

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

ผู้เรียบเรียง

ผศ. ดร.เฉลิมพงศ์ วรวรโณทัย

ผศ. ดร.วรกฤษณ์ ศุภพร

ผู้ตรวจ

ผศ. ดร.วรรณรัตน์ รุ่งโรจน์ธีระ

ผศ. ดร.ภาสวรรณ นพแก้ว

อรพรรณ สุวรรณเสน

บรรณาธิการ

งามพร้อม อ่อนบัวขาว

อภิชาติ ทวีบุตร

ไกรวิชญ์ เหล่าปรีดา

ชื่อผลงาน : หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1

โดย : บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด

พิมพ์ครั้งที่ 1 : 2565

จำนวนพิมพ์ : 10,000 เล่ม

ISBN : 978-616-8172-24-7

จัดพิมพ์ และจัดจำหน่ายโดย : บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด

ที่อยู่ : บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด (สำนักงานใหญ่)

444 ชั้น 14 อาคารเอ็ม บี เค ทาวเวอร์ ถนนพญาไท

แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330

ข้อสงวนสิทธิ์

สงวนลิขสิทธิ์ © พ.ศ. 2559 โดย บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด ห้ามมิให้เผยแพร่ต่อสาธารณะ
ลอกเลียน ทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง แก้ไข เรียบเรียง จัดพิมพ์เนื้อหา ภาพประกอบ หรือส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ รวมถึงกระทำการอื่นใดที่ก่อให้เกิดความเสียหายแก่เจ้าของลิขสิทธิ์ เว้นแต่จะได้รับ
อนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากเจ้าของลิขสิทธิ์

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑ ได้เรียบเรียงเนื้อหาสาระให้มีความสอดคล้องตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ สำหรับให้สถานศึกษาใช้ประกอบการเรียนการสอนและใช้เป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่กระบวนการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยหนังสือเล่มนี้มีการจัดเรียงลำดับหน่วยการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องเชื่อมโยงเป็นไปในทิศทางเดียวกันและลำดับเนื้อหา มีความต่อเนื่อง เรียงจากง่ายไปยาก ซึ่งประกอบด้วยส่วนของเนื้อหา แบบฝึกหัด กิจกรรมการเรียนรู้ มีการวัดผลและประเมินผล เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหา เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาเยาวชนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับยุคปัจจุบัน ขอขอบคุณคณะผู้สอน ตลอดจนหน่วยงานและบุคลากรทุกท่านที่มีส่วนในการจัดทำหนังสือเล่มนี้ไว้ ณ โอกาสนี้ หากมีข้อบกพร่องหรือข้อเสนอแนะประการใด ทางคณะผู้จัดทำยินดีน้อมรับคำติชม เพื่อนำมาปรับปรุงและพัฒนาให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น

คณะผู้จัดทำ

คำชี้แจงการใช้หนังสือ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่มนี้ได้ออกแบบให้มีส่วนประกอบที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนมากขึ้นจากเนื้อหาหลัก ดังนี้



ทดสอบความพร้อม

เป็นการทดสอบเพื่อวัดความพร้อม
ก่อนเริ่มเรียนเนื้อหา



รู้ก่อนเรียน

เป็นความรู้ที่ควรรู้ก่อนเริ่มเรียนเนื้อหา

คำสำคัญ



เป็นคำศัพท์ที่ต้องการให้ค้นหาความหมาย
ระหว่างเรียน



สาระสำคัญ

เป็นการสรุปเนื้อหาในบทเรียน บทนิยาม
สมบัติ ทฤษฎีบท สัจพจน์ หรือขั้นตอน
วิธีการต่าง ๆ

น้องลองทำ

เป็นโจทย์ที่ให้ทำหลังจากศึกษาตัวอย่าง

คำถามระหว่างเรียน

เป็นคำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้คิด

ถอดบทเรียน

เป็นความรู้ที่ได้จากการสังเกตหรือ
การสรุปจากตัวอย่าง



แนะแนวคิด



เป็นการอธิบายเพิ่มเติม



มุกคณิต

เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เสริมให้
ระหว่างเรียน



นำรู้ระบุสำคัญ

เป็นความรู้เสริมหรือเกร็ดความรู้
ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา



ควรระวัง

เป็นการอธิบายสิ่งที่มีโอกาส
พลาดบ่อย หรือสิ่งที่ควรระวัง



กิจกรรมระหว่างเรียน

เป็นกิจกรรมที่เน้นการลงมือปฏิบัติ
เพื่อฝึกการสังเกต การคิด หรือสรุปเป็น
ความรู้ใหม่



โจทย์ประยุกต์

เป็นโจทย์ระดับยากที่ใช้ความรู้ที่เรียน
สามารถดูแนวคิดได้ทาง QR Code



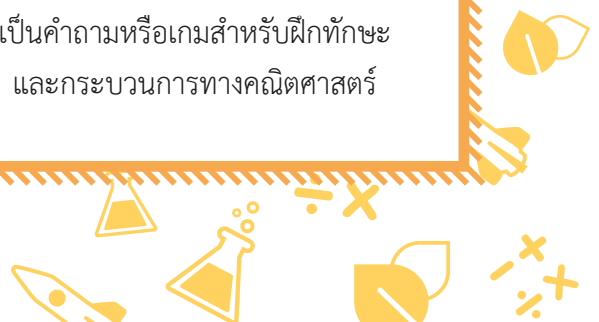
สรุปความรู้

เป็นการสรุปเนื้อหาของบทเรียน



MATH PUZZLE

เป็นคำถามหรือเกมสำหรับฝึกทักษะ
และกระบวนการทางคณิตศาสตร์



แบบฝึกทักษะ



เป็นโจทย์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ระหว่างเรียน
มี 3 ระดับ ดังนี้

- * ง่าย
- ** ปานกลาง
- *** ยาก



ทบทวนตัวเอง

เป็นการประเมินความรู้ที่เรียนด้วยตัวเองและ
สามารถเชื่อมโยงกลับไปยังเรื่องที่ไม่เข้าใจได้



คณิตศาสตร์ รอบตัว

เป็นเรื่องราวที่นำความรู้จากบทเรียน
ไปประยุกต์ใช้ได้



กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ใช้ความรู้ที่ได้
จากบทเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหา



แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้

เป็นการทดสอบเพื่อประเมินว่าเรื่องใด
ที่ทำได้ดีและเรื่องใดที่ต้องพัฒนา

คำถามประลองยุทธ์



เป็นโจทย์ท้าทายความคิด
หลังเรียนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้



วิธีการใช้งานคิวอาร์โค้ด

สำหรับการเรียนรู้ออนไลน์ ภายในหนังสือเรียน



วิธีใช้งานสื่อการเรียนรู้ออนไลน์บนคอมพิวเตอร์



1. ค้นหาข้อความ **URL** (ที่อยู่ของเว็บไซต์) ที่อยู่บนหนังสือเรียนด้านข้างคิวอาร์โค้ด

2. **พิมพ์ URL** ลงในโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์บนคอมพิวเตอร์ เพื่อเข้าถึงสื่อการเรียนรู้ออนไลน์

สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สาระการเรียนรู้	2
ทดสอบความพร้อม	3
รู้ก่อนเรียน	3
1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	4
2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	14
2.1 สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน	15
2.2 สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน	20
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	34
คณิตศาสตร์รอบตัว	41
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	42
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	43
คำถามประลองยุทธ์	45

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนาม ดีกรีสูงกว่าสอง

สาระการเรียนรู้	48
ทดสอบความพร้อม	49
รู้ก่อนเรียน	50
1. ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	51
1.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง	52
1.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์	54
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลบวกของกำลังสามและผลต่างของกำลังสาม	62
3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองบางรูป	71
คณิตศาสตร์รอบตัว	78
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	79
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	80
คำถามประลองยุทธ์	82

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สาระการเรียนรู้	84
ทดสอบความพร้อม	85
รู้ก่อนเรียน	86
1. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	87
1.1 รูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	88
1.2 คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	90
2. การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	96
2.1 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบ	97
2.2 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์	110
2.3 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการใช้สูตร	116
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว	124
คณิตศาสตร์รอบตัว	138
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	139
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	140
คำถามประลองยุทธ์	143

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความคล้าย

สาระการเรียนรู้	146
ทดสอบความพร้อม	147
รู้ก่อนเรียน	149
1. รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	150
2. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	165
2.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	166
2.2 การประยุกต์ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกัน	173
3. การนำไปใช้	182
คณิตศาสตร์รอบตัว	191
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	192
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	193
คำถามประลองยุทธ์	198

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

สาระการเรียนรู้	200
ทดสอบความพร้อม	201
รู้ก่อนเรียน	201
1. สมการของพาราโบลา	202
2. กราฟของพาราโบลา	208
2.1 พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$	209
2.2 พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$	214
2.3 พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$	221
2.4 พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$	228
2.5 พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$	235
3. การนำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ ในการแก้ปัญหา	241
คณิตศาสตร์รอบตัว	251
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	252
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	253
คำถามประลองยุทธ์	256

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 สถิติ (3)

สาระการเรียนรู้	258
ทดสอบความพร้อม	259
รู้ก่อนเรียน	259
1. ควอร์ไทล์	260
2. แผนภาพกล่อง	270
3. การแปลความหมายของข้อมูลจาก แผนภาพกล่อง	284
คณิตศาสตร์รอบตัว	294
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	295
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	296
คำถามประลองยุทธ์	299
แหล่งอ้างอิงรูปภาพ บรรณานุกรม	

• สารบัญ QR Code •

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว			
บทที่	เรื่อง	รายละเอียด	หน้า
		ทดสอบความพร้อม	3
1	อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	โจทย์ประยุกต์	7
		ทบทวนตัวเอง	13
2	การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	โจทย์ประยุกต์	28
		ทบทวนตัวเอง	33
3	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	โจทย์ประยุกต์	38
		ทบทวนตัวเอง	40
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง			
		ทดสอบความพร้อม	49
1	ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	โจทย์ประยุกต์	58
		ทบทวนตัวเอง	61
2	การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลบวกของกำลังสามและผลต่างของกำลังสาม	โจทย์ประยุกต์	68
		ทบทวนตัวเอง	70
3	การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองบางรูป	โจทย์ประยุกต์	72
		ทบทวนตัวเอง	77
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว			
		ทดสอบความพร้อม	85
1	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	โจทย์ประยุกต์	92
		ทบทวนตัวเอง	95
2	การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	โจทย์ประยุกต์	121
		ทบทวนตัวเอง	123
3	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	โจทย์ประยุกต์	128
		โจทย์ประยุกต์	133
		ทบทวนตัวเอง	137

• สารบัญ QR Code •

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความคล้าย			
บทที่	เรื่อง	รายละเอียด	หน้า
		ทดสอบความพร้อม	147
1	รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	โจทย์ประยุกต์	160
		ทบทวนตัวเอง	164
2	รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	โจทย์ประยุกต์	177
		ทบทวนตัวเอง	181
3	การนำไปใช้	โจทย์ประยุกต์	187
		ทบทวนตัวเอง	190
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง			
		ทดสอบความพร้อม	201
1	สมการของพาราโบลา	โจทย์ประยุกต์	205
		ทบทวนตัวเอง	207
2	กราฟของพาราโบลา	การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 1	211
		การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 2	212
		การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 3	215
		การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 4	217
		โจทย์ประยุกต์	219
		การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 5	222
		การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 6	224
		การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 7	229
		การนำเทคโนโลยีมาใช้กิจกรรมที่ 8	231
		โจทย์ประยุกต์	233
		โจทย์ประยุกต์	237
		ทบทวนตัวเอง	240
3	การนำความรู้เรื่องพาราโบลาไปใช้ในการแก้ปัญหา	ทบทวนตัวเอง	250

• สารบัญ QR Code •

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 สถิติ (3)			
		ทดสอบความพร้อม	259
1	ควอร์ไทล์	โจทย์ประยุกต์	265
		ทบทวนตัวเอง	269
2	แผนภาพกล่อง	โจทย์ประยุกต์	273
		ทบทวนตัวเอง	283
3	การแปลความหมายของข้อมูลจากแผนภาพกล่อง	โจทย์ประยุกต์	289
		ทบทวนตัวเอง	293

NOTE



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ร้านอาหารแห่งหนึ่ง ถ้าสมัครเป็นสมาชิกรายปีจะได้รับส่วนลดอาหารทั้งหมด 10% โดยมีค่าสมัครสมาชิก 300 บาท ถ้านักเรียนสมัครสมาชิกและไปรับประทานอาหารที่ร้านอาหารแห่งนี้ครั้งละ 200 บาท นักเรียนจะต้องไปรับประทานอาหารอย่างน้อยปีละกี่ครั้ง จึงจะคุ้มค่ากับการสมัครสมาชิก ซึ่งจะได้เรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ **อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**



สาระการเรียนรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$6a \geq 30$$

2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- 2.1 สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน
- 2.2 สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน



3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากันเพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ทำแบบทดสอบออนไลน์ที่

<https://uqr.to/vdjjy>



ทดสอบความพร้อม

ใช้ทบทวนก่อนขั้นตอนที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. จงบอกว่าสมการแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่

1) $x(x - 1) + 2 = 8$

4) $3k - 6 = 0$

2) $x^2 + y^2 = 1$

5) $h - j = 3$

3) $a + 30 = 33$

6) $34 - m = 30$

ใช้ทบทวนก่อนขั้นตอนที่ 2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. จงหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้

1) $x - 4 = 5$

4) $6j + 18 = 27$

2) $\frac{4y}{5} - 3 = 1$

5) $17 + \frac{z}{2} = -5$

3) $\frac{a - 10}{4} = a$

6) $6 + b - 4(b - 3) = 7b$



รู้ก่อนเรียน

สมบัติของการเท่ากันที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีดังนี้

1) สมบัติสมมาตร

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ เมื่อ a และ b แทนจำนวนจริงใด ๆ

2) สมบัติถ่ายทอด

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

3) สมบัติการบวก

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

4) สมบัติการคูณ

ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ



1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การป้องกันและควบคุมการแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 (โควิด-19) ในประเทศไทยนักเรียนจะเห็นว่าสถานที่ต่าง ๆ ได้ติดตั้งเครื่องตรวจวัดอุณหภูมิ เพื่อคัดกรองคนที่จะเข้าสถานที่นั้นหากอุณหภูมิร่างกายมีค่าเกิน 37.5 องศาเซลเซียส จะไม่อนุญาตให้เข้าไปยังสถานที่ต่าง ๆ ถ้าอุณหภูมิร่างกายของนักเรียนมีค่า 37.5 องศาเซลเซียส นักเรียนจะได้รับอนุญาตให้เข้าไปยังสถานที่ต่าง ๆ หรือไม่ คำถามข้างต้น สามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้เรื่อง **อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**



จุดประสงค์การเรียนรู้

- นักเรียนสามารถ
- เขียนอสมการจากข้อความที่กำหนดได้
- สามารถเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

คำสำคัญ



- อสมการ
- อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- คำตอบของอสมการ

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก่อนหน้านี้นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้วว่าสมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมายเท่ากับ (=) แสดงการเท่ากันของจำนวนสองจำนวน ในหน่วยการเรียนรู้นี้นักเรียนจะได้เรียนรู้การเปรียบเทียบหรือหาคำตอบในประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย $>$ $<$ $\geq$ หรือ $\neq$ เช่น “รินดามีน้ำหนักไม่ถึง 60 กิโลกรัม” เขียนแทนได้เป็น $x < 60$ โดยที่ x แทนน้ำหนักของรินดา หรือ “นาเดียมีเงินเหลือมากกว่า 20 บาท” เขียนแทนได้เป็น $y > 20$ โดยที่ y แทนจำนวนเงินที่เหลือของนาเดีย ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนจริงโดยมีสัญลักษณ์ $>$ $<$ $\geq$ หรือ $\neq$ เรียกว่า “อสมการ (inequality)”

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการอ่านและความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ของจำนวน

สัญลักษณ์	คำอ่าน	ความหมาย
$x < 5$	x น้อยกว่า 5	x มีค่าน้อยกว่า 5
		x มีค่าไม่ถึง 5
$x > 5$	x มากกว่า 5	x มีค่ามากกว่า 5
		x มีค่าเกิน 5
$x \leq 5$	x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5	x มีค่าไม่เกิน 5
		x มีค่าไม่มากกว่า 5
		x มีค่าอย่างมาก 5
$x \geq 5$	x มากกว่าหรือเท่ากับ 5	x มีค่าไม่น้อยกว่า 5
		x มีค่าอย่างน้อย 5
		x มีค่าตั้งแต่ 5 ขึ้นไป
$x \neq 5$	x ไม่เท่ากับ 5	จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 5

ตัวอย่างที่ 1

จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความที่กำหนดให้

- 1) “ $3x - 2$ น้อยกว่า 18”
- 2) “ $4y$ มีค่าไม่เกิน 55”
- 3) “8 ไม่เท่ากับ $2m$ ”
- 4) “ $6a$ มีค่าไม่น้อยกว่า 30”
- 5) “27 มีค่ามากกว่า 19”

- ตอบ
- 1) $3x - 2 < 18$
 - 2) $4y \leq 55$
 - 3) $8 \neq 2m$
 - 4) $6a \geq 30$
 - 5) $27 > 19$



มุมคณิต

อาจแทนความสัมพันธ์
มากกว่าหรือเท่ากับ ด้วย
สัญลักษณ์ $\geq$ และแทน
ความสัมพันธ์ น้อยกว่าหรือ
เท่ากับ ด้วยสัญลักษณ์ $\leq$

นักเรียนจะสังเกตได้ว่า อสมการบางอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้
ซึ่งอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับ 1 เรียกว่า
อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อสมการต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- 1) $\frac{4}{3}y > 9y + 17$
- 2) $x + 1 < 13$
- 3) $a \geq 5$
- 4) $14y \leq 2$
- 5) $6x + 7 \neq 19$



มุมคณิต

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b \neq 0$$

โดยที่ a, b เป็นค่าคงตัว และ x เป็นตัวแปร

น้องลองทำ

จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความที่กำหนดให้

1. $4x + 9$ มีค่าไม่เกิน 97
2. 25 น้อยกว่า 26
3. $11y$ มากกว่าหรือเท่ากับ 20
4. $5n$ ไม่เท่ากับ $6m$
5. 135 มากกว่า 54

ศึกษาโจทย์ประยุกต์เพิ่มเติมที่

<https://uqr.to/vdk1>



อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อาจเป็นได้ทั้งอสมการที่เป็นจริงหรืออสมการที่เป็นเท็จ ขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปร เช่น

กำหนดอสมการ $15 - 3x > -2$

ถ้าแทน $x = 2$ $15 - 3x = 15 - 3(2) = 9$

จะได้ $9 > -2$ ซึ่งเป็นอสมการที่เป็นจริง

ถ้าแทน $x = 6$ $15 - 3x = 15 - 3(6) = -3$

จะได้ $-3 > -2$ ซึ่งเป็นอสมการที่เป็นเท็จ

จึงกล่าวได้ว่า 2 เป็นเพียงคำตอบหนึ่งของอสมการ $15 - 3x > -2$

8



สาระสำคัญ

คำตอบของอสมการ คือ จำนวนจริงที่แทนค่าของตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

เพื่อให้เข้าใจมากขึ้น ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2

จงหาคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1) $x \leq 4$

2) $y \neq 1$

3) $n < n + 6$

4) $m \geq m + 1$

วิธีทำ 1) จากอสมการ $x \leq 4$

แทน $x = 2$ จะได้ $2 \leq 4$ อสมการเป็นจริง

แทน $x = 4$ จะได้ $4 \leq 4$ อสมการเป็นจริง

แทน $x = 5$ จะได้ $5 \leq 4$ อสมการเป็นเท็จ

เนื่องจาก เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4

ในอสมการ $x \leq 4$ จะได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x \leq 4$ คือจำนวนจริงทุกจำนวน

ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4

ตอบ

2) จากอสมการ $y \neq 1$

เนื่องจาก เมื่อแทน y ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 1

ในอสมการ $y \neq 1$ จะได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $y \neq 1$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่ใช่ 1

ตอบ

3) $n < n + 6$

เนื่องจาก เมื่อแทน n ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในอสมการ $n < n + 6$

แล้วจะทำให้ได้สมการที่เป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $n < n + 6$ คือจำนวนจริงทุกจำนวน

ตอบ

4) $m \geq m + 1$

เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดแทน m ในอสมการ $m \geq m + 1$

แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของอสมการ $m \geq m + 1$

ตอบ

จากตัวอย่างที่ 2 สามารถสรุปคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ได้เป็น 3 แบบ ดังนี้

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ
เช่น ข้อที่ 1 และ 2
2. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ
เช่น ข้อที่ 3
3. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ
เช่น ข้อที่ 4

น้องลองทำ

จงหาคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1. $a > 2$

3. $b \geq b - 2$

2. $x - 1 > x$

4. $y \neq 2$



จากตัวอย่างข้างต้น นักเรียนสามารถแสดงคำตอบของอสมการได้โดยใช้กราฟแสดงเส้นจำนวนจริงที่เป็นคำตอบของอสมการเหล่านั้น เช่น

กำหนดอสมการ $-1 < x \leq 2$ โดยที่ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ทำให้อสมการนี้เป็นจริง

จะพบว่า จำนวนจริงที่เป็นคำตอบของอสมการ $-1 < x \leq 2$ คือจำนวนจริงที่มากกว่า -1 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 2 จะได้กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $-1 < x \leq 2$ เป็นดังนี้



โดย วงกลมโปร่ง ล้อมจุดที่แทนจำนวนที่ไม่เป็นคำตอบของอสมการ

วงกลมทึบ ทับจุดที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ

เส้นทึบ ลากผ่านจุดที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ

เพื่อเพิ่มความเข้าใจให้มากยิ่งขึ้น นักเรียนสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จากตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3

จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $x \neq 22$

2) $m < 0$

3) $n \geq -1$

วิธีทำ

1) $x \neq 22$

x เป็นจำนวนจริงทุกจำนวนที่มีค่าที่ไม่เท่ากับ 22
สามารถใช้กราฟแสดงคำตอบของอสมการดังนี้



ตอบ

2) $m < 0$

m เป็นจำนวนจริงทุกจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า 0
สามารถใช้กราฟแสดงคำตอบของอสมการดังนี้



ตอบ

3) $n \geq -1$

n เป็นจำนวนจริงทุกจำนวนที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ -1
สามารถใช้กราฟแสดงคำตอบของอสมการดังนี้



ตอบ

ให้นักเรียนลองแทนค่าตัวแปร
เพื่อพิจารณาคำตอบของ
อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

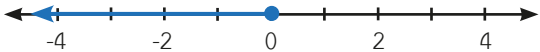
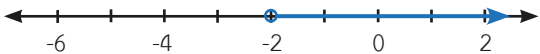
น้องลองทำ

จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $x \leq 0.5$
2. $y > -2$
3. $x \neq 4$

ตัวอย่างที่ 4

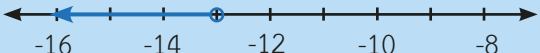
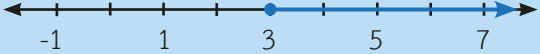
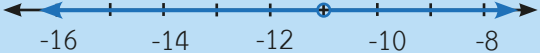
จงหาว่ากราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้แสดงจำนวนใดบ้าง

- 1) 
- 2) 
- 3) 

- ตอบ 1) จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0
 2) จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -2
 3) จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่ใช่ 8

น้องลองทำ

จงหาว่ากราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้แสดงจำนวนใดบ้าง

1. 
2. 
3. 



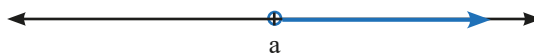
นักเรียนสามารถเขียนกราฟแสดงคำตอบของจำนวนจริงที่มีค่าไม่น้อยกว่า -20 แต่ไม่ถึง 40 ได้อย่างไร



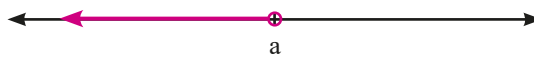
สรุปความรู้

1. อสมการ เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนจริงโดยมีสัญลักษณ์ $>$ $<$ $\geq$ $\leq$ หรือ $\neq$
2. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับ 1
3. กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถเขียนได้ดังนี้

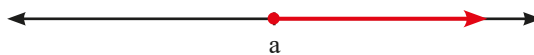
$$x > a$$



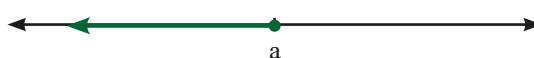
$$x < a$$



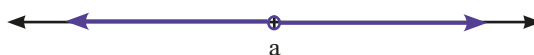
$$x \geq a$$



$$x \leq a$$



$$x \neq a$$



แบบฝึกทักษะ 1



1. (*) จงเขียนประโยคสัญลักษณ์จากข้อความที่กำหนดให้

1) $1 - 3y$ มีค่ามากกว่า 0

5) $m + 17$ มีค่าไม่เกิน -1

2) $5b - 1$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ -4

6) $\frac{a}{4}$ มีค่าไม่ถึง 2

3) $n - 1$ มีค่าไม่เท่ากับ -9

7) $\frac{x}{3}$ มีค่าไม่เกิน 7

4) y บวกด้วย $\frac{1}{2}$ มีค่าไม่เท่ากับ $3y - 5$

8) หาร $3p - 1$ ด้วย 11 มีค่ามากกว่า 6 เท่าของ p

2. (*) จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1) $x > 1$

4) $y \leq -1$

2) $x \neq 3$

5) $m \geq -0.5$

3) $-2 < y < 4$

6) $3.5 < x \leq 6$

3. (*) จงหาว่ากราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้แสดงจำนวนใดบ้าง

1)



2)



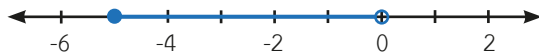
3)



4)



5)

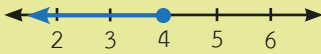
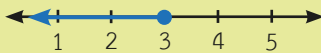




ทบทวนตัวเอง

จงพิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วตอบว่า “ถูกต้อง” หรือ “ไม่ถูกต้อง”

เรื่องที่ 1

- 1) อสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้
- 2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 2
- 3) $1 + 3y$ มีค่ามากกว่า 0 เขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ $1 + 3y \geq 0$
- 4) $5b - 1 \geq -4$ เป็นประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความ $5b - 1$ มากกว่าหรือเท่ากับ -4
- 5) 5 เป็นคำตอบหนึ่งของอสมการ $2p - 8 \geq -3$
- 6) คำตอบของอสมการ $y \leq 4$ เขียนเป็นกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้

- 7)


เป็นกราฟที่แสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 3

หลังจากทบทวนตัวเอง ตรวจสอบความถูกต้องได้ที่

<https://uqr.to/vdk2>

