเป็นจริง

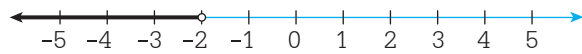
$-5 + 3 < 1$ ทำให้ $-2 < 1$ ซึ่งเป็นจริง

จากการลองแทนค่า x ด้วยจำนวนอื่น ๆ จะพบว่า อสมการเป็นจริงได้ เมื่อ $x < -2$

เป็นจุดสังเกตในการหาคำตอบของอสมการ เมื่อจำนวนทั้งสองข้างเป็นจำนวนเดียวกัน

เป็นจุดสังเกตในการหาคำตอบของอสมการ เมื่อจำนวนทั้งสองข้างเป็นจำนวนเดียวกัน

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x + 3 < 1$ คือ $x < -2$



4) $\frac{y}{2} \leq 1$

ลองแทนค่า y ถ้าแทน $y = 2$

จะได้ $\frac{2}{2} \leq 1$ ทำให้ $1 \leq 1$ ซึ่งเป็นจริง

และแทนค่า y ด้วย 1.6, 1, 0, -1, -2

จะได้ $\frac{1.6}{2} \leq 1$ ทำให้ $0.8 \leq 1$ ซึ่งเป็นจริง

$\frac{1}{2} \leq 1$ ทำให้ $0.5 \leq 1$ ซึ่งเป็นจริง

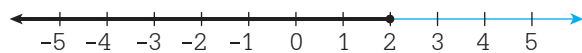
$\frac{0}{2} \leq 1$ ทำให้ $0 \leq 1$ ซึ่งเป็นจริง

$\frac{-1}{2} \leq 1$ ทำให้ $-0.5 \leq 1$ ซึ่งเป็นจริง

$\frac{-2}{2} \leq 1$ ทำให้ $-1 \leq 1$ ซึ่งเป็นจริง

จากการลองแทนค่า y ด้วยจำนวนอื่น ๆ จะพบว่า อสมการเป็นจริงได้ เมื่อ $y \leq 2$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $\frac{y}{2} \leq 1$ คือ $y \leq 2$



เป็นจุดสังเกตในการหาคำตอบของอสมการเมื่อจำนวนทั้งสองข้างเป็นจำนวนเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 2

หาคำตอบของอสมการที่แทนค่าตัวแปร แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

1) $4x \neq 12$

2) $-6 < x \leq 4$

3) $-3x \neq 15$

4) $3 < x - 4 < 8$

วิธีทำ

1) $4x \neq 12$

ถ้าลองแทน x ด้วย 3 จะได้ $4(3) \neq 12$ ทำให้ $12 \neq 12$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าลองแทน x ด้วย 2 จะได้ $4(2) \neq 12$ ทำให้ $8 \neq 12$ ซึ่งเป็นจริง

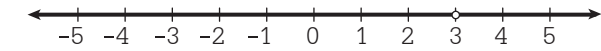
ถ้าลองแทน x ด้วย 1 จะได้ $4(1) \neq 12$ ทำให้ $4 \neq 12$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย $\frac{1}{4}$ จะได้ $4(\frac{1}{4}) \neq 12$ ทำให้ $1 \neq 12$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย -5 จะได้ $4(-5) \neq 12$ ทำให้ $-20 \neq 12$ ซึ่งเป็นจริง

ลองแทนค่า x ด้วยจำนวนอื่น ๆ อีกมากมายที่ทำให้อสมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $4x \neq 12$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 3



2) $-6 < x \leq 4$

ถ้าลองแทน x ด้วย -6 จะได้ $-6 < -6 \leq 4$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าลองแทน x ด้วย -5 จะได้ $-6 < -5 \leq 4$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย 0.99 จะได้ $-6 < 0.99 \leq 4$ ซึ่งเป็นจริง

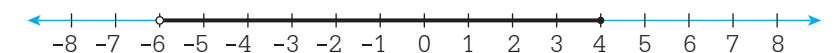
ถ้าลองแทน x ด้วย 3 จะได้ $-6 < 3 \leq 4$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย 4 จะได้ $-6 < 4 \leq 4$ ซึ่งเป็นจริง

และเมื่อลองแทนจำนวนอื่น ๆ อีกหลายจำนวนที่น้อยกว่า -6 หรือมากกว่า 4

ทำให้อสมการเป็นเท็จ

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ $-6 < x \leq 4$ ได้ ดังนี้



3) $-3x \neq 15$

ถ้าลองแทน x ด้วย -5 จะได้ $-3(-5) \neq 15$ ทำให้ $15 \neq 15$ ซึ่งเป็นเท็จ

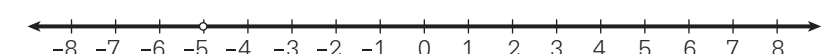
ถ้าลองแทน x ด้วย -4 จะได้ $-3(-4) \neq 15$ ทำให้ $12 \neq 15$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย 1 จะได้ $-3(1) \neq 15$ ทำให้ $-3 \neq 15$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย 0 จะได้ $-3(0) \neq 15$ ทำให้ $0 \neq 15$ ซึ่งเป็นจริง

ลองแทนค่า x ด้วยจำนวนอื่น ๆ อีกมากมายที่ทำให้อสมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $-3x \neq 15$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -5



4) $3 < x - 4 < 8$

ถ้าลองแทน x ด้วย 7 จะได้ $3 < 7 - 4 < 8$ ทำให้ $3 < 3 < 8$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าลองแทน x ด้วย 12 จะได้ $3 < 12 - 4 < 8$ ทำให้ $3 < 8 < 8$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าลองแทน x ด้วย 11.5 จะได้ $3 < 11.5 - 4 < 8$ ทำให้ $3 < 7.5 < 8$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย 10 จะได้ $3 < 10 - 4 < 8$ ทำให้ $3 < 6 < 8$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าลองแทน x ด้วย 9 จะได้ $3 < 9 - 4 < 8$ ทำให้ $3 < 5 < 8$ ซึ่งเป็นจริง

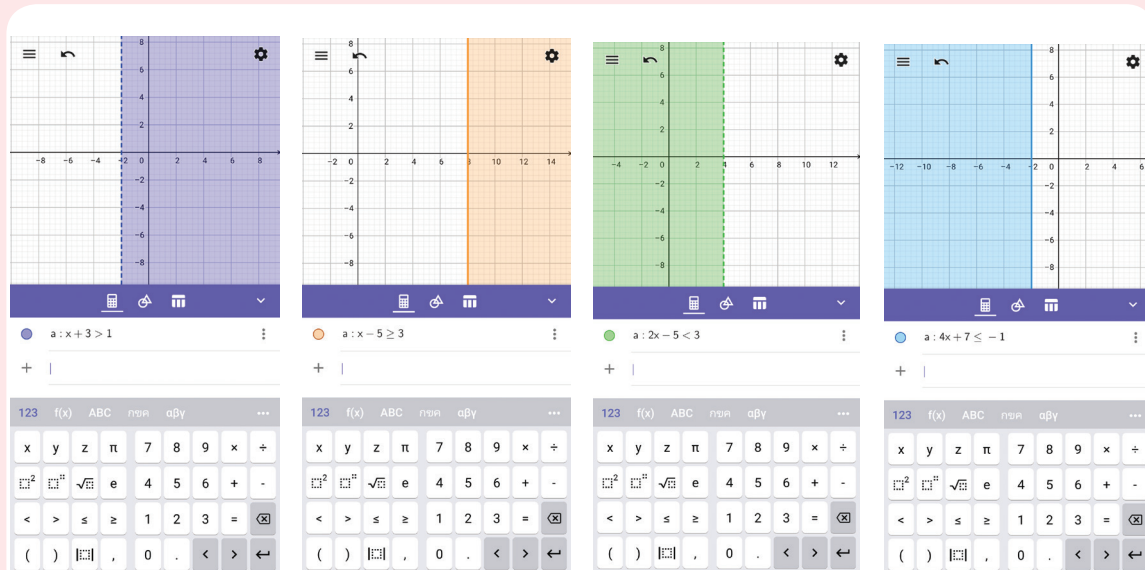
ลองแทนค่า x ด้วยจำนวนอื่น ๆ อีกหลายจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง
เช่น 7.5, 8, 9.5, 11
เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการ $3 < x - 4 < 8$ ได้ ดังนี้



เสริมความรู้

นักเรียนสามารถใช้โปรแกรมหรือแอปพลิเคชัน GeoGebra เพื่อศึกษากราฟของสมการ
โดยป้อนค่าในช่องค่านำเข้า (Input) เพื่อดูกราฟของสมการได้ ดังรูป

ตัวอย่างกราฟของสมการเมื่อใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra บนสมาร์ตโฟน



กราฟของสมการ

$$x + 3 > 1$$

กราฟของสมการ

$$x - 5 \geq 3$$

กราฟของสมการ

$$2x - 5 < 3$$

กราฟของสมการ

$$4x + 7 \leq -1$$

หมายเหตุ ในแอปพลิเคชัน GeoGebra จะเป็นกราฟระบบพิกัดฉากเพื่อให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับ
เส้นจำนวนที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว ให้นักเรียนพิจารณาเฉพาะแกน X จะได้สอดคล้อง
กับเส้นจำนวนที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว

แบบฝึกหัดที่ 1



1. อสมการในข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $-1 > 1$ | 2) $0 < -2$ |
| 3) $13 > 12$ | 4) $0.5 > 0$ |
| 4) $55 \leq 5$ | 6) $-66 \geq 66$ |
| 7) $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$ | 8) $-2.9 \leq -3$ |
| 9) $0 \geq 0$ | 10) $ -3 \neq 3$ |
| 11) $ -9 > 6$ | 12) $9 \geq 9 $ |
| 13) $\frac{5}{4} \leq \frac{4}{5}$ | 14) $5^2 \neq 25$ |
| 15) $-1 < 0 < 3$ | 16) $3 < 8 < -2$ |
| 17) $10 \leq 10 < 11$ | 18) $-5 < 2^3 < 8$ |
| 19) $-19 < 0$ และ $0 > -20$ | 20) $0.1 < 0.11$ และ $10 \leq 10$ |

2. เขียนประโยคต่อไปนี้ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

- ลบสิบมากกว่าลบหนึ่งร้อย
- แปดมากกว่าหรือเท่ากับลบแปด
- ยี่สิบหกน้อยกว่าสามสิบห้า
- ห้าสิบห้าน้อยกว่าหรือเท่ากับหกสิบ
- ห้ายกกำลังสองไม่เท่ากับสิบ
- ศูนย์อยู่ระหว่างลบหนึ่งกับหนึ่ง
- 0.5 มากกว่า 0 และน้อยกว่า 1
- 0.9 น้อยกว่า -0.1 และมากกว่า -1
- 8 อยู่ระหว่าง -10 และ 6
- 3 น้อยกว่า 13 และมากกว่า -2

3. เขียนกราฟแสดงจำนวนที่กำหนดตามเงื่อนไขดังต่อไปนี้

- 1) จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -11
- 2) จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -4
- 3) จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 15
- 4) จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 6
- 5) จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -9
- 6) จำนวนจริงทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง 5 กับ 10
- 7) จำนวนจริงทุกจำนวนตั้งแต่ -3 ถึง 8
- 8) จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่ใช่ -2 กับ 7
- 9) จำนวนจริงทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง 0 กับ 10 แต่ไม่ใช่ 5
- 10) จำนวนจริงทุกจำนวนตั้งแต่ -5 กับ 9 แต่ไม่ใช่ 0

4. ตรวจสอบคำตอบของสมการที่กำหนดให้ในวงเล็บ [] ว่าเป็นจริงหรือไม่

- | | | | |
|------------------------------------|----------------------------|--------------------------|-------|
| 1) $x - 3 > 5$ | [2] | 2) $3x - 4 < 5$ | [3] |
| 3) $3 + x > 12$ | [10] | 4) $6x + 5 \geq 11$ | [1] |
| 5) $\frac{3x}{2} \neq \frac{2}{3}$ | $\left[\frac{1}{2}\right]$ | 6) $\frac{2+x}{4} > -3$ | [-16] |
| 7) $2x - 4 \geq x + 1$ | [6] | 8) $x - 5 > x + 4$ | [0] |
| 9) $3(x - 4) \leq 9$ | [7] | 10) $3x + 5 \neq 4x - 3$ | [2] |

5. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการต่อไปนี้

- | | |
|----------------------|-----------------------------------|
| 1) $2x - 4 < 6$ | 2) $2 + x > 7$ |
| 3) $x - 1 > -3$ | 4) $5x - 4 \geq 1$ |
| 5) $2(x - 3) \leq 6$ | 6) $\frac{x}{6} \neq \frac{1}{3}$ |
| 7) $6 - 8x > -2$ | 8) $8 - 2x \leq 12$ |
| 9) $4(3 - x) < -4$ | 10) $3(2 - 4x) \geq -18$ |

4. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การหาคำตอบของสมการ ซึ่งนักเรียนได้ทดลองหาคำตอบด้วยวิธีการแทนค่าตัวแปรในสมการ อาจเกิดปัญหาสำหรับสมการที่มีความซับซ้อนในการหาคำตอบของสมการ

ถ้าเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว จะใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวกและการคูณมาใช้ในการหาคำตอบของสมการ เช่น

ตัวอย่าง

หาคำตอบของสมการ $5x + 3 = 18$

วิธีทำ

$$5x + 3 = 18$$

$$5x + 3 + (-3) = 18 + (-3)$$

$$5x = 15$$

$$5x\left(\frac{1}{5}\right) = 15\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$x = 3$$

จะได้

ดังนั้น คำตอบของสมการ $5x + 3 = 18$ คือ $x = 3$

หรือเขียนเช่นนี้

$$5x + 3 - 3 = 18 - 3$$

สมบัติการเท่ากันของการบวก

สมบัติการเท่ากันของการคูณ

หรือเขียนเช่นนี้ $\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$

จากตัวอย่างข้างต้น เป็นการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ และในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวก็ใช้สมบัติของการไม่เท่ากันในการหาคำตอบ จะมีสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ซึ่งมีลักษณะการหาคำตอบที่คล้ายกันกับสมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณของการหาคำตอบของสมการ

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a , b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$
3. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
4. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$



ตัวอย่าง

- ถ้า $5 < 12$ แล้ว $5 + 3 < 12 + 3$ หรือ $8 < 15$
- ถ้า $6 \leq 9$ แล้ว $6 + 7 \leq 9 + 7$ หรือ $13 \leq 16$
- ถ้า $-5 > -10$ แล้ว $-5 + 4 > -10 + 4$ หรือ $-1 > -6$
- ถ้า $14 \geq -7$ แล้ว $14 + 7 \geq -7 + 7$ หรือ $21 \geq 0$
- ถ้า $9 > 4$ แล้ว $9 + (-8) > 4 + (-8)$ หรือ $1 > -4$
- ถ้า $-12 < -4$ แล้ว $-12 + (-5) < -4 + (-5)$ หรือ $-17 < -9$



เพิ่มความเข้าใจ

นักเรียนสามารถศึกษาเกี่ยวกับสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันผ่านไฟล์ .GSP เปิดด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ได้จาก bit.ly/2ZagwVC



ตัวอย่างที่ 1

แก้สมการ $x - 12 < 9$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

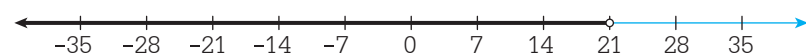
$$x - 12 < 9$$

นำ 12 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x - 12 + 12 < 9 + 12$$

$$x < 21$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $x - 12 < 9$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 21
เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2

แก้สมการ $x + 15 \geq 23$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$x + 15 \geq 23$$

นำ -15 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x + 15 + (-15) \geq 23 + (-15)$$

$$x \geq 8$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $x + 15 \geq 23$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 8
เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 3

แก้สมการ $13 + x > -11$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

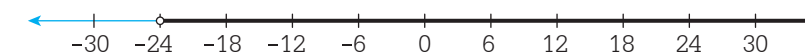
$$13 + x > -11$$

นำ -13 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 13 + x + (-13) > -11 + (-13)$$

$$x > -24$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $13 + x > -11$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -24
เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



จากตัวอย่างข้างต้นของสมการ ใช้เพียงสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันก็สามารถหาคำตอบของสมการได้แล้ว ถ้าเป็นสมการที่มีการคูณกันของบางพจน์ เราจำเป็นต้องใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a , b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

- ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$
- ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$
- ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$
- ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \geq bc$



และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันของเครื่องหมาย $>$ และ $\geq$ ในทำนองเดียวกัน

ตัวอย่าง

- ถ้า $9 < 10$ แล้ว $9 \times 3 < 10 \times 3$
จะได้ $27 < 30$
- ถ้า $-1 \leq 2$ แล้ว $(-1) \times 5 \leq 2 \times 5$
จะได้ $-5 \leq 10$
- ถ้า $11 < 15$ แล้ว $11 \times (-3) > 15 \times (-3)$
จะได้ $-33 > -45$
- ถ้า $-3 \leq -2$ แล้ว $(-3) \times (-5) \geq (-2) \times (-5)$
จะได้ $15 \geq 10$



ข้อควรรู้

ถ้านำจำนวนจริงลบมาคูณทั้งสองข้างจะต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย $<$ เป็น $>$ และ $\leq$ เป็น $\geq$ จึงจะทำให้สมการเป็นจริง





สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a , b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$
2. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$
3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac < bc$
4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \leq bc$



เพิ่มความเข้าใจ

นักเรียนสามารถศึกษาเกี่ยวกับสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันผ่านไฟล์ .GSP เปิดด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ได้จาก bit.ly/2TVN4ge



ข้อสังเกต

เมื่อนำ c คูณทั้งสองข้างของอสมการที่ c อยู่ในรูป $\frac{1}{c}$ ดังนั้น $c \neq 0$

ตัวอย่างที่ 4

แก้สมการ $6x - 5 > 13$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$6x - 5 > 13$$

นำ 5 บวกเข้าทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } 6x - 5 + 5 > 13 + 5$$

$$6x > 18$$

นำ $\frac{1}{6}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } 6x\left(\frac{1}{6}\right) > 18\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$x > 3$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $6x - 5 > 13$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 3

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 5

แก้สมการ $8 - 2x \leq 20$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$8 - 2x \leq 20$$

นำ -8 บวกเข้าทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } 8 - 2x - 8 \leq 20 - 8$$

$$-2x \leq 12$$

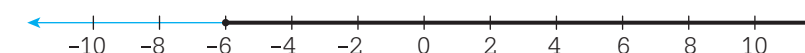
นำ $-\frac{1}{2}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } -2x\left(-\frac{1}{2}\right) \geq 12\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x \geq -6$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $8 - 2x \leq 20$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -6

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ ดังนี้



ข้อสังเกต

พิจารณาจำนวนที่นำมาคูณ -2 เท่ากับ 1 ซึ่ง $-\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนที่นำมาคูณ

ตัวอย่างที่ 6

แก้สมการ $\frac{3x}{4} < 6$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$\frac{3x}{4} < 6$$

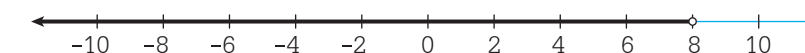
นำ $\frac{4}{3}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{3x}{4}\left(\frac{4}{3}\right) < 6\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$x < 8$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $\frac{3x}{4} < 6$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 8

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 7

แก้สมการ $\frac{12 - 4x}{5} \leq 8$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ $\frac{12 - 4x}{5} \leq 8$

นำ 5 คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{12 - 4x}{5} \times 5 \leq 8 \times 5$$

$$12 - 4x \leq 40$$

นำ -12 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$12 - 4x - 12 \leq 40 - 12$$

$$-4x \leq 28$$

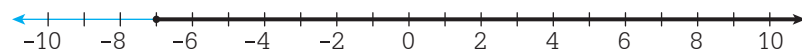
นำ $-\frac{1}{4}$ คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$-4x \times \left(-\frac{1}{4}\right) \geq 28 \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$x \geq -7$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $\frac{12 - 4x}{5} \leq 8$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -7

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 8

แก้สมการ $3x + 9 > 4x - 5$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $3x + 9 > 4x - 5$

$$\text{จะได้ } 3x + 9 + 5 > 4x - 5 + 5$$

$$3x + 14 > 4x$$

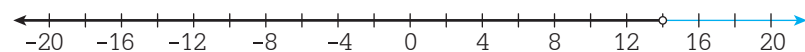
$$3x + 14 - 3x > 4x - 3x$$

$$14 > x$$

หรือ $x < 14$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $3x + 9 > 4x - 5$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 14

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 9

แก้สมการ $3(x + 6) \leq 8(2x - 1)$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $3(x + 6) \leq 8(2x - 1)$

$$\text{จะได้ } 3(x + 6) \leq 8(2x - 1)$$

$$3x + 18 \leq 16x - 8$$

$$3x + 18 + 8 \leq 16x - 8 + 8$$

$$3x + 26 \leq 16x$$

$$3x + 26 - 3x \leq 16x - 3x$$

$$26 \leq 13x$$

$$\frac{26}{13} \leq x$$

$$\text{หรือ } x \geq 2$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $3(x + 6) \leq 8(2x - 1)$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 10

แก้สมการ $\frac{7x - 9}{3} > 2(3x - 4)$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $\frac{7x - 9}{3} > 2(3x - 4)$

$$\text{จะได้ } 7x - 9 > 2(3x - 4) \times 3$$

$$7x - 9 > 6(3x - 4)$$

$$7x - 9 > 18x - 24$$

$$7x - 18x > -24 + 9$$

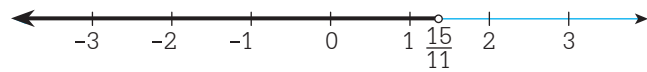
$$-11x > -15$$

$$x < \frac{-15}{-11}$$

$$x < \frac{15}{11}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $\frac{7x - 9}{3} > 2(3x - 4)$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า $\frac{15}{11}$

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 11

แก้สมการ $\frac{7x+2}{3} + \frac{2x-6}{4} \leq 2$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $\frac{7x+2}{3} + \frac{2x-6}{4} \leq 2$

หา ค.ร.น. ของ 3 และ 4 คือ 12 นำมาคูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } 12\left(\frac{7x+2}{3}\right) + 12\left(\frac{2x-6}{4}\right) \leq 2(12)$$

$$4(7x+2) + 3(2x-6) \leq 24$$

$$28x + 8 + 6x - 18 \leq 24$$

$$34x - 10 \leq 24$$

$$34x \leq 24 + 10$$

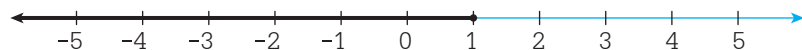
$$34x \leq 34$$

$$x \leq \frac{34}{34}$$

$$x \leq 1$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $\frac{7x+2}{3} + \frac{2x-6}{4} \leq 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 1

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ ดังนี้



การแก้สมการที่เป็นเครื่องหมาย $\neq$ มีวิธีการหาคำตอบของอสมการ ดังนี้

1. หาคำตอบของอสมการโดยเปลี่ยน $\neq$ เป็น $=$ โดยการแก้สมการเพื่อหาคำตอบของสมการ
2. คำตอบของอสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่ไม่ใช่คำตอบของสมการในการหาจากข้อ 1.

ตัวอย่างที่ 12

แก้สมการ $\frac{3x+8}{2} \neq \frac{6x-12}{6}$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $\frac{3x+8}{2} \neq \frac{6x-12}{6}$

$$\text{พิจารณา } \frac{3x+8}{2} = \frac{6x-12}{6}$$

นำ 6 คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{3x+8}{2} \times 6 = \frac{6x-12}{6} \times 6$$

$$3(3x+8) = 6x-12$$

$$9x+24 = 6x-12$$

นำ 12 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$9x+24+12 = 6x-12+12$$

$$9x+36 = 6x$$

นำ $-9x$ บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$9x+36-9x = 6x-9x$$

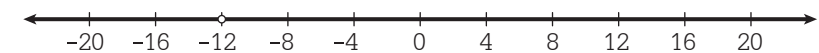
$$36 = -3x$$

$$\frac{36}{-3} = x$$

$$x = -12$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $\frac{3x+8}{2} \neq \frac{6x-12}{6}$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -12

เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 13

แก้สมการ $3y-1 \neq \frac{12y+4}{8}$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $3y-1 \neq \frac{12y+4}{8}$

$$\text{พิจารณา } 3y-1 = \frac{12y+4}{8}$$

นำ 8 คูณเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } (3y-1) \times 8 = \frac{12y+4}{8} \times 8$$

$$(3y - 1) \times 8 = 12y + 4$$

$$24y - 8 = 12y + 4$$

นำ 8 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$24y - 8 + 8 = 12y + 4 + 8$$

$$24y = 12y + 12$$

นำ $-12y$ บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$24y - 12y = 12y + 12 - 12y$$

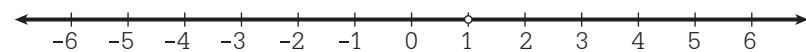
$$12y = 12$$

$$y = \frac{12}{12}$$

$$y = 1$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $3y - 1 \neq \frac{12y + 4}{8}$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 1

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



การหาคำตอบที่เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ มีเงื่อนไขดังนี้

1. $|x| = x$ เมื่อ $x \geq 0$
2. $|x| = -x$ เมื่อ $x < 0$
3. $|x| < a$ ก็ต่อเมื่อ $-a < x < a$ ก็ต่อเมื่อ $x > -a$ และ $x < a$
4. $|x| > a$ ก็ต่อเมื่อ $x > a$ หรือ $x < -a$

ตัวอย่าง

- 1) $|x| = x$ เมื่อ $x \geq 0$
 $|2| = 2$ จะได้ $2 = 2$
 $|0.1| = 0.1$ จะได้ $0.1 = 0.1$
 $|\frac{3}{8}| = \frac{3}{8}$ จะได้ $\frac{3}{8} = \frac{3}{8}$

$$2) \quad |x| = -x \quad \text{เมื่อ } x < 0$$

$$|-5| = -(-5) \quad \text{จะได้ } 5 = 5$$

$$|-0.9| = -(-0.9) \quad \text{จะได้ } 0.9 = 0.9$$

$$|-\frac{6}{7}| = -(-\frac{6}{7}) \quad \text{จะได้ } \frac{6}{7} = \frac{6}{7}$$

$$3) \quad |x| < a \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } -a < x < a$$

$$\text{ก็ต่อเมื่อ } x > -a \text{ และ } x < a$$

$$|x| < 10 \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } -10 < x < 10$$

$$\text{ก็ต่อเมื่อ } x > -10 \text{ และ } x < 10$$

$$|x| < \frac{1}{2} \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

$$\text{ก็ต่อเมื่อ } x > -\frac{1}{2} \text{ และ } x < \frac{1}{2}$$

$$|x| < 1.9 \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } -1.9 < x < 1.9$$

$$\text{ก็ต่อเมื่อ } x > -1.9 \text{ และ } x < 1.9$$

$$4) \quad |x| > a \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } x > a \text{ หรือ } x < -a$$

$$|x| > 4 \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } x > 4 \text{ หรือ } x < -4$$

$$|x| > \frac{5}{6} \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } x > \frac{5}{6} \text{ หรือ } x < -\frac{5}{6}$$

ตัวอย่างที่ 14

แก้สมการ $|x - 9| > 4$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ $|x - 9| > 4$

$$|x| > a \quad \text{ก็ต่อเมื่อ } x > a \text{ หรือ } x < -a$$

$$\text{จะได้ } x - 9 > 4 \quad \text{หรือ } x - 9 < -4$$

$$x - 9 + 9 > 4 + 9 \quad \text{หรือ } x - 9 + 9 < -4 + 9$$

$$x > 13 \quad \text{หรือ } x < 5$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $|x - 9| > 4$ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 13

หรือน้อยกว่า 5

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 15

แก้สมการ $|x + 2| < 8$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$|x + 2| < 8$$

$|x| < a$ ก็ต่อเมื่อ $x > -a$ และ $x < a$

$$\text{จะได้ } x + 2 > -8 \quad \text{และ} \quad x + 2 < 8$$

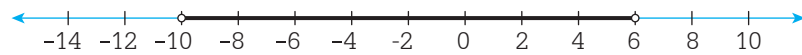
$$x + 2 + (-2) > -8 + (-2) \quad \text{และ} \quad x + 2 + (-2) < 8 + (-2)$$

$$x > -10 \quad \text{และ} \quad x < 6$$

เขียนได้ $-10 < x < 6$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $|x + 2| < 8$ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -10 แต่น้อยกว่า 6

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 16

แก้สมการ $|3x - 6| \leq 15$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$\text{จาก } |3x - 6| \leq 15$$

$$\text{แสดงว่า } -15 \leq 3x - 6 \leq 15$$

$$-15 + 6 \leq 3x - 6 + 6 \leq 15 + 6$$

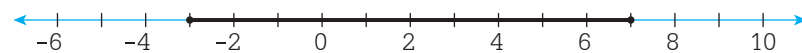
$$-9 \leq 3x \leq 21$$

$$\frac{-9}{3} \leq \frac{3x}{3} \leq \frac{21}{3}$$

$$-3 \leq x \leq 7$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $|3x - 6| \leq 15$ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -3 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7

เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ ดังนี้



ลองคิดดู

ช่วยหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

1. $m - 5 < m - 1$
2. $3n + 6 > 7 + 3n$
3. $2x - x + 1 > x - 3$
4. $9 - 5y < 8 - 5y$
5. $2w \leq w$



แบบฝึกหัดที่ 2

1. แก้สมการ พร้อมแสดงกราฟของคำตอบ

$$1) \quad 5x > 60$$

$$2) \quad 6 - 3y < 9$$

$$3) \quad \frac{5c}{4} > 10$$

$$4) \quad \frac{1}{2}x - 8 > 6$$

$$5) \quad -3a \leq 12$$

$$6) \quad -27 < 3x + 9$$

$$7) \quad 7x + 2x \geq -36$$

$$8) \quad 2n - 7n \geq -35$$

$$9) \quad 12x - 8 \neq 4x$$

$$10) \quad 6 - m \neq 4(m - 1)$$

$$11) \quad 2(a - 2) \neq 3(2 - a)$$

$$12) \quad \frac{x}{3} + \frac{1}{3} \neq \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$$

2. แก้อสมการ

- 1) $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} < 1$
- 2) $\frac{7x-9}{5} < \frac{2x+11}{3}$
- 3) $\frac{13x-1}{5} \neq \frac{9x+11}{7}$
- 4) $\frac{y}{4} - \frac{1}{3} < \frac{3y}{2}$
- 5) $\frac{1}{2}(8a-16) \geq \frac{12a+3}{5}$
- 6) $\frac{7w+1}{3} - \frac{5-4w}{9} \leq 0$
- 7) $\frac{x}{4} - \frac{2x}{5} > -\frac{1}{3}$
- 8) $y + \frac{1}{2} \neq \frac{7-9y}{4}$
- 9) $\frac{4x}{5} - \frac{1}{5} \neq \frac{8x}{3} + \frac{7}{3}$
- 10) $-5(4-2a) + 4(7a-5) \leq 35a$
- 11) $\frac{5}{8} + x - \frac{3}{8} \leq \frac{4x}{5} - \frac{3}{4}$
- 12) $\frac{2x}{3} - \frac{1}{3} \neq \frac{4x}{5} - \frac{3}{4}$
- 13) $4(c-6) - 5(2c+3) \geq 8$
- 14) $13-2a-4(3a-5) > 2a+3a$
- 15) $\frac{7w+1}{4} + \frac{11-6w}{4} > 0$
- 16) $\frac{12a+3}{4} + \frac{1}{2} < \frac{5}{2}(4a+2)$

3. แก้อสมการ พร้อมแสดงกราฟของคำตอบ

- 1) $|x-1| > 0$
- 2) $|x+1| > 8$
- 3) $|6x+9| \geq 3$
- 4) $|2x-4| < 12$
- 5) $|8-4x| \leq 12$

4. ให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$ พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้จริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงให้พิสูจน์ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างด้วย

5. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$ พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้จริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงให้พิสูจน์ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างด้วย

5. โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างเดียวกับการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ดังนี้

1. วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร
2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
3. เขียนอสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้อสมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
5. พิจารณาตรวจสอบคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์



ตัวอย่างที่ 1

ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงต่อกันมีค่ามากกว่า 102 จงหาจำนวนเต็มที่มีค่าน้อยที่สุดคือจำนวนใด

วิธีทำ	สมมติให้จำนวนเต็มที่มีค่าน้อยที่สุดเป็น	x
	จำนวนเต็มอีกสองจำนวนที่เหลือที่เรียงต่อกันเป็น	$x+1, x+2$
	แต่ผลบวกของจำนวนที่เรียงต่อกันมีค่ามากกว่า	102
	จะได้	$x + (x+1) + (x+2) > 102$
		$3x + 3 > 102$
		$3x > 102 - 3$
		$3x > 99$
		$x > \frac{99}{3}$
		$x > 33$

เนื่องจาก x มากกว่า 33 จะได้ว่าจำนวนเต็มที่มีค่าน้อยที่สุดที่มากกว่า 33 คือ 34

จำนวนเต็มอีกสองจำนวนที่เหลือที่เรียงต่อกันจะได้ $34+1=35$ และ $34+2=36$

จำนวนเต็มที่เรียงต่อกันและมีผลบวกของทั้งสามจำนวนมากกว่า 102 คือ 34, 35, 36

ดังนั้น จำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดที่เรียงต่อกันและมีผลบวกของทั้งสามจำนวนมากกว่า

102 คือ 34

ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดเป็น 34

จำนวนสามจำนวนที่เรียงต่อกัน คือ 34, 35, 36

$$\begin{aligned}\text{ผลบวกของจำนวนสามจำนวนที่เรียงต่อกัน} &= 34 + 35 + 36 \\ &= 105\end{aligned}$$

มีค่ามากกว่า 102 ซึ่งเป็นจริง ตามเงื่อนไขที่กำหนด

ดังนั้น จำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงต่อกัน คือ 34, 35 และ 36

ตัวอย่างที่ 2

สองเท่าของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งลบด้วย 24 ทำให้ผลลัพธ์มีค่าน้อยกว่า 8 จำนวนเต็มจำนวนนั้นมีค่าเท่าใด

วิธีทำ สมมติให้จำนวนเต็มจำนวนหนึ่งที่ต้องการเป็น x
สองเท่าของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งลบด้วย 24 ทำให้ผลลัพธ์มีค่าน้อยกว่า 8
จะได้ว่า $2x - 24 < 8$

$$2x < 8 + 24$$

$$2x < 32$$

$$x < \frac{32}{2}$$

$$x < 16$$

ดังนั้น จำนวนเต็มที่ต้องการ คือ จำนวนเต็มทุกจำนวนที่น้อยกว่า 16

ตรวจสอบคำตอบ

จำนวนเต็มที่น้อยกว่า 16 เช่น 15, 10, 1, -5

สองเท่าของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งลบด้วย 24 ทำให้ผลลัพธ์มีค่าน้อยกว่า 8

จะได้ว่า $2x - 24 < 8$

ลองแทนค่าที่จำนวนเต็มที่น้อยกว่า 16 ตามที่กำหนด

$$2(15) - 24 < 8$$

$$6 < 8 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$2(10) - 24 < 8$$

$$-4 < 8 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$2(1) - 24 < 8$$

$$-22 < 8 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$2(-5) - 24 < 8$$

$$-34 < 8 \quad \text{เป็นจริง}$$

ดังนั้น สองเท่าของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งลบด้วย 24 ทำให้ผลลัพธ์มีค่าน้อยกว่า 8
คือ จำนวนเต็มทุกจำนวนที่น้อยกว่า 16

ตัวอย่างที่ 3

นายช่างต้องการทำรั้วล้อมรอบสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง ซึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 8 เมตร ความยาวโดยรอบสนามไม่เกิน 204 เมตร หากความยาวของด้านกว้างของสนามแห่งนี้

วิธีทำ ให้สนามมีความยาวของด้านกว้าง m เมตร
ด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 8 เมตร
จะมีความยาวของด้านยาว $m + 8$ เมตร
ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $= 2(\text{กว้าง} + \text{ยาว})$
ดังนั้น รั้วล้อมรอบสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว $= 2\{m + (m + 8)\}$
 $= 2(2m + 8)$

แต่ความยาวโดยรอบสนามไม่เกิน 204 เมตร

จะได้ $2(2m + 8) \leq 204$

$$4m + 16 \leq 204$$

$$4m \leq 204 - 16$$

$$4m \leq 188$$

$$m \leq \frac{188}{4}$$

$$m \leq 47$$

ดังนั้น ความยาวของด้านกว้างของสนามแห่งนี้ยาวไม่เกิน 47 เมตร

ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าความยาวของด้านกว้างของสนามยาวอย่างมาก 47 เมตร
ความยาวของด้านยาวของสนามยาวอย่างมาก $47 + 8 = 55$ เมตร
ความยาวของรั้วล้อมรอบสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $= 2(47 + 55)$
 $= 2(102)$
 $= 204$
จะได้รั้วล้อมรอบสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวอย่างมาก 204 เมตร
ดังนั้น ความยาวของด้านกว้างของสนามแห่งนี้ยาวไม่เกิน 47 เมตร

ตัวอย่างที่ 4

อนุวัฒน์เรียนพลศึกษา มีการเก็บคะแนนด้วยกันทั้งหมด 4 ครั้ง โดยแต่ละครั้งคะแนนเต็ม 20 คะแนน และมีคะแนนสอบปลายภาคอีก 20 คะแนน ซึ่งอนุวัฒน์มีคะแนนเก็บในแต่ละครั้ง คือ 15, 13, 14 และ 16 ตามลำดับ ถ้าอนุวัฒน์อยากได้เกรด 4 ซึ่งต้องมีคะแนนรวมกันทั้งหมดอย่างน้อย 80 คะแนนขึ้นไป อยากทราบว่าอนุวัฒน์มีโอกาสจะได้เกรด 4 หรือไม่

วิธีทำ ให้คะแนนสอบปลายภาคได้ x คะแนน
อนุวัฒน์สอบเก็บคะแนนในครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 4 ได้ 15, 13, 14 และ 16 คะแนน
จะได้ว่า $15 + 13 + 14 + 16 + x > 80$
 $x + 58 > 80$
 $x > 80 - 58$
 $x > 22$
อนุวัฒน์จะต้องสอบปลายภาคได้มากกว่า 22 คะแนน จึงจะได้เกรด 4
แต่คะแนนเต็มในแต่ละครั้งเป็น 20 คะแนน ซึ่ง 22 คะแนนมากกว่า 20 ที่เป็น
คะแนนเต็ม
ดังนั้น โอกาสที่อนุวัฒน์จะได้เกรด 4 จึงเป็นไปได้

ตรวจสอบคำตอบ

ให้คะแนนสอบปลายภาคได้ x คะแนน
จะได้ $x \leq 20$
อนุวัฒน์สอบเก็บคะแนน 4 ครั้ง ได้ 15, 13, 14 และ 16 คะแนน
และคะแนนสอบปลายภาคได้เต็ม 20 คะแนน

จะได้ว่า $15 + 13 + 14 + 16 + x \leq 15 + 13 + 14 + 16 + 20$

$$15 + 13 + 14 + 16 + 20 \leq 78$$

คะแนนรวมที่อนุวัฒน์สามารถทำได้สูงสุด คือ 78 คะแนน ซึ่งไม่ถึง 80 คะแนน
ที่จะได้เกรด 4

ตัวอย่างที่ 5

รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีความสูงเป็น 6 เซนติเมตร ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่อย่างน้อย
57 ตารางเซนติเมตร จะมีฐานยาวอย่างน้อยเท่าไร

วิธีทำ ให้ฐานของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ x เซนติเมตร
รูปสามเหลี่ยมมีความสูงเป็น 6 เซนติเมตร
ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ $\frac{1}{2} \times x \times 6$ ตารางเซนติเมตร
แต่รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่อย่างน้อย 57 ตารางเซนติเมตร
จะได้ $\frac{1}{2} \times x \times 6 \geq 57$
 $3x \geq 57$
 $x \geq \frac{57}{3}$
 $x \geq 19$
ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมจะมีฐานยาวอย่างน้อย 19 เซนติเมตร

ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าฐานของรูปสามเหลี่ยมยาวอย่างน้อย 19 เซนติเมตร
พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times 19 \times 6$
 $= 57$

จะได้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมอย่างน้อย 57 ตารางเซนติเมตร
ซึ่งเป็นจริง ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด
ดังนั้น ฐานของรูปสามเหลี่ยมยาวอย่างน้อย 19 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 6

สุพจน์เก็บเงินด้วยกันทั้งหมดสามวัน โดยในวันที่สองเก็บเงินเป็นสองเท่าของวันแรก และวันที่สามเก็บเงินเป็นสามเท่าของวันแรก ถ้าสุพจน์อยากมีเงินเก็บในสามวันรวมกันให้ได้มากกว่า 900 บาท สุพจน์จะต้องเก็บเงินในวันแรกเท่าไร

วิธีทำ ให้เงินที่สุพจน์เก็บในวันแรกเป็น x บาท
 วันที่สองเก็บเงินเป็นสองเท่าของวันแรกเป็น $2x$ บาท
 วันที่สามเก็บเงินเป็นสามเท่าของวันแรก $3x$ บาท
 เก็บเงินสามวันรวมกันเป็น $x + 2x + 3x$
 แต่สุพจน์อยากมีเงินเก็บในสามวันรวมกันให้ได้มากกว่า 900 บาท
 จะได้ $x + 2x + 3x > 900$
 $6x > 900$
 $x > \frac{900}{6}$
 $x > 150$

ดังนั้น สุพจน์จะต้องเก็บเงินในวันแรกมากกว่า 150 บาท

ตรวจสอบคำตอบ

ให้สุพจน์เก็บเงินในวันแรก 150 บาท

จะได้ว่า $= 150 + 2(150) + 3(150)$
 $= 150 + 300 + 450$
 $= 900$

ดังนั้น ถ้าสุพจน์อยากมีเงินเก็บในสามวันรวมกันให้ได้มากกว่า 900 บาท

ก็ต้องเก็บเงินในวันแรกมากกว่า 150 บาท

ตัวอย่างที่ 7

ปกป้องมีเหรียญหนึ่งบาทและเหรียญห้าสิบบาทรวมกันมากกว่า 85 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 50 บาท ปกป้องมีเหรียญหนึ่งบาทได้มากที่สุดกี่เหรียญ

วิธีทำ ให้ปกป้องมีเหรียญหนึ่งบาท x เหรียญ
 คิดเป็นเงิน x บาท
 จะมีเหรียญห้าสิบบาทคิดเป็นเงิน $50 - x$ บาท
 ปกป้องมีเหรียญห้าสิบบาท $2(50 - x)$ เหรียญ
 แต่เหรียญทั้งหมดมีมากกว่า 85 เหรียญ
 จะได้ $x + 2(50 - x) > 85$
 $x + 100 - 2x > 85$
 $-x + 100 > 85$
 $-x > 85 - 100$
 $-x > -15$
 $x < 15$

ดังนั้น ปกป้องมีเหรียญหนึ่งบาทได้มากที่สุด 14 เหรียญ

ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าปกป้องมีเหรียญหนึ่งบาทมากที่สุด 14 เหรียญ

ปกป้องมีเหรียญห้าสิบบาทน้อยที่สุด $= 2(50 - 14)$
 $= 2(36)$
 $= 72$

แสดงว่าปกป้องจะมีเหรียญหนึ่งบาทและเหรียญห้าสิบบาทรวมกันน้อยที่สุด

คือ $14 + 72 = 86$ เหรียญ และมีจำนวนเหรียญรวมกันมากกว่า 85 เหรียญ

ซึ่งเป็นจริง ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

ดังนั้น ปกป้องมีเหรียญหนึ่งบาทได้มากที่สุด 14 เหรียญ

แบบฝึกหัดที่ 3



1. สามเท่าของผลบวกของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งกับ 5 มีค่ามากกว่าจำนวนนั้นลบด้วย 7 หาจำนวนเต็มที่น้อยที่สุด
2. สี่เท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 16 น้อยกว่าหรือเท่ากับ 8 จำนวนนี้มีค่ามากที่สุดเท่าใด
3. จำนวนนับจำนวนหนึ่งรวมกับ 150 มีค่าไม่ถึง 900 จำนวนนับจำนวนนี้มีค่ามากที่สุดเท่าใด
4. เจ็ดเท่าของผลลบของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5 มากกว่าหรือเท่ากับ 49 จำนวนนี้มีค่าน้อยที่สุดเท่าใด
5. ในการสอบภาษาไทยของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีคะแนนเต็ม 80 คะแนน ถ้าเด็กชายคมสัน ทำคะแนนสอบเพิ่มขึ้นจากเดิมที่สอบได้ 25 คะแนน ทำให้เขาสอบได้คะแนนมากกว่าเด็กหญิงนิภา ซึ่งสอบได้คะแนน 55 คะแนน ในการสอบครั้งที่แล้วเด็กชายคมสันได้คะแนนอย่างน้อยที่สุดเท่าใด (ให้คะแนนเป็นจำนวนเต็ม)
6. พรพรรณเก็บเงินใส่กระป๋องออมสินได้จำนวนหนึ่ง เมื่อเขาต้องการนำเงินมาซื้อของขวัญให้เพื่อน จึงเปิดกระป๋องออมสินดู พบว่ามีเหรียญหนึ่งบาทและเหรียญสิบบาทรวมเป็นเงิน 250 บาท แต่เมื่อนับจำนวนเหรียญดูทั้งหมดแล้ว ปรากฏว่ามีไม่ถึง 70 เหรียญ พรพรรณมีเหรียญหนึ่งบาท อย่างมากที่สุดกี่เหรียญ
7. ลุงซื้อไก่มาจำนวนหนึ่งให้เพื่อนบ้านไป 30 ตัว หลังจากนั้นลุงนำไก่ไปขาย $\frac{2}{5}$ ของไก่ที่เหลือ แต่ลุงยังมีไก่เหลืออยู่มากกว่า 120 ตัว เดิมลุงซื้อไก่มาอย่างน้อยที่สุดกี่ตัว
8. สมคิดมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง คุณพ่อให้มาอีก 300 บาท สมคิดยังมีเงินน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของเงินที่สมชายมี ถ้าสมชายมีเงิน 4,200 บาท เดิมสมคิดมีเงินได้มากที่สุดเท่าไร

9. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีความสูง 8 เซนติเมตร ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่อย่างน้อย 86 ตารางเซนติเมตร รูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีฐานยาวอย่างน้อยเท่าไร
10. ในการเลือกตั้งสมาชิกสภาผู้แทนราษฎรเขตหนึ่ง ผู้มีสิทธิลงคะแนนเสียงมีทั้งหมด 30,000 คน ปรากฏว่าผู้ไปลงคะแนนเสียงไปไม่ครบทุกคน นายสิทธิชัยได้รับคะแนนเสียงมากกว่านายโชคชัย 3,000 คะแนน นายสิทธิชัยได้รับคะแนนเสียงอย่างมากกี่คะแนน
11. มีลวดอยู่สามเส้น เส้นที่หนึ่งยาวกว่าเส้นที่สองอยู่ 8 เมตร เส้นที่สามยาวเป็นสองเท่าของเส้นที่สอง หากลวดเส้นที่สามยาวได้มากที่สุดกี่เมตร เมื่อนำลวดทั้งสามเส้นมาวางต่อกันแล้วมีความยาวไม่ถึง 72 เมตร
12. ปกรณ์อ่านหนังสือเล่มหนึ่ง วันแรกอ่านได้ $\frac{1}{3}$ ของเล่ม วันต่อมาอ่านได้อีก 18 หน้า รวมสองวัน อ่านได้มากกว่าครึ่งเล่ม หากว่าหนังสือเล่มนี้มีจำนวนหน้าอย่างมากกี่หน้า
13. สายชลนับเงินในกระป๋องออมสิน ปรากฏว่ามีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทรวมกันได้ 200 เหรียญ เมื่อนับจำนวนเงินมีเงินมากกว่า 600 บาท หากว่ากระป๋องออมสินใบนี้จะมีจำนวนเหรียญห้าบาทได้มากที่สุดกี่เหรียญ
14. วรวรรณได้รับเงินจากคุณพ่อและคุณแม่จำนวนเท่า ๆ กัน นำไปซื้อปากกา 49 บาท และเสียค่ารถโดยสาร 25 บาท เมื่อนับเงินที่เหลือ ปรากฏว่าเหลือเงินไม่ถึง 10 บาท วรวรรณได้รับเงินจากคุณพ่อและคุณแม่อย่างมากที่สุดคนละกี่บาท
15. มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 5 เหรียญ และเหรียญหนึ่งบาทเป็นสองเท่าของเหรียญห้าบาท รวมเงินทั้งหมดมากกว่า 1,665 บาท แต่น้อยกว่า 1,750 บาท มีจำนวนเหรียญแต่ละเหรียญอย่างมากที่สุดกี่เหรียญ