



คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

พิมพ์ครั้งที่ 1

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

ISBN : 978-616-7768-73-1

ปีที่พิมพ์ 2564

จำนวนที่พิมพ์ 10,000 เล่ม

ผู้เรียบเรียง

สมสุภัท ภาระวัฒน์

ผู้ตรวจ

บุญธรรม ทั้งทอง

อำนาจ นฤฤทธิ์

สมจิต กิจเฉลา

บรรณาธิการ

ราตรี รุ่งทวีชัย



สสส.

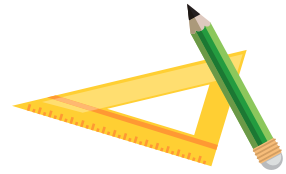
บริษัท สร้างสรรค์สื่อเพื่อการเรียนรู้ (สสร.) จำกัด
SRANGSANGSUKSODPHEKARNRUKU (SSR) CO., LTD.

จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย

บริษัท สร้างสรรค์สื่อเพื่อการเรียนรู้ (สสร.) จำกัด
1518/7 ถนนประชาราษฎร์ 1 แขวงวงศ์สว่าง เขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800
โทรศัพท์ : 0-2587-7972, 0-2586-0948, 0-2587-9322-26
โทรสาร : 0-2044-4472
E-mail : ssr1081009@yahoo.com

คำชี้แจงการใช้สื่อการเรียนรู้

องค์ประกอบต่างๆ ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้



ตัวชี้วัด

เป็นตัวชี้วัดตามหลักสูตรฯ
ที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้
ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

ภาพประกอบ หน่วยการเรียนรู้

เป็นภาพประกอบ
ที่นำเข้าสู่เนื้อหา
ในหน่วยการเรียนรู้

แผนผังสาระการเรียนรู้

เป็นการกำหนดเนื้อหา
แต่ละส่วนของ
หน่วยการเรียนรู้



ชื่อหน่วยการเรียนรู้

เป็นชื่อของหน่วยการเรียนรู้
ที่สอดคล้องกับเนื้อหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

เป็นเป้าหมายสำคัญที่ต้องการ
ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้
หลังจากจบการเรียนรู้
ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้
ซึ่งสอดคล้องกับตัวชี้วัด
และสาระการเรียนรู้แกนกลาง
ตามหลักสูตรฯ

เนื้อหา

เป็นเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับ
จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่เริ่มต้น
ด้วยการสังเกต สรุปความรู้และนำเสนอตัวอย่าง
เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น

ทบทวนความรู้

เป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนเข้าสู่
เนื้อหาและทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน

ทบทวนความรู้

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน จงหาคำจำกัดการต่อไปนี้

72 ÷ 6 = □ 61 ÷ 7 = □ 110 ÷ 8 = □ 300 ÷ 100 = □
55 ÷ 6 = □ 81 ÷ 9 = □ 84 ÷ 9 = □ 120 ÷ 12 = □

6 ทหาร 72 ล้อตัว 9 ทหาร 84 ไม่ล้อตัว

2. ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

3. ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

หน้า 16

1 ตัวประกอบของจำนวนนับ

พิจารณาจากภาพต่อไปนี้

ครูชี้ให้เห็น 24 คน

เมื่อครูบอกให้นักเรียนหาคำตอบ 1 คน จะได้ 24 คน
เมื่อครูบอกให้นักเรียนหาคำตอบ 2 คน จะได้ 12 คน
เมื่อครูบอกให้นักเรียนหาคำตอบ 3 คน จะได้ 8 คน
เมื่อครูบอกให้นักเรียนหาคำตอบ 4 คน จะได้ 6 คน

การแจกแจงและวิธีคิด

นักเรียนคิดว่า ถ้ามีจำนวนนับใดก็ตามหาร 24 ลงตัว

นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ

24, 12, 8 และ 6 หาร 24 ลงตัว
เพราะ 24 ÷ 24 = 1 24 ÷ 12 = 2 24 ÷ 8 = 3 24 ÷ 6 = 4
24 ÷ 12 = 2 12 ÷ 6 = 2 12 ÷ 4 = 3 12 ÷ 3 = 4
24 ÷ 8 = 3 8 ÷ 4 = 2 8 ÷ 2 = 4 8 ÷ 1 = 8
24 ÷ 6 = 4 6 ÷ 3 = 2 6 ÷ 2 = 3 6 ÷ 1 = 6

จากภาพข้างบนนี้เราจะเห็นว่า 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24 หาร 24 ลงตัว เราเรียก 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24 ว่าเป็นตัวประกอบของ 24

หน้า 16

ตัวอย่างที่ 1

ตอบคำถามต่อไปนี้

- 2 เป็นตัวประกอบของ 16 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2 เป็นตัวประกอบของ 16 เพราะ 2 หาร 16 ได้ลงตัว
- 5 เป็นตัวประกอบของ 18 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 5 ไม่เป็นตัวประกอบของ 18 เพราะ 5 หาร 18 ไม่ลงตัว

ตัวอย่างที่ 2

หาตัวประกอบทั้งหมดของ 9, 25 และ 150

วิธีทำ

หาตัวประกอบของ 9

เนื่องจาก 9 ÷ 1 = 9
9 ÷ 3 = 3
9 ÷ 9 = 1

จำนวนเต็มที่หาร 9 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 3 และ 9

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 9 คือ 1, 3 และ 9

หาตัวประกอบของ 25

เนื่องจาก 25 ÷ 1 = 25
25 ÷ 5 = 5
25 ÷ 25 = 1

จำนวนเต็มที่หาร 25 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 5 และ 25

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 25 คือ 1, 5 และ 25

หาตัวประกอบของ 150

เนื่องจาก 150 ÷ 1 = 150
150 ÷ 2 = 75
150 ÷ 3 = 50
150 ÷ 5 = 30
150 ÷ 6 = 25
150 ÷ 10 = 15
150 ÷ 15 = 10
150 ÷ 25 = 6
150 ÷ 30 = 5
150 ÷ 50 = 3
150 ÷ 75 = 2
150 ÷ 150 = 1

จำนวนเต็มที่หาร 150 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75 และ 150

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 150 คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75 และ 150

หน้า 16

กิจกรรมเสริมทักษะที่ 7

1) ทำจำนวนเต็มได้ ☐ ให้ถูกต้อง

1) 20 และ 30

$$\begin{array}{r} \square \\ 20 \quad 30 \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$$

 ห.ร.ม. ของ 20 และ 30 คือ ☐

2) 12, 16 และ 24

$$\begin{array}{r} 2 \quad 12 \quad 6 \quad \square \\ \square \quad 6 \quad 8 \quad 12 \\ \hline 3 \quad 4 \quad 6 \quad \square \end{array}$$

 ห.ร.ม. ของ 12, 16 และ 24 คือ ☐

2) ทำ ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีหาร

1) 10 และ 35 2) 16 และ 40
 3) 20 และ 50 4) 9 และ 51
 5) 21 และ 63 6) 48 และ 72
 7) 25 และ 80 8) 15, 45 และ 60
 9) 34, 51 และ 68 10) 14, 49 และ 35
 11) 48, 64 และ 102 12) 33, 66 และ 121

3) ตอบคำถามต่อไปนี้

1) ทำจำนวนที่มากที่สุดเท่าไร 80 และ 640 ลงตัว
 2) ทำจำนวนที่มากที่สุดเท่าไร 42, 98 และ 154 ลงตัว
 3) ทำจำนวนที่มากที่สุดเท่าไร 16, 24 และ 72 ลงตัว
 4) ทำจำนวนที่มากที่สุดเท่าไร 20, 24 และ 32 ลงตัว
 5) ทำจำนวนที่มากที่สุดเท่าไร 48, 108 และ 144 ลงตัว

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ป.6 เล่ม 1

กิจกรรมเสริมทักษะ

เป็นกิจกรรมท้าทายเนื้อหา
เพื่อเสริมสร้างทักษะและพัฒนา
กระบวนการคิด

ข้อชวนคิด

เป็นคำถามที่ทำให้นักเรียน
มีความคิดต่อยอด



สรุปสาระสำคัญ

เป็นการสรุปใจความสำคัญของเนื้อหา
ในหน่วยการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้
เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้

2) 24, 32 และ 64

วิธีทำ
$$\begin{array}{r} 2 \quad 24 \quad 32 \quad 64 \\ 2 \quad 12 \quad 16 \quad 32 \\ 2 \quad 6 \quad 8 \quad 16 \\ \hline 3 \quad 4 \quad 8 \end{array}$$

 ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24, 32 และ 64 คือ $2 \times 2 \times 8 = 8$
 ตอบ 8

3) 36, 66 และ 114

วิธีทำ
$$\begin{array}{r} 2 \quad 36 \quad 66 \quad 114 \\ 3 \quad 18 \quad 33 \quad 57 \\ \hline 6 \quad 11 \quad 19 \end{array}$$

 ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36, 66 และ 114 คือ $2 \times 3 = 6$
 ตอบ 6

4) 48, 72 และ 96

วิธีทำ
$$\begin{array}{r} 2 \quad 48 \quad 72 \quad 96 \\ 2 \quad 24 \quad 36 \quad 48 \\ 2 \quad 12 \quad 18 \quad 24 \\ 3 \quad 6 \quad 9 \quad 12 \\ \hline 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

 ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 48, 72 และ 96 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$
 ตอบ 24

ข้อชวนคิด

ถ้า ห.ร.ม. ของจำนวนนับสองจำนวน คือ 15 และผลคูณของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 75 จำนวนทั้งสองนั้นจะเป็นจำนวนใดบ้าง

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ป.6 เล่ม 1

สรุปสาระสำคัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1
ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

- 1) ห.ร.ม. ของจำนวนนับ
ห.ร.ม. ของจำนวนนับคือ 1 ถึง จำนวนตัวประกอบที่น้อยที่สุด
- 2) จำนวนเฉพาะ
จำนวนเฉพาะคือ จำนวนนับที่มีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 กับตัวมันเอง (ยกเว้นจำนวน 1) จำนวนเฉพาะ
- 3) ห.ร.ม. ของจำนวน
ห.ร.ม. ของจำนวนนับคือ จำนวนนับที่หารจำนวนทั้งสองลงตัว
- 4) การหาห.ร.ม. โดยวิธีหาร
การหาห.ร.ม. ของจำนวนนับโดยวิธีหาร คือ หารจำนวนทั้งสองด้วยจำนวนนับที่มากที่สุดจนกว่าจะหารลงตัว
- 5) ห.ร.ม. ของจำนวน
ห.ร.ม. ของจำนวนนับคือ จำนวนนับที่มากที่สุดซึ่งหารจำนวนทั้งสองลงตัว
- 6) ค.ร.น. ของจำนวน
ค.ร.น. ของจำนวนนับคือ จำนวนนับที่น้อยที่สุดซึ่งหารจำนวนทั้งสองลงตัว
- 7) ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวน
ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับสองจำนวน หาได้จากสูตร $ห.ร.ม. \times ค.ร.น. =$ ผลคูณของจำนวนทั้งสอง

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ป.6 เล่ม 1



กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

1) แสดงวิธีทำจากสถานการณ์

ศาลที่มีรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 36 เมตร ยาว 60 เมตร ดังรูป

คำต่อมาระเบียงที่ดินยกเป็นแปลงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใหญ่ที่สุดและผืนนาเท่า ๆ กัน โดยไม่เหลือเศษ จะต้องแบ่งที่ดินได้ทั้งหมดกี่แปลง

2) หาความยาวเส้นรอบวง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนทั้งสองจำนวนต่อไปนี้

คำถามชวนคิด

ห.ร.ม. ของจำนวนนับสองจำนวนใด ๆ หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับสองจำนวนนั้นได้โดยเสมอหรือไม่ เพราะเหตุใด

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ป.6 เล่ม 1



กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

เป็นกิจกรรมเพื่อทบทวนความรู้
ที่ได้รับจากหน่วยการเรียนรู้



คำถามชวนคิด

เป็นคำถามกระตุ้นความคิด
เพื่อให้นักเรียนฝึกคิดวิเคราะห์
จากคำถามที่สอดคล้องกับ
เนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1 นี้จัดทำขึ้นสำหรับใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งสอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับระดับชั้น เนื้อหาสาระที่บูรณาการกับชีวิตจริง มีการฝึกทักษะกระบวนการคิดที่ส่งเสริมและพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้อย่างครบถ้วนตามหลักสูตร

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1 มี 5 หน่วยการเรียนรู้ ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย การทบทวนความรู้ เนื้อหา กิจกรรมเสริมทักษะ สรุปสาระสำคัญ กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ และคำถามชวนคิด

บริษัท สร้างสรรค์สื่อเพื่อการเรียนรู้ (สสร.) จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่มนี้จะเป็นสื่อการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการสร้างเสริมคุณภาพของผู้เรียน

บริษัท สร้างสรรค์สื่อเพื่อการเรียนรู้ (สสร.) จำกัด

สารบัญ

2 และ 3 เป็น
ตัวประกอบเฉพาะของ 12

ตัวประกอบทั้งหมดของ 12 มี 6 ตัว
คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12
แยกตัวประกอบของ 12 ได้
 $12 = 2 \times 2 \times 3$

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

1



ทบทวนความรู้

2

1. ตัวประกอบของจำนวนนับ
2. จำนวนเฉพาะ
3. ตัวประกอบเฉพาะ
4. การแยกตัวประกอบ
5. ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)
6. ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)
7. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ

3

7

11

14

17

28

36

ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

สรุปสาระสำคัญ

43

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

44

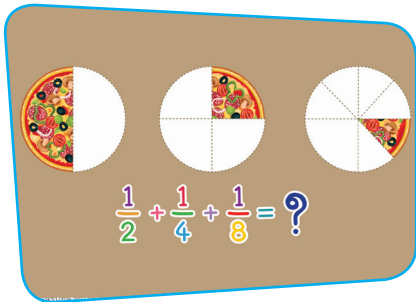
คำถามชวนคิด

44

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เศษส่วน

45



ทบทวนความรู้

46

1. การเปรียบเทียบเศษส่วนและจำนวนคละ 47
2. การเรียงลำดับเศษส่วนและจำนวนคละ 53
3. การบวก การลบเศษส่วนและจำนวนคละ 59
โดยใช้ความรู้เรื่อง คร.น.

4. การบวก ลบ คูณ หารระคนของเศษส่วน และจำนวนคละ 71

5. การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนและจำนวนคละ 77

สรุปสาระสำคัญ

83

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

84

คำถามชวนคิด

84

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ทศนิยม

85



ทบทวนความรู้

86

1. ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยม 87
2. การหารทศนิยม 95
3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม 106
4. การแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ 114

สรุปสาระสำคัญ	119
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	120
คำถามชวนคิด	120

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

อัตราส่วนและร้อยละ

121



ทบทวนความรู้	122
1. อัตราส่วนและมาตราส่วน	123
2. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน และมาตราส่วน	139
3. ร้อยละ	147
สรุปสาระสำคัญ	171
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	172
คำถามชวนคิด	172

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5

แบบรูป

173



ทบทวนความรู้

174

1. แบบรูปและความสัมพันธ์ 175
2. การแก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป 188

สรุปสาระสำคัญ

194

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

195

คำถามชวนคิด

195

บรรณานุกรม

196

ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

หน่วยการเรียนรู้ที่

1

ตัวชี้วัด

1. หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน (ค 1.1 ป.6/4)
2. หา ค.ร.น. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน (ค 1.1 ป.6/5)
3. แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. (ค 1.1 ป.6/6)

หา ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

ของ 18 และ 27

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

ห.ร.ม. ของ 18 และ 27 คือ $3 \times 3 = 9$

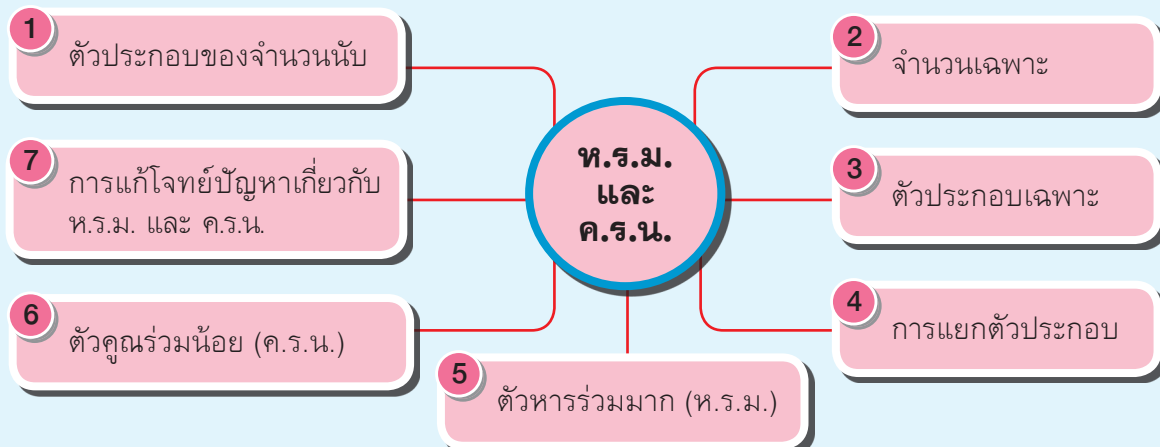
ค.ร.น. ของ 18 และ 27 คือ $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. หาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนนับได้
2. บอกได้ว่าจำนวนใดเป็นจำนวนเฉพาะ
3. หาตัวประกอบเฉพาะทั้งหมดของจำนวนนับได้
4. หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับได้
5. หา ค.ร.น. ของจำนวนนับได้
6. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ได้

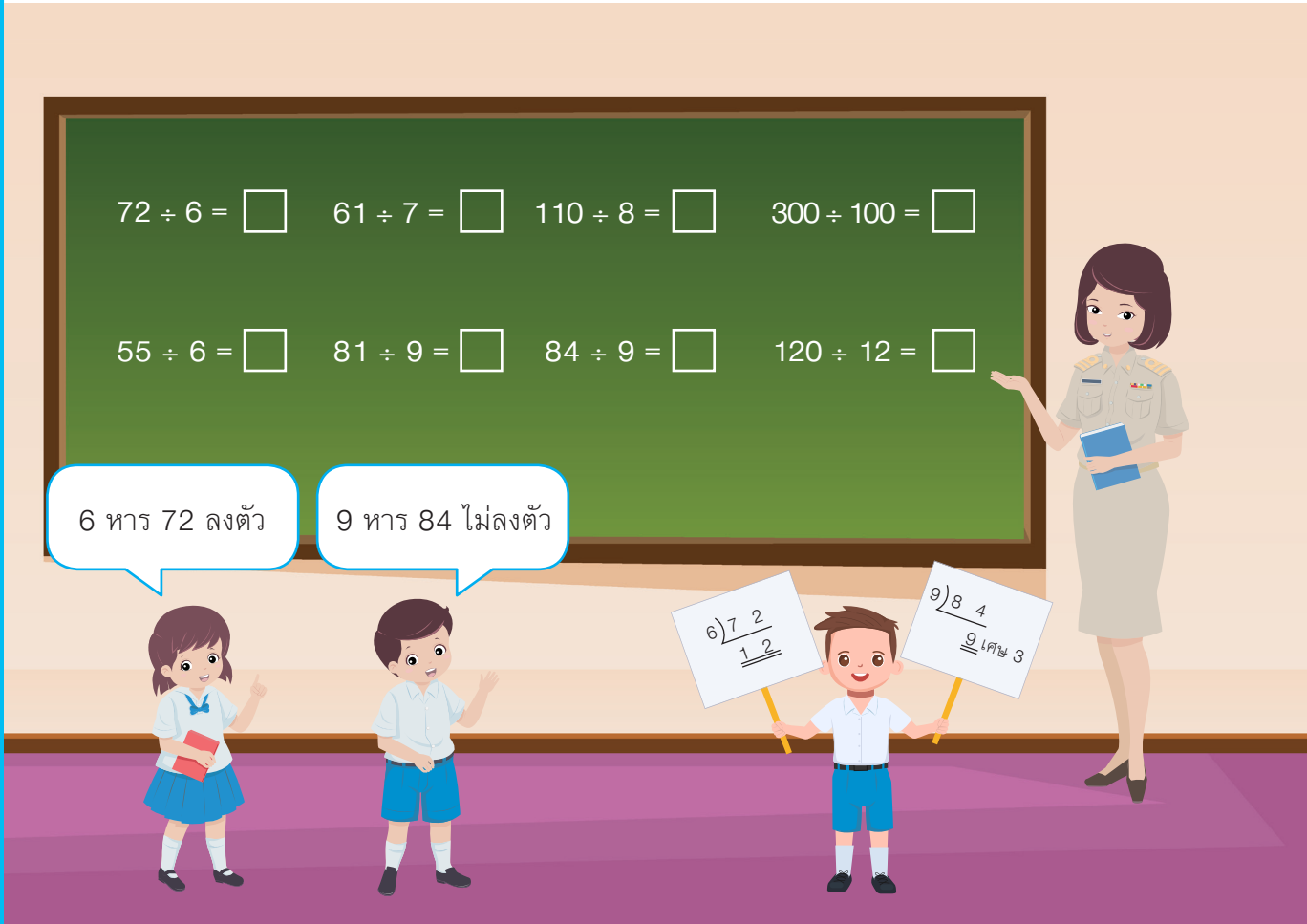
แผนผังสาระการเรียนรู้





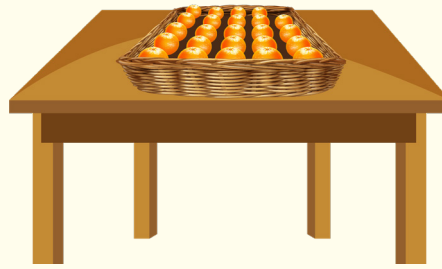
ทบทวนความรู้

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 - 4 คน พิจารณาโจทย์การหารต่อไปนี้



2. ให้แต่ละกลุ่ม ออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบหน้าชั้นเรียน เพื่อนกลุ่มอื่นช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง
3. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายและสรุปว่าโจทย์ใดบ้าง เป็นการหารลงตัวและโจทย์ใดบ้าง เป็นการหารไม่ลงตัว

พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้



ครูมีส้ม
24 ผล

เมื่อครูแจกให้นักเรียนคนละ 1 ผล แจกได้ 24 คน

เมื่อครูแจกให้นักเรียนคนละ 2 ผล แจกได้ 12 คน

เมื่อครูแจกให้นักเรียนคนละ 3 ผล แจกได้ 8 คน

เมื่อครูแจกให้นักเรียนคนละ 4 ผล แจกได้ 6 คน

การแจกส้มแต่ละวิธีข้างต้น เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์แสดงการหารได้ ดังนี้

$$24 \div 1 = 24$$

$$24 \div 2 = 12$$

$$24 \div 3 = 8$$

$$24 \div 4 = 6$$



นักเรียนคิดว่า ยังมีจำนวนนับได้อีกที่หาร 24 ลงตัว

นักเรียนควรตอบได้ว่า

24, 12, 8 และ 6 หาร 24 ลงตัวด้วย

เพราะ $24 \div 24 = 1$ 24 เป็นตัวหาร ได้ผลหารเป็น 1 จะได้ 24 หาร 24 ลงตัว

$24 \div 12 = 2$ 12 เป็นตัวหาร ได้ผลหารเป็น 2 จะได้ 12 หาร 24 ลงตัว

$24 \div 8 = 3$ 8 เป็นตัวหาร ได้ผลหารเป็น 3 จะได้ 8 หาร 24 ลงตัว

$24 \div 6 = 4$ 6 เป็นตัวหาร ได้ผลหารเป็น 4 จะได้ 6 หาร 24 ลงตัว

จากกิจกรรมข้างต้นจะเห็นว่า 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24 หาร 24 ลงตัว จะเรียก 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24 ว่า ตัวประกอบของ 24

พิจารณาการหารลงตัวของจำนวนนับต่อไปนี้

$$8 \div 1 = 8$$

$$8 \div 2 = 4$$

$$8 \div 4 = 2$$

$$8 \div 8 = 1$$

ข้อสังเกต

$$8 = 1 \times 8$$

$$8 = 2 \times 4$$

จะเห็นว่า 1, 2, 4 และ 8 หาร 8 ลงตัว

เรียก 1, 2, 4 และ 8 ว่า ตัวประกอบของ 8



$$15 \div 1 = 15$$

$$15 \div 3 = 5$$

$$15 \div 5 = 3$$

$$15 \div 15 = 1$$

ข้อสังเกต

$$15 = 1 \times 15$$

$$15 = 3 \times 5$$

จะเห็นว่า 1, 3, 5 และ 15 หาร 15 ลงตัว

เรียก 1, 3, 5 และ 15 ว่า ตัวประกอบของ 15



$$100 \div 1 = 100$$

$$100 \div 2 = 50$$

$$100 \div 4 = 25$$

$$100 \div 5 = 20$$

$$100 \div 10 = 10$$

$$100 \div 20 = 5$$

$$100 \div 25 = 4$$

$$100 \div 50 = 2$$

$$100 \div 100 = 1$$

ข้อสังเกต

$$100 = 1 \times 100$$

$$100 = 2 \times 50$$

$$100 = 4 \times 25$$

$$100 = 5 \times 20$$

$$100 = 10 \times 10$$

จะเห็นว่า 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 และ 100 หาร 100 ลงตัว

เรียก 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 และ 100 ว่า ตัวประกอบของ 100



จะเห็นว่า 8, 15 และ 100 จะมี 1 และตัวมันเองเป็นตัวประกอบเสมอ
นั่นคือ 1 เป็นตัวประกอบของจำนวนนับทุกจำนวน

ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว



ตัวอย่างที่ 1

ตอบคำถามต่อไปนี้

1) 2 เป็นตัวประกอบของ 16 หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 2 เป็นตัวประกอบของ 16 เพราะ 2 หาร 16 ได้ลงตัว

2) 5 เป็นตัวประกอบของ 18 หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 5 ไม่เป็นตัวประกอบของ 18 เพราะ 5 หาร 18 ไม่ลงตัว



ตัวอย่างที่ 2

หาตัวประกอบทั้งหมดของ 9, 25 และ 150

วิธีทำ หาตัวประกอบของ 9

เนื่องจาก $9 \div 1 = 9$

$$9 \div 3 = 3$$

$$9 \div 9 = 1$$

จำนวนนับที่หาร 9 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 3 และ 9

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 9 คือ 1, 3 และ 9

หาตัวประกอบของ 25

เนื่องจาก $25 \div 1 = 25$

$$25 \div 5 = 5$$

$$25 \div 25 = 1$$

จำนวนนับที่หาร 25 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 5 และ 25

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 25 คือ 1, 5 และ 25

หาตัวประกอบของ 150

เนื่องจาก $150 \div 1 = 150$

$$150 \div 2 = 75$$

$$150 \div 3 = 50$$

$$150 \div 5 = 30$$

$$150 \div 6 = 25$$

$$150 \div 10 = 15$$

$$150 \div 15 = 10$$

$$150 \div 25 = 6$$

$$150 \div 30 = 5$$

$$150 \div 50 = 3$$

$$150 \div 75 = 2$$

$$150 \div 150 = 1$$

จำนวนนับที่หาร 150 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75 และ 150

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 150 คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75 และ 150



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 1

1 ตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) 3 เป็นตัวประกอบของ 42 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2) 4 เป็นตัวประกอบของ 69 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 3) 6 เป็นตัวประกอบของ 86 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 4) 8 เป็นตัวประกอบของ 104 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 5) 9 เป็นตัวประกอบของ 108 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 6) 11 เป็นตัวประกอบของ 130 หรือไม่ เพราะเหตุใด

2 หาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนที่กำหนดในแต่ละข้อ

1)

36

2)

48

3)

66

4)

72

5)

144

6)

156

7)

162

8)

188

3 ตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) บอกจำนวนที่มี 6 เป็นตัวประกอบ มา 5 จำนวน
- 2) บอกจำนวนที่มี 12 เป็นตัวประกอบ มา 5 จำนวน
- 3) บอกจำนวนที่มี 15 เป็นตัวประกอบ มา 5 จำนวน
- 4) บอกจำนวนที่มี 17 เป็นตัวประกอบ มา 5 จำนวน
- 5) บอกจำนวนที่มี 20 เป็นตัวประกอบ มา 5 จำนวน

พิจารณาการหาตัวประกอบของ 1 ถึง 12



ตัวประกอบทั้งหมดของ 1 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$1 \div 1 = 1$ ดังนั้น 1 เป็นตัวประกอบของ 1
ตัวประกอบของ 1 มี 1 ตัว คือ 1



ตัวประกอบทั้งหมดของ 2 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$2 \div 1 = 2$
 $2 \div 2 = 1$
ตัวประกอบของ 2 มี 2 ตัว คือ 1 กับ 2



ตัวประกอบทั้งหมดของ 3 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$3 \div 1 = 3$
 $3 \div 3 = 1$
ตัวประกอบของ 3 มี 2 ตัว คือ 1 กับ 3



ตัวประกอบทั้งหมดของ 4 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$4 \div 1 = 4$
 $4 \div 2 = 2$
 $4 \div 4 = 1$
ตัวประกอบของ 4 มี 3 ตัว คือ 1, 2 และ 4





ตัวประกอบทั้งหมดของ 5 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$5 \div 1 = 5$$

$$5 \div 5 = 1$$

ตัวประกอบของ 5 มี 2 ตัว คือ 1 กับ 5



ตัวประกอบทั้งหมดของ 6 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$6 \div 1 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$6 \div 3 = 2$$

$$6 \div 6 = 1$$

ตัวประกอบของ 6 มี 4 ตัว คือ 1, 2, 3 และ 6



ตัวประกอบทั้งหมดของ 7 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$7 \div 1 = 7$$

$$7 \div 7 = 1$$

ตัวประกอบของ 7 มี 2 ตัว คือ 1 กับ 7



ตัวประกอบทั้งหมดของ 8 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$8 \div 1 = 8$$

$$8 \div 2 = 4$$

$$8 \div 4 = 2$$

$$8 \div 8 = 1$$

ตัวประกอบของ 8 มี 4 ตัว คือ 1, 2, 4 และ 8





ตัวประกอบทั้งหมดของ 9 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$9 \div 1 = 9$$

$$9 \div 3 = 3$$

$$9 \div 9 = 1$$

ตัวประกอบของ 9 มี 3 ตัว คือ 1, 3 และ 9



ตัวประกอบทั้งหมดของ 10 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$10 \div 1 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

$$10 \div 5 = 2$$

$$10 \div 10 = 1$$

ตัวประกอบของ 10 มี 4 ตัว คือ 1, 2, 5 และ 10



ตัวประกอบทั้งหมดของ 11 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$11 \div 1 = 11$$

$$11 \div 11 = 1$$

ตัวประกอบของ 11 มี 2 ตัว คือ 1 กับ 11



ตัวประกอบทั้งหมดของ 12 มีกี่ตัว จำนวนใดบ้าง

$$12 \div 1 = 12$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$12 \div 3 = 4$$

$$12 \div 4 = 3$$

$$12 \div 6 = 2$$

$$12 \div 12 = 1$$

ตัวประกอบของ 12 มี 6 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12



จากสถานการณ์ข้างต้นนำมาสรุปลงในตาราง ได้ดังนี้

จำนวนนับ	ตัวประกอบทั้งหมด
1	1
2	1 และ 2
3	1 และ 3
4	1, 2 และ 4
5	1 และ 5
6	1, 2, 3 และ 6
7	1 และ 7
8	1, 2, 4 และ 8
9	1, 3 และ 9
10	1, 2, 5 และ 10
11	1 และ 11
12	1, 2, 3, 4, 6 และ 12



จากตารางข้างต้น จำนวนที่มีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 กับ ตัวมันเอง ได้แก่ 2, 3, 5, 7 และ 11
จะเรียก 2, 3, 5, 7 และ 11 ว่า จำนวนเฉพาะ

จำนวนนับที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 กับตัวมันเอง เรียกจำนวนนับนั้นว่า
จำนวนเฉพาะ



ข้อชวนคิด

1. 13 ถึง 20 มีจำนวนเฉพาะกี่จำนวน ได้แก่จำนวนใดบ้าง
2. ทำไมจำนวนคู่อื่น ๆ นอกจาก 2 จึงไม่เป็นจำนวนเฉพาะ



ตัวอย่าง

1) 23 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 23 เป็นจำนวนเฉพาะ

เพราะ 23 มีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 และ 23

2) 57 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 57 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

เพราะนอกจาก 1 และ 57 แล้ว ยังมี 3 และ 19 เป็นตัวประกอบ



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 2

จำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) 22

2) 27

3) 41

4) 63

5) 73

6) 89

7) 103

8) 129

3

ตัวประกอบเฉพาะ

พิจารณาการหาตัวประกอบของ 38, 45, 60 และ 63



ตัวประกอบทั้งหมดของ 38 มีกี่ตัว มีจำนวนใดบ้าง



หาตัวประกอบทั้งหมดของ 38 ได้ดังนี้

$$38 \div 1 = 38$$

$$38 \div 2 = 19$$

$$38 \div 19 = 2$$

$$38 \div 38 = 1$$

1 เป็นตัวประกอบของ 38

2 เป็นตัวประกอบของ 38

19 เป็นตัวประกอบของ 38

38 เป็นตัวประกอบของ 38

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 38 มี 4 ตัว ได้แก่ 1, 2, 19 และ 38
ตัวประกอบของ 38 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 2 และ 19
จะเรียก 2 และ 19 ว่า ตัวประกอบเฉพาะของ 38



ตัวประกอบทั้งหมดของ 45 มีกี่ตัว มีจำนวนใดบ้าง



หาตัวประกอบทั้งหมดของ 45 ได้ดังนี้

$45 \div 1 = 45$	1	เป็นตัวประกอบของ 45
$45 \div 3 = 15$	3	เป็นตัวประกอบของ 45
$45 \div 5 = 9$	5	เป็นตัวประกอบของ 45
$45 \div 9 = 5$	9	เป็นตัวประกอบของ 45
$45 \div 15 = 3$	15	เป็นตัวประกอบของ 45
$45 \div 45 = 1$	45	เป็นตัวประกอบของ 45

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 45 มี 6 ตัว ได้แก่ 1, 3, 5, 9, 15 และ 45
ตัวประกอบของ 45 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 3 และ 5
จะเรียก 3 และ 5 ว่า ตัวประกอบเฉพาะของ 45



ตัวประกอบทั้งหมดของ 60 มีกี่ตัว มีจำนวนใดบ้าง



หาตัวประกอบทั้งหมดของ 60 ได้ดังนี้

$60 \div 1 = 60$	1	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 2 = 30$	2	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 3 = 20$	3	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 4 = 15$	4	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 5 = 12$	5	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 6 = 10$	6	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 10 = 6$	10	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 12 = 5$	12	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 15 = 4$	15	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 20 = 3$	20	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 30 = 2$	30	เป็นตัวประกอบของ 60
$60 \div 60 = 1$	60	เป็นตัวประกอบของ 60

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 60 มี 12 ตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 และ 60

ตัวประกอบของ 60 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 2, 3 และ 5
จะเรียก 2, 3 และ 5 ว่า ตัวประกอบเฉพาะของ 60



ตัวประกอบทั้งหมดของ 63 มีกี่ตัว มีจำนวนใดบ้าง



หาตัวประกอบทั้งหมดของ 63 ได้ดังนี้

$63 \div 1 = 63$	1	เป็นตัวประกอบของ 63
$63 \div 3 = 21$	3	เป็นตัวประกอบของ 63
$63 \div 7 = 9$	7	เป็นตัวประกอบของ 63
$63 \div 9 = 7$	9	เป็นตัวประกอบของ 63
$63 \div 21 = 3$	21	เป็นตัวประกอบของ 63
$63 \div 63 = 1$	63	เป็นตัวประกอบของ 63

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 63 มี 6 ตัว ได้แก่ 1, 3, 7, 9, 21 และ 63
ตัวประกอบของ 63 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 3 และ 7
จะเรียก 3 และ 7 ว่า ตัวประกอบเฉพาะของ 63

ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ ที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า ตัวประกอบเฉพาะ



ตัวอย่าง

1) หาตัวประกอบเฉพาะของ 22

วิธีทำ ตัวประกอบทั้งหมดของ 22 มี 4 ตัว คือ 1, 2, 11 และ 22
ตัวประกอบของ 22 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 2 และ 11
ดังนั้น ตัวประกอบเฉพาะของ 22 คือ 2 และ 11

ตอบ 2 และ ๑๑

2) หาตัวประกอบเฉพาะของ 30

วิธีทำ ตัวประกอบทั้งหมดของ 30 มี 8 ตัว คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30
ตัวประกอบของ 30 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 2, 3 และ 5
ดังนั้น ตัวประกอบเฉพาะของ 30 คือ 2, 3 และ 5

ตอบ ๒, ๓ และ ๕



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 3

1 ตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ตัวประกอบของ 25 มีจำนวนใดบ้าง และจำนวนใดเป็นตัวประกอบเฉพาะ
- 2) ตัวประกอบของ 27 มีจำนวนใดบ้าง และจำนวนใดเป็นตัวประกอบเฉพาะ
- 3) ตัวประกอบของ 28 มีจำนวนใดบ้าง และจำนวนใดเป็นตัวประกอบเฉพาะ
- 4) ตัวประกอบของ 39 มีจำนวนใดบ้าง และจำนวนใดเป็นตัวประกอบเฉพาะ
- 5) ตัวประกอบของ 51 มีจำนวนใดบ้าง และจำนวนใดเป็นตัวประกอบเฉพาะ
- 6) ตัวประกอบของ 90 มีจำนวนใดบ้าง และจำนวนใดเป็นตัวประกอบเฉพาะ

2 หาตัวประกอบเฉพาะของจำนวนที่กำหนด

1) 41

2) 50

3) 71

4) 75

5) 80

6) 87

7) 100

8) 160

4 การแยกตัวประกอบ

พิจารณาการเขียน 12 ในรูปการคูณ

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

เนื่องจาก 2 และ 3 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 12

จะเรียกการเขียน $12 = 2 \times 2 \times 3$ ว่าเป็นการแยกตัวประกอบของ 12

เนื่องจาก 1, 12, 6 และ 4 ไม่เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 12

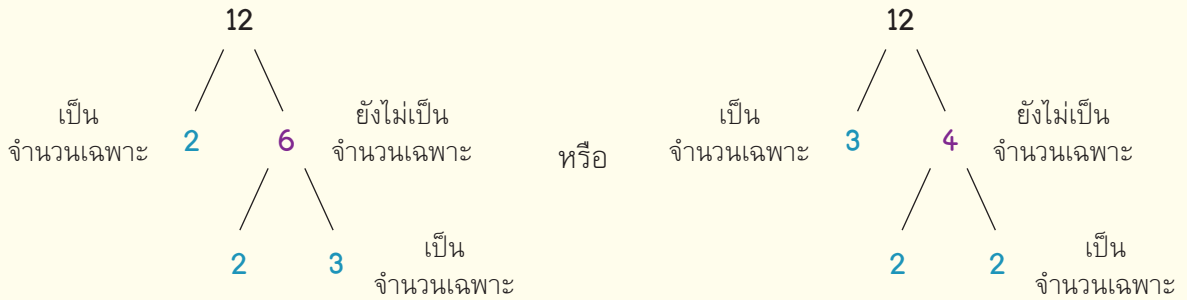
ดังนั้น $12 = 1 \times 12$

$$12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$

ไม่เรียกว่าเป็นการแยกตัวประกอบของ 12

พิจารณาการหาตัวประกอบของ 12 โดยใช้แผนภาพ



เขียนแสดงการแยกตัวประกอบของ 12 ได้ดังนี้

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ หรือ } 12 = 3 \times 2 \times 2$$

พิจารณาการหาตัวประกอบของ 12 โดยใช้การหาร

$$2 \overline{) 12} \text{ — นำตัวประกอบเฉพาะคือ 2 มาหาร 12}$$

$$2 \overline{) 6} \text{ — พิจารณาผลหารว่าเป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ พบว่า 6 ยังไม่เป็นจำนวนเฉพาะ ให้นำตัวประกอบเฉพาะมาหารต่อ}$$

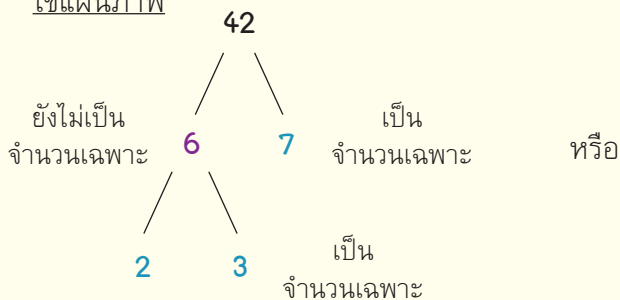
$$\underline{\underline{3}} \text{ — 3 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 12}$$

เขียนแสดงการแยกตัวประกอบของ 12 ได้ดังนี้

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

พิจารณาการหาตัวประกอบของ 42

ใช้แผนภาพ



จะได้ 2, 3 และ 7 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 42

เขียนแสดงการแยกตัวประกอบของ 42 ได้ดังนี้

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

ใช้การหาร

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

$$\underline{\underline{7}}$$

นักเรียนอาจใช้วิธีอื่น
ที่นอกเหนือจากนี้



การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ คือ ประโยคที่เขียนแสดงจำนวนนับนั้นในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ



ข้อชวนคิด

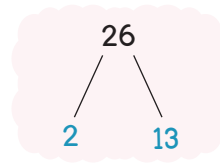
$47 = 1 \times 47$ เป็นการแยกตัวประกอบของ 47 หรือไม่ เพราะเหตุใด



ตัวอย่าง

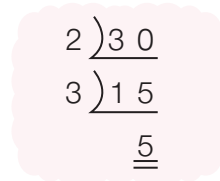
1) แยกตัวประกอบของ 26

ตอบ $26 = 2 \times 13$



2) แยกตัวประกอบของ 30

ตอบ $30 = 2 \times 3 \times 5$



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 4

แยกตัวประกอบของจำนวนนับต่อไปนี้

1) 14

2) 35

3) 55

4) 66

5) 72

6) 145

7) 178

8) 210

5.1 ตัวหารร่วม

พิจารณาการหาตัวหารของ 9 และ 12

จำนวนนับที่หาร 9 ลงตัว ได้แก่ 1, 3 และ 9

จำนวนนับที่หาร 12 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

จำนวนนับที่หารทั้ง 9 และ 12 ลงตัว คือ 1 และ 3

เรียก 1 และ 3 ว่า ตัวหารร่วมของ 9 และ 12

พิจารณาการหาตัวหารของ 10, 15 และ 20

จำนวนนับที่หาร 10 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 5 และ 10

จำนวนนับที่หาร 15 ลงตัว ได้แก่ 1, 3, 5 และ 15

จำนวนนับที่หาร 20 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4, 5, 10 และ 20

จำนวนนับที่หารทั้ง 10, 15 และ 20 ลงตัว คือ 1 และ 5

เรียก 1 และ 5 ว่า ตัวหารร่วมของ 10, 15 และ 20

จะสังเกตเห็นว่าตัวหารที่หารจำนวนนับลงตัวจะเป็นตัวประกอบของจำนวนนับนั้น



จำนวนนับที่หารจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปได้ลงตัว เรียกว่า ตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของจำนวนนับนั้น



ตัวอย่างที่ 1

หาตัวหารร่วมของจำนวนนับที่กำหนด

1) 10 และ 14

จำนวนนับที่หาร 10 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 5 และ 10

จำนวนนับที่หาร 14 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 7 และ 14

ดังนั้น ตัวหารร่วมของ 10 และ 14 คือ 1 และ 2

2) 6, 9 และ 18

จำนวนนับที่หาร 6 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3 และ 6

จำนวนนับที่หาร 9 ลงตัว ได้แก่ 1, 3 และ 9

จำนวนนับที่หาร 18 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18

ดังนั้น ตัวหารร่วมของ 6, 9 และ 18 คือ 1 และ 3

5.2 ตัวหารร่วมมาก

พิจารณาการหาตัวหารร่วมของ 9 และ 12

จำนวนนับที่หาร 9 ลงตัว ได้แก่ 1, 3 และ 9

จำนวนนับที่หาร 12 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตัวหารร่วมของ 9 และ 12 คือ 1 และ 3

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 9 และ 12 คือ 3

เรียก 3 ว่า ตัวหารร่วมมาก ของ 9 และ 12

พิจารณาการหาตัวหารร่วมของ 10, 15 และ 20

จำนวนนับที่หาร 10 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 5 และ 10

จำนวนนับที่หาร 15 ลงตัว ได้แก่ 1, 3, 5 และ 15

จำนวนนับที่หาร 20 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4, 5, 10 และ 20

ตัวหารร่วมของ 10, 15 และ 20 คือ 1 และ 5

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 10, 15 และ 20 คือ 5

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป เรียกว่า ตัวหารร่วมมาก
ใช้อักษรย่อ ห.ร.ม.



ตัวอย่างที่ 2

หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนด

1) 24 และ 36

วิธีทำ จำนวนนับที่หาร 24 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24

จำนวนนับที่หาร 36 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 และ 36

ตัวหารร่วมของ 24 และ 36 คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 24 และ 36 คือ 12

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24 และ 36 คือ 12

ตอบ ห.ร.ม. ของ 24 และ 36 คือ 12

2) 12, 30 และ 42

วิธีทำ จำนวนนับที่หาร 12 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

จำนวนนับที่หาร 30 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30

จำนวนนับที่หาร 42 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 และ 42

ตัวหารร่วมของ 12, 30 และ 42 คือ 1, 2, 3 และ 6

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 12, 30 และ 42 คือ 6

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 12, 30 และ 42 คือ 6

ตอบ ห.ร.ม. ของ 12, 30 และ 42 คือ 6

3) 7, 11 และ 13

วิธีทำ จำนวนนับที่หาร 7 ลงตัว ได้แก่ 1 และ 7

จำนวนนับที่หาร 11 ลงตัว ได้แก่ 1 และ 11

จำนวนนับที่หาร 13 ลงตัว ได้แก่ 1 และ 13

ตัวหารร่วมของ 7, 11 และ 13 คือ 1

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 7, 11 และ 13 คือ 1

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 7, 11 และ 13 คือ 1

ตอบ ห.ร.ม. ของ 7, 11 และ 13 คือ 1



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 5

หาตัวหารร่วมมากของจำนวนนับที่กำหนด

1) 4 และ 10

3) 12 และ 32

5) 15 และ 24

7) 30, 40 และ 60

9) 8, 22 และ 34

11) 13, 39 และ 65

13) 32, 96 และ 128

2) 8 และ 18

4) 12 และ 21

6) 90 และ 120

8) 14, 28 และ 34

10) 7, 49 และ 56

12) 45, 72 และ 108

14) 63, 84 และ 105

5.3 การหาตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

นอกจากการหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป โดยการหาตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของจำนวนนับเหล่านั้นแล้ว ยังมีวิธีการหา ห.ร.ม. อีก 2 วิธี คือ การหา ห.ร.ม. โดยวิธีแยกตัวประกอบ และการหา ห.ร.ม. โดยวิธีหาร

5.3.1 การหา ห.ร.ม. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

พิจารณาการแยกตัวประกอบของ 12 และ 18



3 เป็นตัวประกอบร่วม

$$\begin{array}{l} 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 18 = 2 \times 3 \times 3 \end{array}$$

2 เป็นตัวประกอบร่วม



2×3 เป็นตัวประกอบร่วม



จากการแยกตัวประกอบของ 12 และ 18 จะเห็นว่า
ตัวประกอบร่วมหรือตัวหารร่วมของ 12 และ 18 คือ 2, 3 และ 2×3
ดังนั้น ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 12 และ 18 คือ 2×3 หรือ 6
นั่นคือ ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 คือ 6

พิจารณาการแยกตัวประกอบของ 30 และ 45



5 เป็นตัวประกอบร่วม

$$\begin{array}{l} 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ 45 = 3 \times 3 \times 5 \end{array}$$

3 เป็นตัวประกอบร่วม



3×5 เป็นตัวประกอบร่วม



จากการแยกตัวประกอบของ 30 และ 45 จะเห็นว่า
 ตัวประกอบร่วมหรือตัวหารร่วมของ 30 และ 45 คือ 3, 5 และ 3×5
 ดังนั้น ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 30 และ 45 คือ 3×5 หรือ 15
 นั่นคือ ห.ร.ม. ของ 30 และ 45 คือ 15



เพื่อความสะดวก

อาจเขียนแสดงจำนวนที่เป็นตัวหารร่วม ดังนี้

$$\begin{array}{l} 30 = 2 \times \boxed{3} \times \boxed{5} \\ 45 = 3 \times \boxed{3} \times \boxed{5} \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} 30 = 2 \times \boxed{3 \times 5} \\ 45 = 3 \times \boxed{3 \times 5} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 30 และ 45 คือ $3 \times 5 = 15$

พิจารณาการแยกตัวประกอบของ 12, 16 และ 32

$$\begin{array}{l} 12 = \boxed{2 \times 2} \times 3 \\ 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ 32 = \boxed{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times 2 \end{array}$$

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 12, 16 และ 32 คือ 2×2 หรือ 4
 ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 12, 16 และ 32 คือ 4

การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีแยกตัวประกอบ
 ให้นำตัวประกอบร่วมหรือตัวหารร่วมมาคูณกัน ผลคูณที่ได้จะเป็น ห.ร.ม. ของจำนวนนับเหล่านั้น



ข้อชวนคิด

การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่ไม่สามารถแยกตัวประกอบได้ จะได้ ห.ร.ม.
 เป็นเท่าไร เพราะเหตุใด



ตัวอย่างที่ 3

หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีแยกตัวประกอบ

1) 40 และ 60

วิธีทำ $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$
 $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 40 และ 60 คือ $2 \times 2 \times 5 = 20$

ตอบ ๒๐

จะสังเกตเห็นว่า
ห.ร.ม. ของ 40 และ 60
จะไม่เกิน 60



2) 14, 42 และ 56

วิธีทำ $14 = 2 \times 7$
 $42 = 2 \times 3 \times 7$
 $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 14, 42 และ 56 คือ $2 \times 7 = 14$

ตอบ ๑๔

จะสังเกตเห็นว่า
ห.ร.ม. ของ 14, 42 และ 56
จะไม่เกิน 56



3) 16, 48 และ 72

วิธีทำ $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
 $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 16, 48 และ 72 คือ $2 \times 2 \times 2 = 8$

ตอบ ๘

จะสังเกตเห็นว่า
ห.ร.ม. ของ 16, 48 และ 72
จะไม่เกิน 72



ข้อชวนคิด

ทำไม ห.ร.ม. ของจำนวนนับ จึงไม่เกินจำนวนที่มากที่สุดที่นำมาหา ห.ร.ม.



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 6

1 หาจำนวนเต็มลงใน ให้ถูกต้อง

1) $25 = 5 \times \text{$

$80 = 2 \times 2 \times \text{$ $\times 5$

ห.ร.ม. ของ 25 และ 80 คือ

2) $20 = 2 \times 2 \times \text{$

$30 = 2 \times \text{$ $\times 5$

$40 = 2 \times 2 \times \text{$ $\times 5$

ห.ร.ม. ของ 20, 30 และ 40 คือ

3) $24 = 2 \times \text{$ $\times 2 \times 3$

$30 = 2 \times \text{$ $\times 5$

$72 = 2 \times 2 \times \text{$ $\times 3 \times$

ห.ร.ม. ของ 24, 30 และ 72 คือ

4) $60 = 2 \times 2 \times 3 \times \text{$

$70 = 2 \times \text{$ $\times 7$

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times \text{$ $\times 2 \times 3$

ห.ร.ม. ของ 60, 70 และ 96 คือ

2 หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีแยกตัวประกอบ

1) 17 และ 51

3) 27 และ 54

5) 10, 45 และ 75

7) 12, 36 และ 84

9) 38, 57 และ 95

2) 62 และ 74

4) 44 และ 76

6) 18, 21 และ 72

8) 32, 56 และ 88

10) 140, 160 และ 200

5.3.2 การหา ห.ร.ม. โดยวิธีหาร

พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 8 และ 12 โดยวิธีหาร ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาตัวหารร่วมของ 8 และ 12 เช่น 2
นำ 2 ไปหาร 8 และ 12 จะได้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 12} \\ \underline{4 \ 6} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 4 และ 6 ตามลำดับ

ตัวหารร่วมของ
8 และ 12 คือ
1, 2 และ 4



ขั้นที่ 2 นำตัวหารร่วมของ 4 และ 6 คือ 2
ไปหาร 4 และ 6 จะได้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \ 6} \\ \underline{2 \ 3} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 2 และ 3 ตามลำดับ

ตัวหารร่วมของ
4 และ 6 คือ 2



ขั้นที่ 3 ไม่มีจำนวนนับใดนอกจาก 1 ที่หาร 2 และ 3 ได้ลงตัว
ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 8 และ 12 คือ $2 \times 2 = 4$

จากขั้นตอนการหา ห.ร.ม. ของ 8 และ 12 โดยวิธีหารข้างต้น อาจแสดงวิธีการหาร ดังนี้



$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 8 \ 12} \\ \underline{2 \ 3} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 8 และ 12 คือ 4

4 หาร 8 และ 12
ได้ลงตัว



พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 18, 54 และ 108 โดยวิธีหาร ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาตัวหารร่วมของ 18, 54 และ 108 เช่น 2
นำ 2 ไปหาร 18, 54 และ 108 จะได้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \ 54 \ 108} \\ \underline{9 \ 27 \ 54} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 9, 27 และ 54 ตามลำดับ

ตัวหารร่วมของ
18, 54 และ 108
คือ 1, 2, 3, 6 และ 9



ขั้นที่ 2 นำตัวหารร่วมของ 9, 27 และ 54 คือ 3
ไปหาร 9, 27 และ 54 จะได้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \ 54 \ 108} \\ 3 \overline{) 9 \ 27 \ 54} \\ \underline{3 \ 9 \ 18} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 3, 9 และ 18 ตามลำดับ

ตัวหารร่วมของ
9, 27 และ 54
คือ 3 และ 9



ขั้นที่ 3 นำตัวหารร่วมของ 3, 9 และ 18 คือ 3

ไปหาร 3, 9 และ 18 จะได้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \ 54 \ 108} \\ 3 \overline{) 9 \ 27 \ 54} \\ 3 \overline{) 3 \ 9 \ 18} \\ \underline{1 \ 3 \ 6} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 1, 3 และ 6 ตามลำดับ

ตัวหารร่วมของ
3, 9 และ 18
คือ 3



ขั้นที่ 4 ไม่มีจำนวนนับใดนอกจาก 1 ที่หาร 1, 3 และ 6 ได้ลงตัว

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 18, 54 และ 108 คือ $2 \times 3 \times 3 = 18$



จากขั้นตอนการหา ห.ร.ม. ของ 18, 54 และ 108
โดยวิธีหารข้างต้นอาจแสดงวิธีการหาร ดังนี้

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 18 \ 54 \ 108} \\ \underline{1 \ 3 \ 6} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 18, 54 และ 108 คือ 18

18 หาร 18, 54 และ
108 ได้ลงตัว



การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีหาร มีขั้นตอน ดังนี้

1. ในแต่ละขั้นตอนของการหาร จำนวนที่นำไปหารต้องเป็นตัวหารร่วมของทุกจำนวน ซึ่งอาจมีหลายจำนวน เลือกจำนวนใดก่อนก็ได้
2. การหารจะยุติเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของทุกจำนวนที่ต้องการหาร
3. ห.ร.ม. ที่ได้คือผลคูณของตัวหารร่วมที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอนหรือใช้ตัวหารร่วมที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะหารทุกจำนวนที่ต้องการหารได้เพียงครั้งเดียว จำนวนนั้นคือ ห.ร.ม.



ตัวอย่างที่ 4

หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีหาร

1) 15 และ 45

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 5 \overline{) 15 \ 45} \\ 3 \overline{) 3 \ 9} \\ \underline{1 \ 3} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 15 และ 45

คือ $5 \times 3 = 15$

ตอบ ๑๕

หรือ

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 15 \ 45} \\ \underline{1 \ 3} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 15 และ 45

คือ 15

2) 24, 32 และ 64

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 32 \ 64} \\ 2 \overline{) 12 \ 16 \ 32} \\ 2 \overline{) 6 \ 8 \ 16} \\ \underline{3 \ 4 \ 8} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24, 32 และ 64

คือ $2 \times 2 \times 2 = 8$

ตอบ ๘

หรือ

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 24 \ 32 \ 64} \\ \underline{3 \ 4 \ 8} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24, 32 และ 64

คือ 8

3) 36, 66 และ 114

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 66 \ 114} \\ 3 \overline{) 18 \ 33 \ 57} \\ \underline{6 \ 11 \ 19} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36, 66 และ 114

คือ $2 \times 3 = 6$

ตอบ ๖

หรือ

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 36 \ 66 \ 114} \\ \underline{6 \ 11 \ 19} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36, 66 และ 114

คือ 6

4) 48, 72 และ 96

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \ 72 \ 96} \\ 2 \overline{) 24 \ 36 \ 48} \\ 2 \overline{) 12 \ 18 \ 24} \\ 3 \overline{) 6 \ 9 \ 12} \\ \underline{2 \ 3 \ 4} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 48, 72 และ 96

คือ $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

ตอบ ๒๔

หรือ

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 48 \ 72 \ 96} \\ \underline{2 \ 3 \ 4} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 48, 72 และ 96

คือ 24



ข้อชวนคิด

ถ้า ห.ร.ม. ของจำนวนนับสองจำนวน คือ 15 และผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 75 จำนวนทั้งสองนั้นจะเป็นจำนวนคู่ใดบ้าง



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 7

1 หาจำนวนเต็มลงใน ให้ถูกต้อง

1) 20 และ 30

$$\begin{array}{r} \boxed{} \overline{) 20 \quad 30} \\ \underline{2 \quad 3} \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 20 และ 30 คือ

2) 12, 16 และ 24

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 6 \quad \boxed{}} \\ \boxed{} \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\ \underline{3 \quad 4 \quad 6} \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 12, 16 และ 24 คือ

2 หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีหาร

1) 10 และ 35

2) 16 และ 40

3) 20 และ 50

4) 9 และ 51

5) 21 และ 63

6) 48 และ 72

7) 25 และ 80

8) 15, 45 และ 60

9) 34, 51 และ 68

10) 14, 49 และ 63

11) 48, 64 และ 102

12) 33, 66 และ 121

3 ตอบคำถามต่อไปนี้

1) หาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 80 และ 640 ลงตัว

2) หาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 42, 98 และ 154 ลงตัว

3) หาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 16, 24 และ 72 ลงตัว

4) หาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 20, 24 และ 32 ลงตัว

5) หาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 48, 108 และ 144 ลงตัว

6.1 ตัวคูณร่วมน้อย

พิจารณาพหุคูณของ 4 และ 6

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ... เป็นพหุคูณของ 4 หรือผลคูณของ 4
 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ... เป็นพหุคูณของ 6 หรือผลคูณของ 6
 เรียก 12, 24, 36, ... ว่าพหุคูณร่วมหรือผลคูณร่วมของ 4 และ 6
 12 เป็นพหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดหรือผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 4 และ 6
 เรียก 12 ว่าตัวคูณร่วมน้อยของ 4 และ 6

พิจารณาพหุคูณของ 5, 10 และ 15

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, ... เป็นพหุคูณของ 5 หรือผลคูณของ 5
 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, ... เป็นพหุคูณของ 10 หรือผลคูณของ 10
 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, ... เป็นพหุคูณของ 15 หรือผลคูณของ 15
 เรียก 30, 60, 90, ... ว่าพหุคูณร่วมหรือผลคูณร่วมของ 5, 10 และ 15
 30 เป็นพหุคูณร่วมที่น้อยที่สุด หรือผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 5, 10 และ 15
 เรียก 30 ว่าตัวคูณร่วมน้อยของ 5, 10 และ 15

พิจารณาพหุคูณของ 12, 24 และ 36

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 136, 144, 156, 168, 180, 192, 204, 216, ... เป็นพหุคูณของ 12 หรือผลคูณของ 12
 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, ... เป็นพหุคูณของ 24 หรือผลคูณของ 24
 36, 72, 108, 144, 182, 216, 252, 288, ... เป็นพหุคูณของ 36 หรือผลคูณของ 36
 เรียก 72, 144, 216, ... ว่าพหุคูณร่วมหรือผลคูณร่วมของ 12, 24 และ 36
 72 เป็นพหุคูณร่วมที่น้อยที่สุด หรือผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 12, 24 และ 36
 เรียก 72 ว่าตัวคูณร่วมน้อยของ 12, 24 และ 36

พหุคูณร่วมหรือผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป
 เรียกว่า ตัวคูณร่วมน้อย ใช้ตัวย่อ ค.ร.น.



ตัวอย่างที่ 1

หา ค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนด

1) 3 และ 5

วิธีทำ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, ... เป็นพหุคูณของ 3

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, ... เป็นพหุคูณของ 5

พหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 3 และ 5 คือ 15

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 3 และ 5 คือ 15

ตอบ ๑๕

2) 6, 9 และ 18

วิธีทำ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ... เป็นพหุคูณของ 6

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ... เป็นพหุคูณของ 9

18, 36, 54, 72, 90, 108, ... เป็นพหุคูณของ 18

พหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 6, 9 และ 18 คือ 18

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6, 9 และ 18 คือ 18

ตอบ ๑๘

3) 12, 24 และ 36

วิธีทำ 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 196, 208, 220, 232, ... เป็นพหุคูณของ 12

24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, 264, ... เป็นพหุคูณของ 24

36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, 288, 324, 360, ... เป็นพหุคูณของ 36

พหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 12, 24 และ 36 คือ 72

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 12, 24 และ 36 คือ 72

ตอบ ๗๒



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 8

หา ค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนด

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) 5 และ 7 | 2) 10 และ 20 |
| 3) 15 และ 60 | 4) 48 และ 96 |
| 5) 16, 80 และ 128 | 6) 11, 44 และ 132 |
| 7) 27, 108 และ 216 | 8) 9, 72 และ 144 |
| 9) 13, 65 และ 195 | 10) 7, 105 และ 315 |
| 11) 48, 192 และ 384 | 12) 90, 270 และ 540 |

6.2 การหาตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

นอกจากการหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป โดยการหาพหุคูณร่วมหรือผลคูณร่วมน้อยที่สุดของจำนวนนับเหล่านั้นแล้ว ยังมีวิธีการหา ค.ร.น. อีก 2 วิธี คือ การหา ค.ร.น. โดยวิธีแยกตัวประกอบ และการหา ค.ร.น. โดยวิธีหาร

6.2.1 การหา ค.ร.น. โดยวิธีแยกตัวประกอบ

1 เมื่อพิจารณาพหุคูณของ 6 และ 8 จะได้

6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, ... เป็นพหุคูณของ 6

8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, ... เป็นพหุคูณของ 8

จะเห็นว่า 24 เป็นพหุคูณร่วมน้อยที่สุดหรือผลคูณร่วมน้อยที่สุดของ 6 และ 8

จะได้ 24 เป็น ค.ร.น. ของ 6 และ 8

อาจเขียนแสดงวิธีหา ค.ร.น. ของ 6 และ 8 ได้ดังนี้



จากการแยกตัวประกอบของ 6 และ 8
จะเห็นว่า 2 เป็นตัวประกอบร่วมของ 6 และ 8

นำตัวประกอบร่วมและตัวประกอบที่เหลือมาคูณกันจะได้ $2 \times 3 \times 2 \times 2 = 24$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6 และ 8 คือ 24

$$\begin{array}{l}
 6 = 2 \times 3 \\
 8 = 2 \times 2 \times 2
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $2 \times 3 \times 2 \times 2 = 24$

2 พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 15, 20 และ 30 โดยวิธีแยกตัวประกอบ ดังนี้

$$\begin{aligned} 15 &= 3 \times 5 \\ 20 &= 2 \times 2 \times 5 \\ 30 &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

5 เป็นตัวประกอบร่วมของ 15, 20 และ 30

2 เป็นตัวประกอบร่วมของ 20 และ 30

3 เป็นตัวประกอบร่วมของ 15 และ 30



เขียนแสดงวิธีหา ค.ร.น. ของ 15, 20 และ 30 ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 15 &= 3 \times 5 \\ 20 &= 2 \times 2 \times 5 \\ 30 &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

ตัวประกอบร่วม 3 จำนวน

ตัวประกอบที่เหลือ

ตัวประกอบร่วม 2 จำนวน

$$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

นำตัวประกอบที่เป็นตัวประกอบร่วมของ 15, 20 และ 30 อย่างน้อยสองจำนวน และตัวประกอบที่เหลือมาคูณกัน

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 15, 20 และ 30 คือ 60

การหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีแยกตัวประกอบ หาได้จากผลคูณของตัวประกอบร่วมของจำนวนนับเหล่านั้นตั้งแต่สองจำนวนและตัวประกอบที่เหลือทุกจำนวนของจำนวนนับนั้น ๆ



ตัวอย่างที่ 2

หา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนด โดยวิธีแยกตัวประกอบ

1) 15 และ 45

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 15 &= 3 \times 5 \\ 45 &= 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

ค.ร.น. ของ 15 และ 45 คือ $3 \times 3 \times 5 = 45$

ตอบ ๔๕

จะสังเกตเห็นว่า ค.ร.น.
ของ 15 และ 45
จะเท่ากับ 45



2) 6, 12 และ 16

วิธีทำ

$$\begin{array}{l} 6 = 2 \times 3 \\ 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 6, 12 และ 16 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

ตอบ ๔๘

จะสังเกตเห็นว่า ค.ร.น.
ของ 6, 12 และ 16
จะมากกว่า 16



ข้อชวนคิด

ทำไม ค.ร.น. ของจำนวนนับจึงเท่ากับหรือมากกว่าจำนวนนับที่มากที่สุด
ที่นำมาหา ค.ร.น.



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 9

1 หาจำนวนเต็มลงใน ให้ถูกต้อง

1) $25 = 5 \times \text{$

$70 = 2 \times 5 \times \text{$

ค.ร.น. ของ 25 และ 70 คือ $2 \times 5 \times \text{$ $\times 7 = \text{$

2) $6 = 2 \times \text{$

$12 = 2 \times 2 \times \text{$

$20 = \text{$ $\times 2 \times 5$

ค.ร.น. ของ 6, 12 และ 20 คือ $2 \times 2 \times \text{$ $\times 5 = \text{$

2 หา ค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีแยกตัวประกอบ

1) 28 และ 76

2) 16 และ 80

3) 22 และ 121

4) 57 และ 152

5) 10, 30 และ 50

6) 42, 84 และ 126

6.2.2 การหา ค.ร.น. โดยวิธีหาร

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 8 และ 20 โดยวิธีหาร ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาตัวหารร่วมของ 8 และ 20 เช่น 2

นำ 2 ไปหาร 8 และ 20 จะได้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 20} \\ \underline{4 \ 10} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 4 และ 10 ตามลำดับ

ตัวหารร่วมของ 8 และ 20 คือ 1, 2 และ 4



ขั้นที่ 2 นำตัวหารร่วมของ 4 และ 10 คือ 2

ไปหาร 4 และ 10 จะได้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 20} \\ 2 \overline{) 4 \ 10} \\ \underline{2 \ 5} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 2 และ 5 ตามลำดับ

ตัวหารร่วมของ 4 และ 10 คือ 2



ขั้นที่ 3 ไม่มีจำนวนนับใด นอกจาก 1 ที่หาร 2 และ 5 ได้ลงตัว

ตัวคูณร่วมน้อยที่สุดของ 8 และ 20 หาได้จากนำตัวหารและผลหารมาคูณกัน

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 8 และ 20 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$



จากขั้นตอนการหา ค.ร.น. ของ 8 และ 20 โดยวิธีหารข้างต้น อาจแสดงวิธีการหาร ดังนี้

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 8 \ 20} \\ \underline{2 \ 5} \end{array}$$

4 หาร 8 และ 20 ได้ลงตัว



ดังนั้น ค.ร.น. ของ 8 และ 20 คือ $4 \times 2 \times 5 = 40$

พิจารณาการหาตัวหารร่วมของ ค.ร.น. ของ 30, 36 และ 108 โดยวิธีหาร ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาตัวหารร่วมของ 30, 36 และ 108 เช่น 6

นำ 6 ไปหาร 30, 36 และ 108 จะได้

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 30 \quad 36 \quad 108} \\ \underline{5 \quad 6 \quad 18} \end{array}$$

ได้ผลหารเป็น 5, 6 และ 18

ขั้นที่ 2 หาตัวหารร่วมของ 5, 6 และ 18 พบว่าไม่มีจำนวนนับใดที่มากกว่า 1 ที่หารทั้งสามจำนวน ได้ลงตัว จึงต้องหาตัวหารร่วมอย่างน้อย 2 จำนวน เช่น 6 หาร 6 และ 18 จะได้

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 30 \quad 36 \quad 108} \\ 6 \overline{) 5 \quad 6 \quad 18} \\ \underline{5 \quad 1 \quad 3} \end{array}$$

6 หาร 5 ไม่ลงตัว เขียน 5 ไว้คงเดิม

6 หาร 6 และ 18 ได้ผลหารเป็น 1 และ 3 ตามลำดับ



ขั้นที่ 3 ไม่มีจำนวนนับใดนอกจาก 1 ที่หาร 5, 1 หรือ 3 ได้ลงตัว อย่างน้อยสองจำนวน ดังนั้น ค.ร.น. ของ 30, 36 และ 108 คือ $6 \times 6 \times 5 \times 1 \times 3 = 540$

การหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีหาร มีขั้นตอนดังนี้

1. ในแต่ละขั้นตอนการหาร จำนวนที่นำไปหารต้องเป็นตัวหารร่วมของทุกจำนวนหรืออย่างน้อยสองจำนวน ซึ่งอาจมีหลายจำนวน เลือกจำนวนใดก่อนก็ได้
2. การหารจะยุติเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของจำนวนใด ๆ ที่ต้องการหาร
3. ค.ร.น. ที่ได้คือ ผลคูณของตัวหารร่วมที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอน และจำนวนที่เหลือทุกจำนวนจากการหาร



ตัวอย่างที่ 3

หา ค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีหาร

1) 6 และ 30

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \quad 30} \\ \underline{1 \quad 5} \end{array}$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6 และ 30 คือ $6 \times 1 \times 5 = 30$

ตอบ ๓๐

2) 16, 24 และ 32

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 16 \quad 24 \quad 32} \\ 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \\ \underline{1 \quad 3 \quad 2} \end{array}$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 16, 24 และ 32 คือ $8 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 96$

ตอบ ๙๖



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 10

1 หา ค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนด โดยวิธีหาร

1) 9 และ 15

2) 10 และ 25

3) 12 และ 16

4) 18 และ 27

5) 24 และ 30

6) 28 และ 42

7) 9, 18 และ 36

8) 5, 10 และ 15

9) 16, 32 และ 60

10) 20, 40 และ 80

11) 30, 60 และ 120

12) 50, 100 และ 200

2 ตอบคำถามต่อไปนี้

1) หาจำนวนที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 24 และ 60 ลงตัว

2) หาจำนวนที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 35 และ 91 ลงตัว

3) หาจำนวนที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 18 และ 36 ลงตัว

4) หาจำนวนที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 16, 28 และ 40 ลงตัว

5) หาจำนวนที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 45, 95 และ 180 ลงตัว

6) หาจำนวนที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 76, 114 และ 171 ลงตัว

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เป็นสถานการณ์ปัญหาหรือข้อความต่าง ๆ เกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ในการหาคำตอบหรือข้อสรุป ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหามีดังนี้

- 1) วิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยการอ่านโจทย์ให้ละเอียดว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ถามอะไร
- 2) หาแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา โดยหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม และเลือกแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา
- 3) แสดงวิธีหาคำตอบ
- 4) ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบก่อนตอบ

พิจารณาการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

แม่ค้ามีผลไม้ 3 ลัง ลังแรกเป็นมังคุด 24 ผล ลังที่สองเป็นแอปเปิลเขียว 36 ผล และลังที่สามเป็นส้ม 30 ผล ต้องการจัดผลไม้เป็นกอง กองละเท่า ๆ กัน โดยแต่ละกองเป็นผลไม้ชนิดเดียวกัน แม่ค้าจะจัดผลไม้แต่ละชนิดได้มากที่สุดกี่กอง กองละกี่ผล

วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

แม่ค้ามีผลไม้ 3 ลัง

- ลังแรกเป็นมังคุด 24 ผล
- ลังที่สองเป็นแอปเปิลเขียว 36 ผล
- ลังที่สามเป็นส้ม 30 ผล

ต้องการจัดผลไม้เป็นกอง กองละเท่า ๆ กัน
โดยแต่ละกองเป็นผลไม้ชนิดเดียวกัน

โจทย์ถามอะไร

แม่ค้าจะจัดผลไม้แต่ละชนิดได้มากที่สุดกี่กอง
กองละกี่ผล

หาแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา

หาคำตอบโดยวิธีใด

ใช้ความรู้เรื่อง ห.ร.ม. หาจำนวนผลไม้แต่ละชนิด
ที่จัดเป็นกองโดยใช้การหาร

แสดงวิธีหาคำตอบ

นำจำนวนผลไม้แต่ละชนิดมาหา ห.ร.ม. โดยใช้การหารดังนี้

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 24 \quad 36 \quad 30} \\ 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 10} \\ \hline 4 \quad 6 \quad 5 \end{array}$$

เป็นจำนวนกองของ
ผลไม้แต่ละชนิด

ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 30 คือ $3 \times 2 = 6$

แม้ค้าจัดผลไม้ได้ทั้งหมด $4 + 6 + 5 = 15$ กอง กองละ 6 ผล

ตรวจสอบคำตอบ

มีมังคุด $4 \times 6 = 24$ ผล

มีแอปเปิล $6 \times 6 = 36$ ผล

มีส้ม $5 \times 6 = 30$ ผล

ซึ่งผลไม้แต่ละชนิดตรงตามที่โจทย์กำหนด

ตอบ แม้ค้าจัดผลไม้แต่ละชนิดได้มากที่สุด ๑๕ กอง กองละ ๖ ผล

พิจารณาการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

นาฬิกาปลุก 3 เรือน เรือนที่ 1 ตั้งปลุกทุก ๆ 15 นาที เรือนที่ 2 ตั้งปลุกทุก ๆ 30 นาที และเรือนที่ 3 ตั้งปลุกทุก ๆ 1 ชั่วโมง ถ้านาฬิกาทั้ง 3 เรือน เริ่มปลุกพร้อมกันครั้งแรกเวลา 08.00 น. แล้วนาฬิกาทั้ง 3 เรือนจะปลุกพร้อมกันครั้งต่อไปเวลาใด

วิเคราะห์โจทย์ปัญหา

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

นาฬิกาปลุก 3 เรือน

เรือนที่ 1 ตั้งปลุกทุก ๆ 15 นาที

เรือนที่ 2 ตั้งปลุกทุก ๆ 30 นาที

และเรือนที่ 3 ตั้งปลุกทุก ๆ 1 ชั่วโมง

ถ้านาฬิกาทั้ง 3 เรือน เริ่มปลุกพร้อมกัน
ครั้งแรกเวลา 08.00 น.

โจทย์ถามอะไร

นาฬิกาทั้ง 3 เรือนจะปลุกพร้อมกัน
ครั้งต่อไปเวลาใด

หาแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา

หาคำตอบโดยวิธีใด

ใช้ความรู้เรื่อง ค.ร.น. หาเวลาที่นาฬิกา
จะปลุกพร้อมกัน โดยใช้การหาร

แสดงวิธีหาคำตอบ

นำเวลาที่นาฬิกาแต่ละเรือนได้ตั้งปลุกไว้มาหา ค.ร.น. โดยใช้การหาร ดังนี้

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 15 \quad 30 \quad 60} \\ 2 \overline{) 1 \quad 2 \quad 4} \\ \underline{1 \quad 1 \quad 2} \end{array}$$

จะเห็นว่านำ 1 มาคูณ
กับจำนวนใด ๆ ผลคูณจะได้เท่ากับ
จำนวนนั้นจึงไม่จำเป็นต้องเขียน

ค.ร.น. ของ 15, 30 และ 60 คือ $15 \times 2 \times 2 = 60$

อีก 60 นาที นาฬิกาทั้ง 3 เรือนจะปลุกพร้อมกันอีกครั้ง

เนื่องจากนาฬิกาปลุกพร้อมกันครั้งแรก 08.00 น. และอีก 60 นาที
นาฬิกาจึงจะปลุกพร้อมกัน

ดังนั้น นาฬิกาจะปลุกพร้อมกันครั้งต่อไปเวลา 09.00 น.



ตรวจสอบคำตอบโดยใช้แผนภาพ

เวลา	08.00 น.	08.15 น.	08.30 น.	08.45 น.	09.00 น.
นาฬิกาเรือนที่ 1	✓	✓	✓	✓	✓
นาฬิกาเรือนที่ 2	✓		✓		✓
นาฬิกาเรือนที่ 3	✓				✓

จากแผนภาพจะเห็นว่านาฬิกาทั้ง 3 เรือน จะปลุกพร้อมกันอีกครั้ง เวลา 09.00 น.

ตอบ นาฬิกาจะปลุกพร้อมกันครั้งต่อไป เวลา ๐๙.๐๐ น.



ตัวอย่าง

แสดงวิธีทำและตรวจสอบคำตอบ

- 1) พ่อมีเชือกสามเส้นยาว 12 เมตร 20 เมตร และ 28 เมตร ตามลำดับ ต้องการตัดเชือกเป็นเส้นสั้น ๆ โดยแต่ละเส้นยาวเท่ากันและยาวมากที่สุด โดยไม่ให้เหลือเศษ พ่อจะตัดเชือกได้ยาวเส้นละกี่เมตร และตัดได้ทั้งหมดกี่เส้น

วิธีทำ หาความยาวเชือกที่ยาวเท่ากัน และยาวมากที่สุด โดยหา ห.ร.ม.

ของ 12, 20 และ 28

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

จะได้ ห.ร.ม. ของ 12, 20 และ 28 คือ $2 \times 2 = 4$

นั่นคือ ต้องตัดเชือกเป็นเส้นสั้น ๆ ยาวเส้นละ 4 เมตร

เชือกเส้นที่ 1



เชือกเส้นแรกตัดได้ $12 \div 4 = 3$ เส้น

เชือกเส้นที่ 2



เชือกเส้นที่สองตัดได้ $20 \div 4 = 5$ เส้น

เชือกเส้นที่ 3



เชือกเส้นที่สามตัดได้ $28 \div 4 = 7$ เส้น

ดังนั้น พ่อตัดเชือกได้ทั้งหมด $3 + 5 + 7 = 15$ เส้น

ตรวจสอบคำตอบ

เชือกเส้นที่ 1 ยาว $3 \times 4 = 12$ เมตร

เชือกเส้นที่ 2 ยาว $5 \times 4 = 20$ เมตร

เชือกเส้นที่ 3 ยาว $7 \times 4 = 28$ เมตร

ซึ่งเท่ากับที่โจทย์กำหนด

ดังนั้น พ่อจะตัดเชือกโดยไม่เหลือเศษ ได้ยาวเส้นละ 4 เมตร และตัดได้ทั้งหมด 15 เส้น

ตอบ พ่อจะตัดเชือกโดยไม่เหลือเศษได้ยาวเส้นละ 4 เมตร และตัดได้ทั้งหมด 15 เส้น

- 2) กระดาษแผ่นหนึ่งกว้าง 63 เซนติเมตร ยาว 90 เซนติเมตร ต้องการตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ใหญ่ที่สุดและมีขนาดเท่า ๆ กัน โดยไม่เหลือเศษ จะต้องตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละกี่เซนติเมตร และได้จำนวนทั้งหมดกี่แผ่น

วิธีทำ หาความยาวด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มากที่สุด

โดยหา ห.ร.ม. ของ 63 และ 90

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63 \quad 90} \\ 3 \overline{) 21 \quad 30} \\ \hline 7 \quad 10 \end{array}$$

หรือคิดอีกวิธี ดังนี้

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 63 \quad 90} \\ \hline 7 \quad 10 \end{array}$$

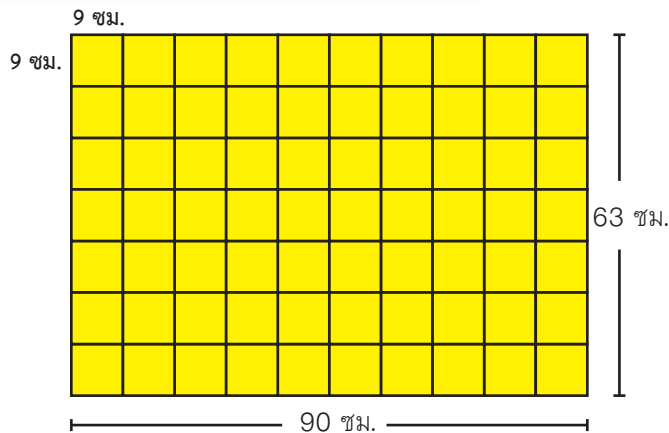
ห.ร.ม. ของ 63 และ 90 คือ 9

จะได้ ห.ร.ม. ของ 63 และ 90 คือ $3 \times 3 = 9$

นั่นคือ ต้องตัดกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 9 เซนติเมตร

และจะได้ จำนวนทั้งหมด $7 \times 10 = 70$ แผ่น

ตรวจสอบคำตอบโดยใช้ภาพ



ตอบ ตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ ๙ เซนติเมตร และได้กระดาษทั้งหมด ๗๐ แผ่น

- 3) ลูกเสือสองคน คนแรกตีระฆังทุก ๆ 45 นาที คนที่สองตีระฆังทุก ๆ 75 นาที ถ้าครั้งแรกตีระฆังพร้อมกัน 09.00 น. แล้วลูกเสือทั้งสองคนจะตีระฆังพร้อมกันเมื่อเวลาใด

วิธีทำ หาเวลาที่ลูกเสือทั้งสองคนจะตีระฆังพร้อมกันอีกครั้ง

โดยหา ค.ร.น. ของ 45 และ 75

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

ค.ร.น. ของ 45 และ 75 คือ $3 \times 5 \times 3 \times 5 = 225$

นั่นคือ ลูกเสือทั้งสองคนจะตีระฆังพร้อมกันอีกครั้งเมื่อเวลาผ่านไป 225 นาที
หรือ 3 ชั่วโมง 45 นาที

ลูกเสือทั้งสองคนตีระฆังพร้อมกันครั้งแรกเมื่อเวลา 09.00 น.

ดังนั้น ลูกเสือทั้งสองคนจะตีระฆังพร้อมกันอีกครั้งเวลา 12.45 น.

ตรวจสอบคำตอบ

จากเวลา 12.45 น. ถึงเวลา 09.00 น.

คิดเป็นระยะเวลา 3 ชั่วโมง 45 นาที

หรือ $(3 \times 60) + 45 = 225$ นาที

ดังนั้น 12.45 น. จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ตอบ ลูกเสือทั้งสองคนจะตีระฆังพร้อมกันอีกครั้งเวลา ๑๒.๔๕ น.

- 4) ชมรมคณิตศาสตร์นัดประชุมทุก ๆ 4 สัปดาห์ ชมรมภาษาอังกฤษนัดประชุมทุก ๆ 6 สัปดาห์ และชมรมกีฬานัดประชุมทุก ๆ 3 สัปดาห์ ถ้าทั้งสามชมรมเริ่มประชุมครั้งแรกพร้อมกัน อีกกี่สัปดาห์ทั้งสามชมรมจึงจะประชุมพร้อมกันอีกครั้ง

วิธีทำ หาเวลาที่ชมรมทั้งสามจะประชุมพร้อมกันอีกครั้ง

โดยหา ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \ 6 \ 3} \\ 3 \overline{) 2 \ 3 \ 3} \\ \underline{2 \ 1 \ 1} \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 3 คือ $2 \times 3 \times 2 = 12$

ดังนั้น อีก 12 สัปดาห์ ทั้งสามชมรมจึงจะประชุมพร้อมกันอีกครั้ง

ตรวจสอบคำตอบ

ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 3 คือ 12

จะได้ $12 \div 4 = 3$

$12 \div 6 = 2$

$12 \div 3 = 4$

กล่าวคือ 12 เป็นจำนวนที่ 4, 6 และ 3 ทหารลงตัว

ดังนั้น 12 จึงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ตอบ อีก ๑๒ สัปดาห์ ทั้งสามชมรมจึงจะประชุมพร้อมกันอีกครั้ง



กิจกรรมเสริมทักษะที่ 11

แสดงวิธีทำ

- 1 แม่น้ำมีมะม่วงเขียวเสวย 50 ผล มะม่วงฟ้าลั่น 60 ผล ต้องการจัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน โดยแต่ละถุงมีจำนวนมะม่วงมากที่สุดและไม่เหลือเศษ และมะม่วงแต่ละชนิดไม่ปนกัน แม่น้ำจะจัดมะม่วงใส่ถุงได้และมีกี่ถุง ถุงละกี่ผล
- 2 เชือกสองเส้นยาว 40 เมตร และยาว 56 เมตร ต้องการตัดเป็นเส้น เส้นละเท่า ๆ กัน ให้แต่ละเส้นยาวที่สุดและไม่เหลือเศษ เชือกแต่ละเส้นมีความยาวเท่าไร และตัดได้กี่เส้น
- 3 กระดาษแผ่นหนึ่งกว้าง 60 เซนติเมตร ยาว 90 เซนติเมตร นำมาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้มีขนาดใหญ่ที่สุดและมีขนาดเท่า ๆ กันโดยไม่เหลือเศษ จะตัดกระดาษได้ยาวด้านละเท่าไร และได้กระดาษกี่แผ่น
- 4 ท่อน้ำสามท่อนยาว 2 เมตร 3 เมตร และ 6 เมตร ตามลำดับ ถ้าต้องการตัดท่อน้ำให้มีความยาวเท่ากันเป็นท่อน ๆ โดยไม่เหลือเศษ จะได้ท่อน้ำทั้งหมดกี่ท่อน
- 5 มีลวดสามเส้น เส้นที่หนึ่งยาว 45 เมตร เส้นที่สองยาว 55 เมตร และเส้นที่สามยาว 65 เมตร ถ้าตัดแบ่งเป็นเส้นสั้น ๆ ให้ยาวเท่า ๆ กัน และยาวมากที่สุดจะได้ลวดยาวเส้นละกี่เมตร และตัดได้ลวดทั้งหมดกี่เส้น
- 6 มานะแบ่งมะพร้าวเป็นกองกองละเท่า ๆ กันครั้งแรกแบ่งเป็นกองละ 10 ผลครั้งที่สองแบ่งเป็นกองกองละ 12 ผล ครั้งที่สามแบ่งเป็นกองละ 16 ผล มานะมีมะพร้าวอย่างน้อยกี่ผล
- 7 ต่าย เตย และตาลวิ่งรอบสนามจากที่เดียวกัน ต่ายวิ่งรอบสนาม 1 รอบ ใช้เวลา 4 นาที เตยวิ่งรอบสนาม 1 รอบใช้เวลา 6 นาที และตาลวิ่งรอบสนาม 1 รอบใช้เวลา 8 นาที อีกนานเท่าไร คนทั้งสามจึงจะวิ่งผ่านจุดเริ่มต้นพร้อมกันอีกครั้ง
- 8 ร้านขนมขายขนมหม้อแกงชิ้นละ 10 บาท ขนมสังขยาฟักทองชิ้นละ 25 บาท และขนมถ้วยฟูชิ้นละ 5 บาท ถ้าแบ่งซื้อขนมแต่ละอย่างเป็นจำนวนเงินเท่ากัน แบ่งจะจ่ายเงินซื้อขนมอย่างน้อยที่สุดกี่บาท และได้ขนมอย่างละกี่ชิ้น
- 9 รถโดยสารประจำทาง กรุงเทพฯ - นครปฐม มีผู้ให้บริการ 3 บริษัท โดยบริษัท A รถออกทุก ๆ 20 นาที บริษัท B รถออกทุก ๆ 30 นาที และบริษัท C รถออกทุก ๆ 45 นาที ถ้ารถโดยสารประจำทางของทั้ง 3 บริษัท เริ่มต้นออกเดินทางพร้อมกันเวลา 05.00 น. รถทั้งสามบริษัท จะออกเดินทางพร้อมกันอีกครั้งเวลาใด
- 10 แม่น้ำมีส้มอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อหยิบใส่ถุง ถุงละ 8 ผล หรือ ถุงละ 10 ผล หรือถุงละ 12 ผล จะหยิบใส่ถุงได้พอดี แม่น้ำมีส้มอยู่อย่างน้อยที่สุดกี่ผล



สรุปสาระสำคัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

1

ตัวประกอบของจำนวนนับ

ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว

2

จำนวนเฉพาะ

จำนวนนับที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 กับตัวมันเอง เรียกจำนวนนับนั้นว่า จำนวนเฉพาะ

3

ตัวประกอบเฉพาะ

ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ ที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า ตัวประกอบเฉพาะ

4

การแยกตัวประกอบ

การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ คือ ประโยคที่เขียนแสดงจำนวนนับนั้นในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ

5

ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

จำนวนนับที่หารจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปได้ลงตัว เรียกว่า ตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมของจำนวนนับนั้น ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป เรียกว่า ตัวหารร่วมมากที่สุดใช้ตัวย่อ ห.ร.ม.

การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีแยกตัวประกอบ

ให้นำตัวประกอบร่วมหรือตัวหารร่วมมาคูณกัน ผลคูณที่ได้จะเป็น ห.ร.ม. ของจำนวนนับเหล่านั้น

การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีหาร มีขั้นตอน ดังนี้

1. ในแต่ละขั้นตอนของการหาร จำนวนที่นำไปหารต้องเป็นตัวหารร่วมของทุกจำนวนซึ่งอาจมีหลายจำนวน เลือกจำนวนใดก่อนก็ได้
2. การหารจะยุติเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของทุกจำนวนที่ต้องการหาร
3. ห.ร.ม. ที่ได้คือผลคูณของตัวหารร่วมที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอนหรือใช้ตัวหารร่วมที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะหารทุกจำนวนที่ต้องการหารได้เพียงครั้งเดียว จำนวนนั้นคือ ห.ร.ม.

6

ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

พหุคูณร่วมหรือผลคูณร่วมน้อยที่สุดของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป เรียกว่า ตัวคูณร่วมน้อย ใช้ตัวย่อ ค.ร.น.

การหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีแยกตัวประกอบ หาได้จากผลคูณของตัวประกอบร่วมของจำนวนนับเหล่านั้นตั้งแต่สองจำนวนและตัวประกอบที่เหลือทุกจำนวนของจำนวนนับนั้น ๆ

การหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปโดยวิธีหาร มีขั้นตอนดังนี้

1. ในแต่ละขั้นตอนการหาร จำนวนที่นำไปหารต้องเป็นตัวหารร่วมของทุกจำนวนหรืออย่างน้อยสองจำนวน ซึ่งอาจมีหลายจำนวน เลือกจำนวนใดก่อนก็ได้
2. การหารจะยุติเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของจำนวนใด ๆ ที่ต้องการหาร
3. ค.ร.น. ที่ได้คือ ผลคูณของตัวหารร่วมที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอน และจำนวนที่เหลือทุกจำนวนจากการหาร

7

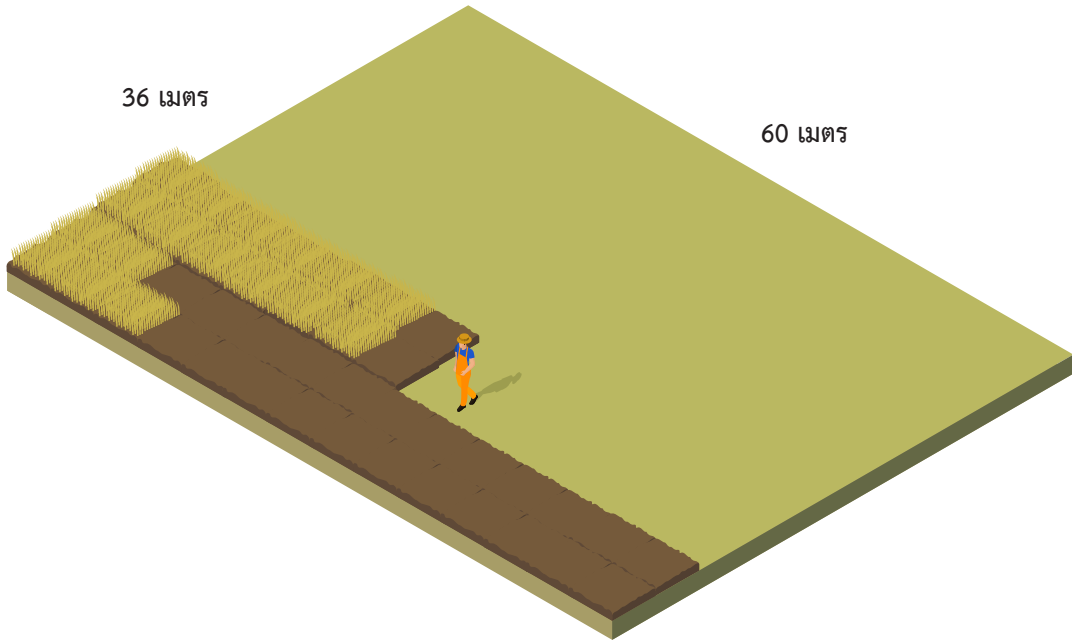
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เป็นสถานการณ์ปัญหาหรือข้อความต่าง ๆ เกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ในการหาคำตอบหรือข้อสรุป ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหามีดังนี้

- 1) วิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยการอ่านโจทย์ให้ละเอียดว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ถามอะไร
- 2) หาแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา โดยหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม และเลือกแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา
- 3) แสดงวิธีหาคำตอบ
- 4) ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบก่อนตอบ



กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

- 1) แสดงวิธีทำจากสถานการณ์
ตามีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 36 เมตร ยาว 60 เมตร ดังรูป



ต้องการแบ่งที่ดินออกเป็นแปลงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดใหญ่ที่สุดและมีขนาดเท่า ๆ กัน โดยไม่เหลือเศษ ตาจะแบ่งที่ดินได้ทั้งหมดกี่แปลง

- 2) หาความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับสองจำนวนใดๆ



คำถามชวนคิด

ห.ร.ม. ของจำนวนนับสองจำนวนใด ๆ หาร ค.ร.น. ของจำนวนนับสองจำนวนนั้น ได้ลงตัวเสมอหรือไม่ เพราะเหตุใด