

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๒

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

ผู้เรียบเรียง

ผศ. ดร.เฉลิมพงศ์ วรวรโนทัย

ผศ. ดร.วรกฤษณ์ ศุภพร

ผู้ตรวจ

ผศ. ดร.วรรณรัตน์ รุ่งโรจน์ธีระ

ผศ. ดร.ภาสวรรณ นพแก้ว

อรพรรณ สุวรรณแสน

บรรณาธิการ

งามพร้อม อ่อนบัวขาว

อภิชาติ ทวีบุตร

ไกรวิชญ์ เหล่าปรีดา

ชื่อผลงาน : หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2

โดย : บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด

พิมพ์ครั้งที่ 1 : 2565

จำนวนพิมพ์ : 10,000 เล่ม

ISBN : 978-616-8172-25-4

จัดพิมพ์ และจัดจำหน่ายโดย : บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด

ที่อยู่ : บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด (สำนักงานใหญ่)

444 ชั้น 14 อาคารเอ็ม บี เค ทาวเวอร์ ถนนพญาไท

แขวงวังใหม่ เขตปทุมวันกรุงเทพมหานคร 10330

ข้อสงวนสิทธิ์

สงวนลิขสิทธิ์ © พ.ศ. 2559 โดย บริษัท เลิร์น เอ็ดดูเคชั่น จำกัด ห้ามมิให้เผยแพร่ต่อสาธารณะ
ลอกเลียน ทำซ้ำ คัดลอก ดัดแปลง แก้ไข เรียบเรียง จัดพิมพ์เนื้อหา ภาพประกอบ หรือส่วนหนึ่งส่วนใด
ของหนังสือเล่มนี้ รวมถึงกระทำการอื่นใดที่ก่อให้เกิดความเสียหายแก่เจ้าของลิขสิทธิ์ เว้นแต่จะได้รับ
อนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากเจ้าของลิขสิทธิ์

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๒ ได้เรียบเรียงเนื้อหาสาระให้มีความสอดคล้องตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ สำหรับให้สถานศึกษาใช้ประกอบการเรียนการสอนและใช้เป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่กระบวนการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยหนังสือเล่มนี้มีการจัดเรียงลำดับหน่วยการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องเชื่อมโยงเป็นไปในทิศทางเดียวกันและลำดับเนื้อหา มีความต่อเนื่อง เรียงจากง่ายไปยาก ซึ่งประกอบด้วยส่วนของเนื้อหา แบบฝึกหัด กิจกรรมการเรียนรู้ มีการวัดผลและประเมินผล เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหา เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาเยาวชนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับยุคปัจจุบัน ขอขอบคุณคณะผู้สอน ตลอดจนหน่วยงานและบุคลากรทุกท่านที่มีส่วนในการจัดทำหนังสือเล่มนี้ไว้ ณ โอกาสนี้ หากมีข้อบกพร่องหรือข้อเสนอแนะประการใด ทางคณะผู้จัดทำยินดีน้อมรับคำติชม เพื่อนำมาปรับปรุงและพัฒนาให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น

คณะผู้จัดทำ

คำชี้แจงการใช้หนังสือ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่มนี้ได้ออกแบบให้มีส่วนประกอบที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนมากขึ้นจากเนื้อหาหลัก ดังนี้



ทดสอบความพร้อม

เป็นการทดสอบเพื่อวัดความพร้อม
ก่อนเริ่มเรียนเนื้อหา



รู้ก่อนเรียน

เป็นความรู้ที่ควรรู้ก่อนเริ่มเรียนเนื้อหา

คำสำคัญ



เป็นคำศัพท์ที่ต้องการให้ค้นหาความหมาย
ระหว่างเรียน



สาระสำคัญ

เป็นการสรุปเนื้อหาในบทเรียน บทนิยาม
สมบัติ ทฤษฎีบท สัจพจน์ หรือขั้นตอน
วิธีการต่าง ๆ

น้องลองทำ

เป็นโจทย์ที่ให้ทำหลังจากศึกษาตัวอย่าง

คำถามระหว่างเรียน

เป็นคำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้คิด

ถอดบทเรียน

เป็นความรู้ที่ได้จากการสังเกตหรือ
การสรุปจากตัวอย่าง



แนะแนวคิด



เป็นการอธิบายเพิ่มเติม



มุกคณิต

เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เสริมให้
ระหว่างเรียน



น่ารู้ระบุสำคัญ

เป็นความรู้เสริมหรือเกร็ดความรู้
ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา



ควรระวัง

เป็นการอธิบายสิ่งที่มีโอกาส
พลาดบ่อย หรือสิ่งที่ควรระวัง



กิจกรรมระหว่างเรียน

เป็นกิจกรรมที่เน้นการลงมือปฏิบัติ
เพื่อฝึกการสังเกต การคิด หรือสรุปเป็น
ความรู้ใหม่



โจทย์ประยุกต์

เป็นโจทย์ระดับยากที่ใช้ความรู้ที่เรียน
สามารถดูแนวคิดได้ทาง QR Code



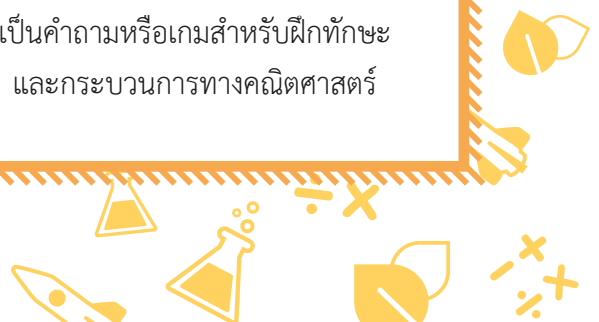
สรุปความรู้

เป็นการสรุปเนื้อหาของบทเรียน



MATH PUZZLE

เป็นคำถามหรือเกมสำหรับฝึกทักษะ
และกระบวนการทางคณิตศาสตร์



แบบฝึกทักษะ



เป็นโจทย์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ระหว่างเรียน
มี 3 ระดับ ดังนี้

- * ง่าย
- ** ปานกลาง
- *** ยาก



ทบทวนตัวเอง

เป็นการประเมินความรู้ที่เรียนด้วยตัวเองและ
สามารถเชื่อมโยงกลับไปยังเรื่องที่ไม่เข้าใจได้



คณิตศาสตร์ รอบตัว

เป็นเรื่องราวที่นำความรู้จากบทเรียน
ไปประยุกต์ใช้ได้



กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้

เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ใช้ความรู้ที่ได้
จากบทเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหา



แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้

เป็นการทดสอบเพื่อประเมินว่าเรื่องใด
ที่ทำได้ดีและเรื่องใดที่ต้องพัฒนา

คำถามประลองยุทธ์



เป็นโจทย์ท้าทายความคิด
หลังเรียนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้



วิธีการใช้งานคิวอาร์โค้ด

สำหรับการเรียนรู้ออนไลน์ ภายในหนังสือเรียน



วิธีใช้งานสื่อการเรียนรู้ออนไลน์บนคอมพิวเตอร์



1. ค้นหาข้อความ **URL** (ที่อยู่ของเว็บไซต์) ที่อยู่บนหนังสือเรียนด้านข้างคิวอาร์โค้ด

2. **พิมพ์ URL** ลงในโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์บนคอมพิวเตอร์ เพื่อเข้าถึงสื่อการเรียนรู้ออนไลน์

สารบัญ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สาระการเรียนรู้	2
ทดสอบความพร้อม	3
รู้ก่อนเรียน	3
1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	4
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	9
2.1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กราฟ	10
2.2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่าตัวแปร	18
2.3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร	22
3. โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	34
3.1 โจทย์ปัญหาทั่วไป	35
3.2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	41
3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา	45
คณิตศาสตร์รอบตัว	48
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	49
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	50
คำถามประลองยุทธ์	52

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม

สาระการเรียนรู้	54
ทดสอบความพร้อม	55
รู้ก่อนเรียน	55
1. ส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับวงกลม	56
2. มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม และส่วนโค้งที่รองรับมุม	63
2.1 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้ง ของวงกลมเดียวกัน	64
2.2 มุมในครึ่งวงกลม	73
2.3 มุมในส่วนโค้งเดียวกัน	78
2.4 มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	82
3. คอร์ด	93
3.1 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม	94
3.2 คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	101
3.3 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	115
4. เส้นสัมผัสวงกลม	121
4.1 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	122
4.2 เส้นสัมผัสวงกลมและจุดภายนอกวงกลม	130
4.3 เส้นสัมผัสวงกลมและคอร์ด	136
คณิตศาสตร์รอบตัว	141
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	142
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	143
คำถามประลองยุทธ์	146

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม

สาระการเรียนรู้	148
ทดสอบความพร้อม	149
รู้ก่อนเรียน	150
1. พีระมิด	151
1.1 พื้นที่ผิวของพีระมิด	153
1.2 ปริมาตรของพีระมิด	158
2. กรวย	164
2.1 พื้นที่ผิวของกรวย	166
2.2 ปริมาตรของกรวย	172
3. ทรงกลม	178
3.1 พื้นที่ผิวของทรงกลม	180
3.2 ปริมาตรของทรงกลม	183
คณิตศาสตร์รอบตัว	189
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	190
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	191
คำถามประลองยุทธ์	193

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความน่าจะเป็น

สาระการเรียนรู้	196
ทดสอบความพร้อม	197
รู้ก่อนเรียน	197
1. การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซและเหตุการณ์	198
1.1 การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ	199
1.2 เหตุการณ์	207
2. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	215
2.1 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ในทางปฏิบัติ	216
2.2 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ในทางทฤษฎี	217
3. ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	229
คณิตศาสตร์รอบตัว	242
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	244
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	245
คำถามประลองยุทธ์	247

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สาระการเรียนรู้	250
ทดสอบความพร้อม	251
รู้ก่อนเรียน	252
1. อัตราส่วนตรีโกณมิติบนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	253
2. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดต่าง ๆ	264
3. การนำไปใช้	280
คณิตศาสตร์รอบตัว	289
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้	290
แบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้	291
คำถามประลองยุทธ์	295

บรรณานุกรม

• สารบัญ QR Code •

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร			
บทที่	เรื่อง	รายละเอียด	หน้า
		ทดสอบความพร้อม	3
1	ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ทบทวนตัวเอง	8
2	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	โจทย์ประยุกต์	29
		ทบทวนตัวเอง	33
3	โจทย์ปัญหารบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	โจทย์ประยุกต์	38
		ทบทวนตัวเอง	47
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม			
		ทดสอบความพร้อม	55
1	ส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับวงกลม	โจทย์ประยุกต์	60
		ทบทวนตัวเอง	62
2	มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม และส่วนโค้งที่รองรับมุม	การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 1	64
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 2	68
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 3	73
		โจทย์ประยุกต์	75
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 4	78
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 5	82
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 6	83
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 7	85
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 8	87
		ทบทวนตัวเอง	92
3	คอร์ด	การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 9	94
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 10	96
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 11	101
		โจทย์ประยุกต์	103
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 12	103

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม (ต่อ)

บทที่	เรื่อง	รายละเอียด	หน้า
3	คอร์ด (ต่อ)	การนำเทคโนโลยีมาใช้ การหาจุดศูนย์กลางของวงกลม	105
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ การสร้างวงกลมล้อมรูปสามเหลี่ยม	108
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ วงกลมล้อมรูปสี่เหลี่ยม	109
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 14	115
		การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 15	116
		ทบทวนตัวเอง	120
		4	เส้นสัมผัสวงกลม
การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 17	124		
โจทย์ประยุกต์	128		
การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 18	130		
การนำเทคโนโลยีมาใช้ การสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม	132		
การนำเทคโนโลยีมาใช้ กิจกรรมที่ 19	136		
ทบทวนตัวเอง	140		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม			
		ทดสอบความพร้อม	149
1	พีระมิด	โจทย์ประยุกต์	160
		ทบทวนตัวเอง	163
2	กรวย	โจทย์ประยุกต์	174
		ทบทวนตัวเอง	177
3	ทรงกลม	โจทย์ประยุกต์	186
		ทบทวนตัวเอง	188

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความน่าจะเป็น			
บทที่	เรื่อง	รายละเอียด	หน้า
		ทดสอบความพร้อม	197
1	การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซและเหตุการณ์	โจทย์ประยุกต์	210
		ทบทวนตัวเอง	214
2	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	โจทย์ประยุกต์	224
		ทบทวนตัวเอง	228
3	ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	โจทย์ประยุกต์	237
		ทบทวนตัวเอง	241
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 อัตราส่วนตรีโกณมิติ			
		ทดสอบความพร้อม	251
1	อัตราส่วนตรีโกณมิติบนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	โจทย์ประยุกต์	259
		ทบทวนตัวเอง	263
2	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาดต่าง ๆ	โจทย์ประยุกต์	270, 276
		ทบทวนตัวเอง	279
3	การนำไปใช้	โจทย์ประยุกต์	285
		ทบทวนตัวเอง	288

NOTE





หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

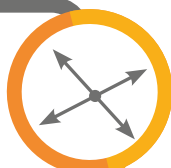
ชายสองคนซื้อกระเป๋าแบบเดียวกันและหมวกแบบเดียวกันที่ร้านแห่งหนึ่ง ดังนี้
ชายคนแรกซื้อกระเป๋า 2 ใบ กับหมวก 3 ใบ คิดเป็นเงิน 1,350 บาท
ชายคนที่สองซื้อกระเป๋า 3 ใบ กับหมวก 2 ใบ คิดเป็นเงิน 1,400 บาท
สามารถหาราคากระเป๋าและหมวกได้โดยใช้ความรู้เรื่อง
ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สารการเรียนรู้

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$\begin{aligned}x + 2y &= 4 \\ 2x - y &= 3\end{aligned}$$

1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- 2.1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟ
- 2.2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการแทนค่าตัวแปร
- 2.3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการกำจัดตัวแปร

3. โจทย์ปัญหารบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- 3.1 โจทย์ปัญหาทั่วไป
- 3.2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ
- 3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา



ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



ทดสอบความพร้อม

ทำแบบทดสอบออนไลน์ที่

<https://uqr.to/xkyj>



ใช้บทวนก่อนขั้นบทที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1. จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้

1) $y = x - 4$

3) $y = -x$

2) $x = -6$

4) $y = 2$

ใช้บทวนก่อนขั้นบทที่ 2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

1) $x + 10 = 20$

3) $1.7y - 5.1 = -3.4y$

2) $2x + 14 = 10$

4) $13 - 3y = -2$



รู้ก่อนเรียน

1. สมการที่สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้เป็น $Ax + B = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร A และ B เป็นค่าคงตัวที่ $A \neq 0$ เรียกว่า **สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

2. สมบัติของการเท่ากัน

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

สมบัติสมมาตร ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

สมบัติถ่ายทอด ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

สมบัติการบวก ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

สมบัติการคูณ ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$

3. สมการที่สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้เป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ x และ y เป็นตัวแปร A, B และ C เป็นค่าคงตัว ที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียกว่า **สมการเชิงเส้นสองตัวแปร**
ในการสร้างกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจทำได้โดยการกำหนดค่าของตัวแปรเพื่อหา (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการ



1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสิ่งที่สามารถพบเจอได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริง เช่น

น้ำส้ม 3 ขวด และ น้ำแอปเปิล 2 ขวด คิดราคารวมกันได้ 120 บาท

น้ำส้ม 2 ขวด และ น้ำแอปเปิล 4 ขวด คิดราคารวมกันได้ 130 บาท

เมื่อกำหนดให้ x แทนราคาของน้ำส้ม (บาท)

และ y แทนราคาของน้ำแอปเปิล (บาท)

จะเขียนระบบสมการได้เป็น $3x + 2y = 120$ และ $2x + 4y = 130$



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

- ระบุได้ว่าระบบสมการที่กำหนดให้เป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหรือไม่

คำสำคัญ



- ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

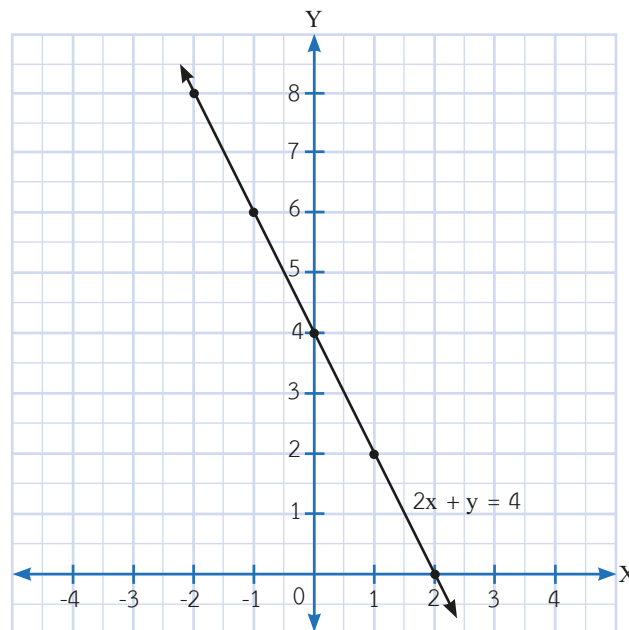
1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สมการที่สามารถเขียนในรูป $Ax + By + C = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร A, B และ C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียกว่า **สมการเชิงเส้นสองตัวแปร** นักเรียนสามารถเขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้หลายรูป ในหน่วยการเรียนรู้นี้จะจัดรูปสมการเป็น $ax + by = c$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว ที่ a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มี x และ y เป็นตัวแปร คือ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการเป็นจริง ซึ่งมีได้หลายคำตอบ เช่น สมการ $2x + y = 4$ มีตัวอย่างของคำตอบดังตาราง

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	8	6	4	2	0	...

เมื่อนำ (x, y) ที่เป็นคำตอบของสมการ $2x + y = 4$ ไปเขียนกราฟ จะได้กราฟดังรูป



นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า จำนวนของ (x, y) ที่เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีมากมายนับไม่ถ้วน และคำตอบทั้งหมดจะเรียงกันเป็นกราฟเส้นตรง

ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาต่อไปนี้



สวนสนุกแห่งหนึ่งเก็บอัตราค่าเข้าเป็นราคาสำหรับผู้ใหญ่และราคาสำหรับเด็ก ครอบครัวของแจ้ว มีผู้ใหญ่ 3 คน และเด็ก 2 คน ต้องจ่ายค่าเข้าสวนสนุกทั้งหมด 1,150 บาท ครอบครัวของเจมีมีผู้ใหญ่ 2 คน และเด็ก 3 คน ต้องจ่ายค่าเข้าสวนสนุกทั้งหมด 1,100 บาท ทราบหรือไม่ว่าสวนสนุกแห่งนี้เก็บอัตราค่าเข้าสำหรับผู้ใหญ่และอัตราค่าเข้าสำหรับเด็กคนละกี่บาท

จากปัญหาดังกล่าว เมื่อกำหนดให้ x แทน อัตราค่าเข้าสำหรับผู้ใหญ่ และ y แทน อัตราค่าเข้าสำหรับเด็ก จะเขียนสมการได้ดังนี้

$$3x + 2y = 1150 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$$2x + 3y = 1100 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

ระบบที่ประกอบด้วยสมการ $\textcircled{1}$ และสมการ $\textcircled{2}$ ข้างต้นเป็นตัวอย่างของ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (system of linear equations in two variables)

ในหน่วยการเรียนรู้นี้จะเรียนรู้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีสองสมการ ซึ่งเขียนได้ในรูป

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

เมื่อ x, y เป็นตัวแปร a, b, c, d, e และ f เป็นค่าคงตัว ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน



สรุปความรู้

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีสองสมการ เขียนได้ในรูป

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

เมื่อ x, y เป็นตัวแปร a, b, c, d, e และ f เป็นค่าคงตัว ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

แบบฝึกทักษะ 1



(*) ระบบสมการต่อไปนี้เป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) $x + 3m = 10$

$$1.5x - 2m = 2$$

4) $7a + 2b = 7$

$$5b - 2.4a = 4$$

2) $\frac{1}{2}x + 5y = 16$

$$x + 7y = 9$$

5) $\frac{3}{5}p - \frac{2}{5}q = -13$

$$10q = -5$$

3) $2z - w = 3$

$$z - y = 18$$

6) $3d^2 + 8e^2 = -24$

$$d^2 - 2e^2 = 16$$



ทบทวนตัวเอง

จงพิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วตอบว่า “ถูกต้อง” หรือ “ไม่ถูกต้อง”

เรื่องที่ 1	1) สมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือสมการที่มีเฉพาะตัวแปร x และ y เท่านั้น
	2) $8x + 2y = 10$ เป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
	3) $2d^2 + 8e = 10$ $d - 2e^2 = 16$ ไม่ใช่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หลังจากทบทวนตัวเอง ตรวจสอบความถูกต้องได้ที่

<https://uqr.to/xkyk>

