หนังสือเรียน **รายวิชาพื้นฐาน**

คณิตศาสตร์ ม.4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ **(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)**
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผู้เรียบเรียง

Dr. Yeap Ban Har
Asst. Prof. Dr. Choy Ban Heng
Dr. Joseph Yeo Boon Wooi
Mr. Teh Keng Seng
นายไอศุริย สุดประเสริฐ

ผู้ตรวจ

รศ. ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ
นายทวีศักดิ์ จันทรมณี
นายเด่น จิตวิขาม

บรรณาธิการ

นางสาวบูรนาถ เฉยฉิน

ปีที่พิมพ์ 2567
พิมพ์ครั้งที่ 1
จำนวนพิมพ์ 20,000 เล่ม
ISBN : 978-616-606-012-6
รหัสสินค้า 3416006

www.aksorn.com
จัดพิมพ์และจำหน่ายทั่วประเทศโดย
บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด
142 ถนนตะนาว เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร 10200
โทร. 0 2622 2999 (อัตโนมัติ 20 คู่สาย)
พิมพ์ที่ : **บริษัท ไทยร่มเกล้า จำกัด** โทร. 0 2903 9101-6

คำนำ

บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด จัดทำ**หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4** สำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสาร และการร่วมมือ ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม อยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตลอดจนมีศักยภาพในการแข่งขันระดับชาติและนานาชาติ ซึ่งในแต่ละหน่วยการเรียนรู้มีการระบุ***ตัวชี้วัดระหว่างทาง***และ***ตัวชี้วัดปลายทาง***ที่สถานศึกษาสามารถนำไปปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล

การเรียบเรียงหนังสือเล่มนี้ เป็นความร่วมมือระหว่าง บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด กับ Shing Lee Publishers Pte Ltd. ประเทศสิงคโปร์ ซึ่งภายในเล่มมีองค์ประกอบต่าง ๆ ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเรียนรู้บทเรียนได้อย่างน่าสนใจ ฝึกทักษะที่จำเป็นได้อย่างหลากหลาย และขยายแนวคิดหรือจินตนาการของผู้เรียนเพื่อสามารถวิเคราะห์หรือสังเคราะห์องค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเองได้อย่างเป็นขั้นตอน

บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด หวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน และมาตรฐานการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบคุณคณะทำงานสาขาคณิตศาสตร์ของ อจท. ตลอดจนบุคคลและหน่วยงานอื่น ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้

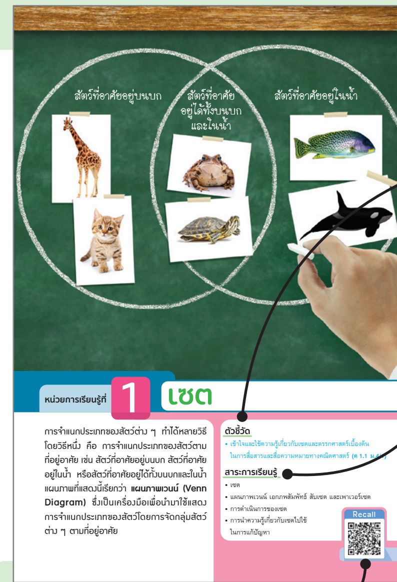
ผู้เรียบเรียง

(A)

คำแนะนำในการใช้สื่อ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งภายในเล่มนี้มีองค์ประกอบต่าง ๆ ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

องค์ประกอบต่าง ๆ ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

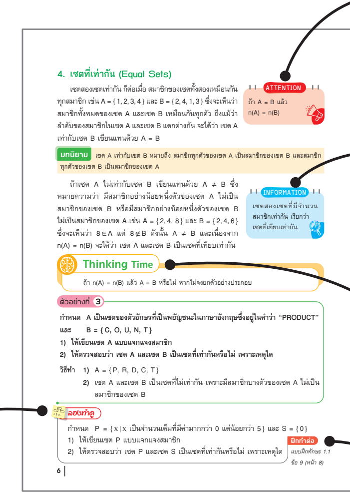


หน้าเปิดหน่วยการเรียนรู้
เน้นเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง

ตัวชี้วัด
ตัวชี้วัดที่สอดคล้องกับเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้
ขอบข่ายเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้

QR Code Recall
แบบทดสอบเพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานก่อนเข้าสู่บทเรียน



ATTENTION
ข้อมูลที่สำคัญที่ผู้เรียนควรรู้เพิ่มเติม

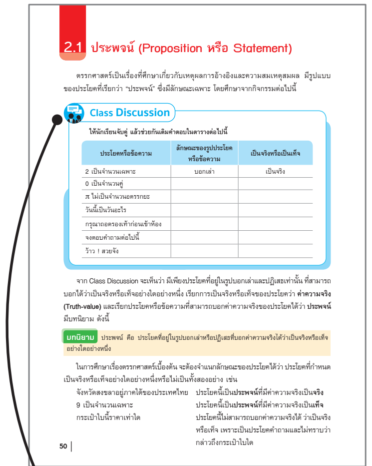
INFORMATION
ข้อมูลที่น่าสนใจหรือข้อสังเกตที่ได้จากเนื้อหา

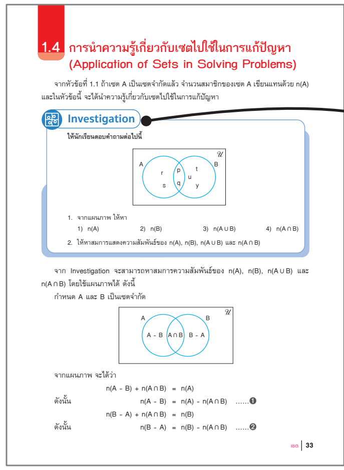
Thinking Time
คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดต่อยอดจากเนื้อหาที่เรียน

ลองทำดู
คำถามที่คล้ายตัวอย่าง เพื่อเน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทำจนเกิดความชำนาญ

ฝึกทำต่อ
ระบุข้อคำถามในแบบฝึกทักษะที่คล้ายกับตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนสะดวกในการค้นหา

(B)



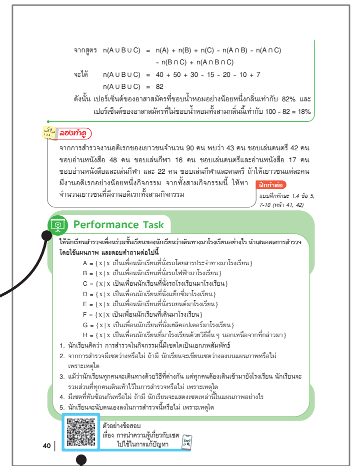


Investigation

กิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนได้ค้นหา concept ที่สำคัญทางคณิตศาสตร์

Class Discussion

คำถามอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ความรู้ใหม่ และฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการสื่อสาร

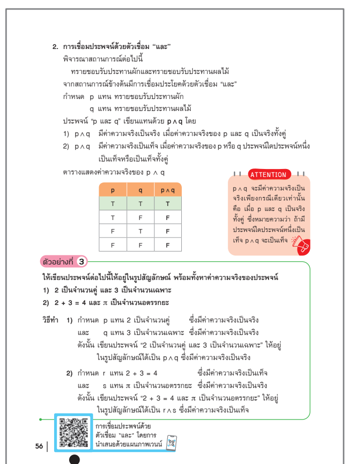


Performance Task

“Mini project” เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะในศตวรรษที่ 21

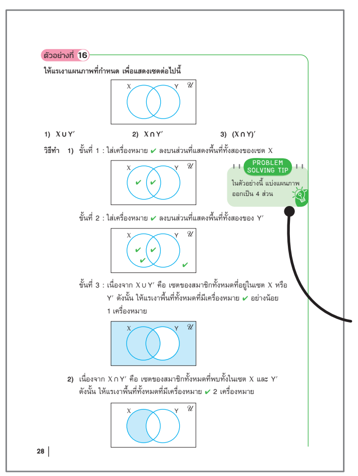
QR Code ตัวอย่างข้อสอบ

เพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษาตัวอย่างข้อสอบก่อนสอบจริง



QR Code ความรู้เสริม

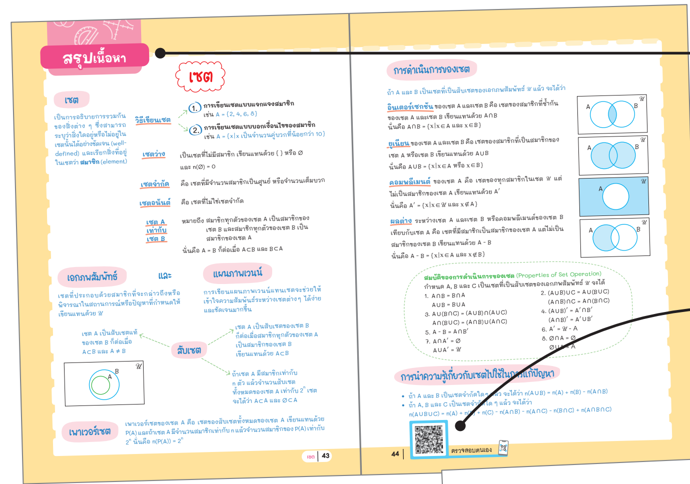
ข้อมูลความรู้เสริมสำหรับให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ผ่านสื่อดิจิทัล



PROBLEM SOLVING TIP

ชี้แนะวิธีการแก้โจทย์ปัญหาและเทคนิคต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

(C)

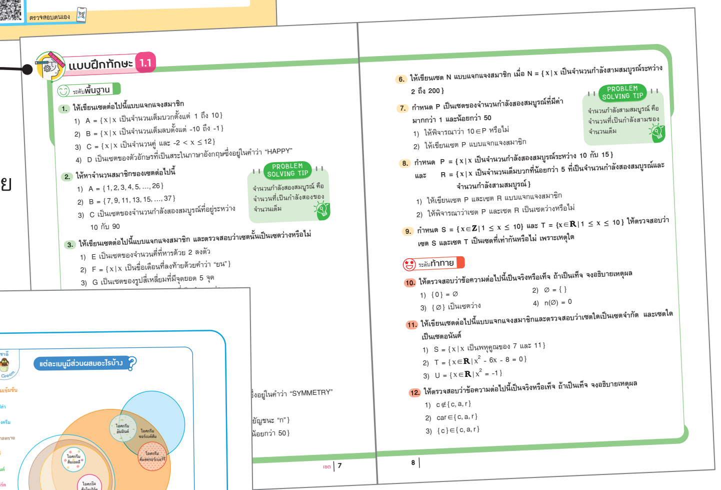


สรุปเนื้อหา

สรุปเนื้อหาโดยรวมของหน่วยการเรียนรู้เพื่อทบทวนความรู้ให้แก่ผู้เรียน

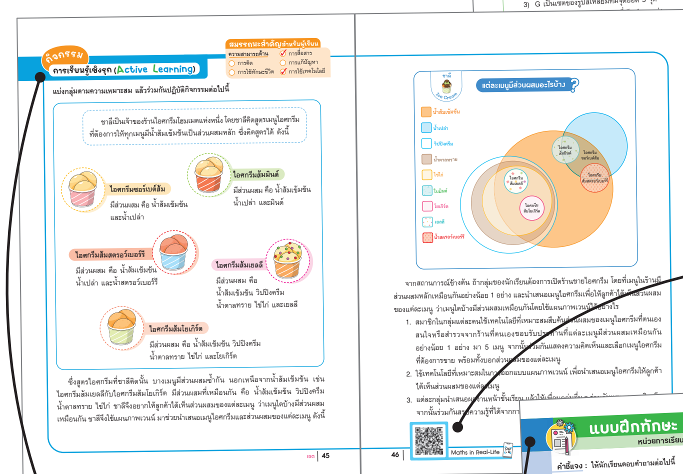
QR Code ตรวจสอบตนเอง

แบบประเมินเพื่อให้ผู้เรียนสามารถตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง



แบบฝึกทักษะ

ทบทวนความรู้ความเข้าใจและพัฒนาทักษะของผู้เรียน โดยแบ่งระดับความยากง่ายสำหรับนำไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับระดับการเรียนรู้ของผู้เรียน

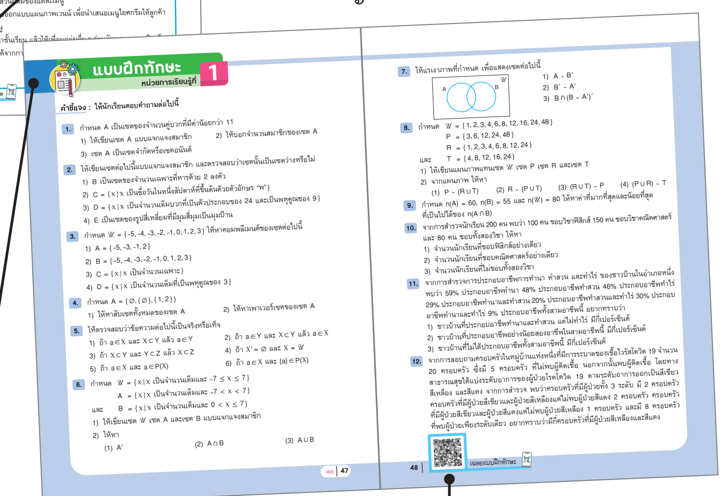


QR Code Maths in Real-Life

เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

กิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)

กิจกรรมที่เน้นให้เรียนรู้ เชื่อมโยงความรู้ หรือสร้างองค์ความรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติจริง และเกิดสมรรถนะสำคัญ



แบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้

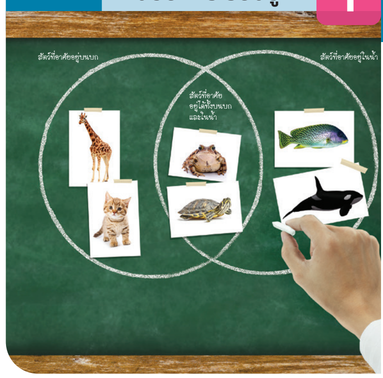
เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนตามเนื้อหาประจำหน่วยการเรียนรู้

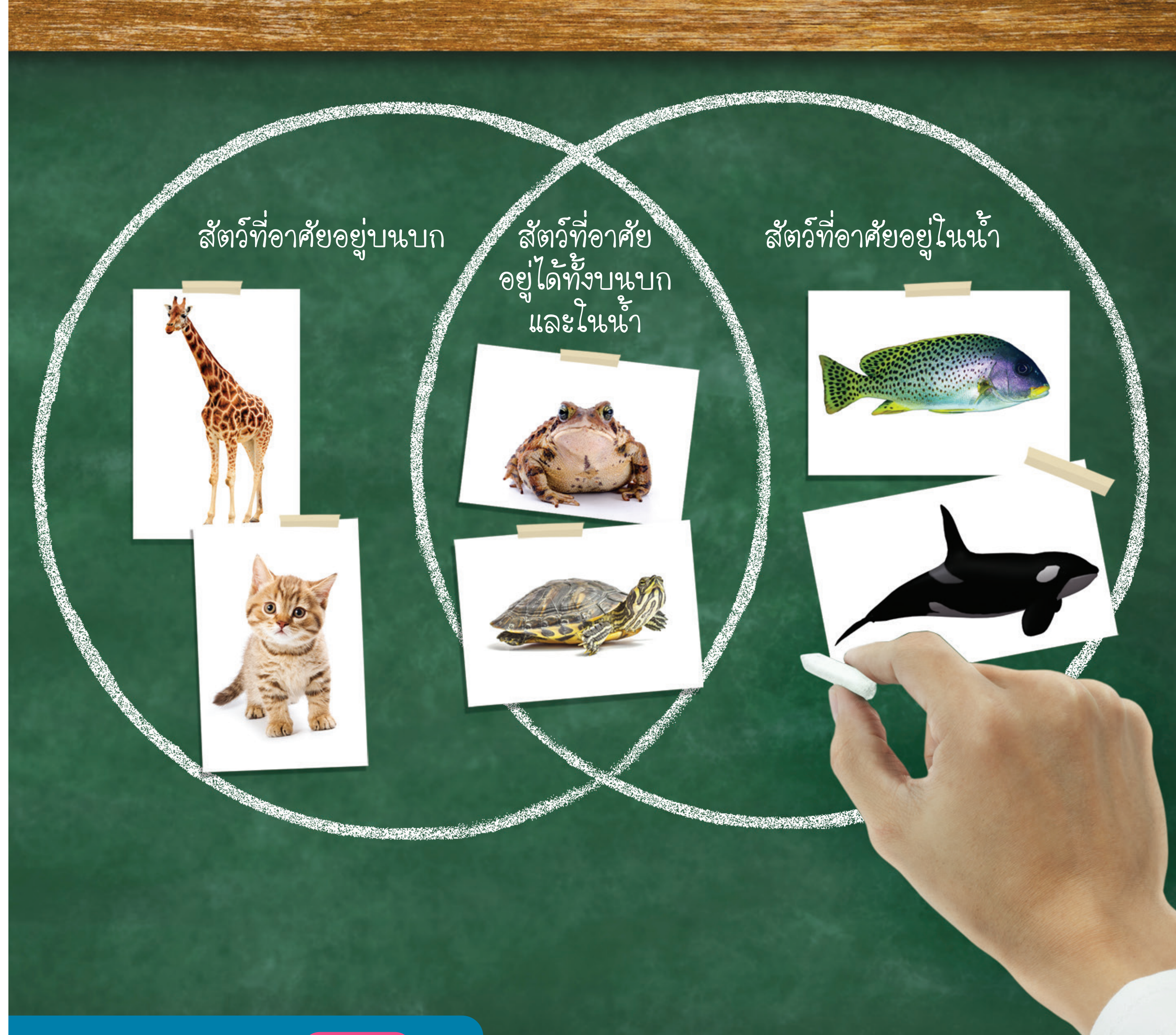
QR Code เฉลยแบบฝึกทักษะ

เฉลยแบบฝึกทักษะเพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ

(D)

สารบัญ





หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต

การจำแนกประเภทของสัตว์ต่าง ๆ ทำได้หลายวิธี โดยวิธีหนึ่ง คือ การจำแนกประเภทของสัตว์ตามที่อยู่อาศัย เช่น สัตว์ที่อาศัยอยู่บนบก สัตว์ที่อาศัยอยู่ในน้ำ หรือสัตว์ที่อาศัยอยู่ได้ทั้งบนบกและในน้ำ แผนภาพที่แสดงนี้เรียกว่า **แผนภาพเวนน์ (Venn Diagram)** ซึ่งเป็นเครื่องมือเพื่อนำมาใช้แสดงการจำแนกประเภทของสัตว์โดยการจัดกลุ่มสัตว์ต่าง ๆ ตามที่อยู่อาศัย

ตัวชี้วัด

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (ค 1.1 ม.4/1)

สาระการเรียนรู้

- เซต
- แผนภาพเวนน์ เอกภพสัมพัทธ์ สับเซต และเพาเวอร์เซต
- การดำเนินการของเซต
- การนำความรู้เกี่ยวกับเซตไปใช้ในการแก้ปัญหา

Recall

1.1 เซต (Set)

ในชีวิตประจำวัน จะเห็นการรวมกันเป็นกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ เช่น หนังสือหนึ่งกอง กุญแจหนึ่งพวง ผู้เล่นหนึ่งทีม ซึ่งใช้คำศัพท์ที่แตกต่างกัน เช่น กอง พวง ทีม เพื่อเรียกการรวมกันเป็นกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ จะใช้คำว่า **"เซต"** เพื่ออธิบายการรวมกันของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งสามารถระบุได้ว่าสิ่งใดอยู่หรือไม่อยู่ในเซตนั้นอย่างชัดเจน (well-defined) และเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า **สมาชิก** (element)

> **ATTENTION**
> จะใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่แทนเซต เช่น A, B, C และใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กแทนสมาชิกของเซต เช่น a, b, c

เช่น ให้ A แทน เซตของตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษ ซึ่งสามารถเขียนแจกแจงสมาชิกทุกตัวของเซต A ด้วย $A = \{a, e, i, o, u\}$

เนื่องจาก ตัวอักษร "a" เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $a \in A$

ตัวอักษร "b" ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $b \notin A$

และ เซต A มีสมาชิก 5 ตัว เขียนแทนด้วย $n(A) = 5$

> สัญลักษณ์ "$\in$" ใช้แสดงว่า "เป็นสมาชิกของ"
> สัญลักษณ์ "$\notin$" ใช้แสดงว่า "ไม่เป็นสมาชิกของ" และ
> $n(A)$ ใช้แสดง "จำนวนของสมาชิกของเซต A"

Class Discussion

ให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้ H เป็นกลุ่มของนักแสดงที่มีชื่อเสียงในประเทศไทย H จะเป็นเซตหรือไม่
   Hint เซต คือ การรวมกันของสิ่งที่นิยามได้อย่างชัดเจน H นิยามได้หรือไม่
2. ให้ S เป็นเซตของตัวอักษรในคำว่า "CLEVER" นักเรียนจะเขียนแจกแจงสมาชิกของเซตนี้อย่างไร
   Hint ตัวอักษร E ทั้งสองตัวในคำว่า "CLEVER" แตกต่างกันหรือไม่

จากคำถามข้อ 2 ในกิจกรรม Class Discussion จะเห็นว่า ตัวอักษร "E" ทั้งสองตัวในคำว่า "CLEVER" นั้นไม่แตกต่างกัน เพราะว่าตัวอักษร "E" ที่ใช้ในการสร้างคำศัพท์เป็นตัวเดียวกัน และการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก จะกำหนดให้เขียนสมาชิกที่ซ้ำกันเพียงครั้งเดียวเท่านั้น ดังนั้น จึงเขียนเซต S ได้ว่า $S = \{C, L, E, V, R\}$

1. การเขียนเซต

การเขียนเซตเขียนได้ 2 แบบ ดังนี้

1) การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก เป็นการเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา และคั่นสมาชิกแต่ละตัวด้วยเครื่องหมายจุลภาค (,) เช่น เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5 เขียนแทนด้วย $\{1, 2, 3, 4\}$

> **ATTENTION**
> การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก ลำดับของสมาชิกในเซตสามารถสลับที่กันได้อย่างอิสระ

ในกรณีที่เซตมีจำนวนสมาชิกมาก นิยมใช้จุดสามจุด (...) เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่น ๆ ที่เข้าใจตรงกันว่ามีสมาชิกใดบ้างในเซตนั้น เช่น $A = \{1, 2, 3, ..., 9\}$ สัญลักษณ์ ... แสดงว่ามี 4, 5, 6, 7 และ 8 เป็นสมาชิกของเซต A ด้วย ซึ่งจะเห็นว่า เซต A มีจำนวนสมาชิก 9 ตัว เขียนแทนด้วย $n(A) = 9$

2) การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก เป็นการเขียนโดยใช้ตัวแปรแทนสมาชิก แล้วกำหนดเงื่อนไขหรือความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกเกี่ยวกับตัวแปรนั้น เพื่อให้ทราบว่าตัวแปรนั้นแทนสมาชิกใดบ้าง เช่น

$A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $10\}$ อ่านว่า A เป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 10 ซึ่งเครื่องหมาย "$\mid$" แทนคำว่า โดยที่

ในการเขียนเซตของจำนวน สามารถใช้สัญลักษณ์แทนเซตของจำนวนต่าง ๆ ที่นักเรียนรู้จัก ดังนี้

$\mathbb{R}$ แทน เซตของจำนวนจริง

$\mathbb{Q}$ แทน เซตของจำนวนตรรกยะ

$\mathbb{Q}'$ แทน เซตของจำนวนอตรรกยะ

$\mathbb{Z}$ แทน เซตของจำนวนเต็ม หรือ $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

$\mathbb{Z}^-$ แทน เซตของจำนวนเต็มลบ หรือ $\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, ...\}$

$\mathbb{Z}^0$ แทน เซตของศูนย์ หรือ $\mathbb{Z}^0 = \{0\}$

$\mathbb{Z}^+$ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก หรือ $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ...\}$

$\mathbb{N}$ แทน เซตของจำนวนนับ หรือ $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$

> **ATTENTION**
> เซตของจำนวนเต็มบวก คือ เซตของจำนวนนับ หรือ $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$

ซึ่งในบางครั้ง $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $10\}$ อาจเขียนเป็น $\{x \mid x \in \mathbb{Z}^+$ และ $x < 10\}$ หรือ $\{x \in \mathbb{Z}^+ \mid x < 10\}$

ตัวอย่างที่ 1

1) กำหนด $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $2 \le x < 11\}$
และ $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 3 ถึง 11$\}$
(1) ให้เขียนเซต A และเซต B แบบแจกแจงสมาชิก
(2) ให้ตรวจสอบว่า เซต A และเซต B มีสมาชิกเหมือนกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2) ให้เขียนเซต C แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก เมื่อ $C = \{5, 10, 15, 20, 25, ...\}$

วิธีทำ 1) (1) $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ และ $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
(2) เนื่องจาก $2 \in A$ แต่ $2 \notin B$ หรือ $11 \notin A$ แต่ $11 \in B$
ดังนั้น เซต A และเซต B มีสมาชิกไม่เหมือนกัน
แต่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน นั่นคือ $n(A) = n(B)$

2) $C = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นพหุคูณของ 5$\}$ หรือ
$C = \{x \mid x = 5n$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ$\}$ หรือ $C = \{5n \mid n \in \mathbb{N}\}$

ลองทำดู

1) กำหนด $E = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 10 กับ 18$\}$
และ $F = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $10 \le x < 18\}$
(1) ให้เขียนเซต E และเซต F แบบแจกแจงสมาชิก
(2) ให้ตรวจสอบว่า เซต E และเซต F มีสมาชิกเหมือนกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2) ให้เขียนเซต G แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
เมื่อ $G = \{-6, -3, 0, 3, 6, 9\}$

ฝึกทำต่อ
แบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 1, 2, 5-7, 12 (หน้า 7, 8)

2. เซตว่าง (Empty Set)

พิจารณาเซตต่อไปนี้
$A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{0\}$ และ $C = \{\ \}$ จะได้ว่า
เซต A มีจำนวนสมาชิก 3 ตัว คือ 0, 1 และ 2
เซต B มีจำนวนสมาชิก 1 ตัว คือ 0
และเซต C ไม่มีสมาชิกอยู่ในเซต
เรียกเซต C ว่า เซตว่าง เขียนแทนด้วย $\{\ \}$ หรือ $\varnothing$ นั่นคือ $C = \varnothing$

INFORMATION
เซต $\{\varnothing\}$ ไม่ใช่เซตว่าง แต่เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก 1 ตัว คือ $\varnothing$ และ $n(\varnothing) = 0$

บทนิยาม เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิก

3. เซตจำกัด (Finite Set) และเซตอนันต์ (Infinite Set)

เซตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นพหุคูณของ 4 และมีค่าน้อยกว่า 30 นั่นคือ $\{4, 8, 12, ..., 28\}$ ประกอบไปด้วยสมาชิกที่มีจำนวนจำกัด เรียกเซตนี้ว่า **เซตจำกัด** และเมื่อเขียนแจกแจงสมาชิกของเซตนี้จะได้ $\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ ซึ่งเซตนี้มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 7

ATTENTION
เซตว่างเป็นเซตจำกัด

แต่เซตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นพหุคูณของ 3 เช่น $\{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$ ประกอบด้วยสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน ซึ่งไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตได้ เรียกเซตนี้ว่า **เซตอนันต์**

บทนิยาม เซตจำกัด คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ หรือจำนวนเต็มบวก
เซตอนันต์ คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

เซตอนันต์ เป็นเซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิก หรือมีสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน

ตัวอย่างที่ 2

กำหนด A เป็นเซตของจำนวนคี่บวกที่น้อยกว่า 10
B เป็นเซตของจำนวนนับที่เป็นพหุคูณของ 4
และ C เป็นเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 0
1) ให้เขียนเซต A เซต B และเซต C แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้หาจำนวนสมาชิกของเซต A เซต B และเซต C
3) ให้พิจารณาว่า เซต A เซต B และเซต C เป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์

วิธีทำ 1) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20, ...\}$ และ $C\ \{\ \}$
2) $n(A) = 5$, n(B) มีจำนวนสมาชิกเป็นอนันต์หรือมีสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน และ $n(C) = 0$
3) เซต A และเซต C เป็นเซตจำกัด และเซต B เป็นเซตอนันต์

ลองทำดู

กำหนด D เป็นเซตของจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 10
E เป็นเซตของจำนวนนับที่เป็นพหุคูณของ 6
และ F เป็นเซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -1
1) ให้เขียนเซต D เซต E และเซต F แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้หาจำนวนสมาชิกของเซต D เซต E และเซต F
3) ให้พิจารณาว่าเซต D เซต E และเซต F เป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์

ฝึกทำต่อ
แบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 3, 4, 8, 10, 11 (หน้า 7, 8)

4. เซตที่เท่ากัน (Equal Sets)

เซตสองเซตเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ สมาชิกของเซตทั้งสองเหมือนกันทุกสมาชิก เช่น A = {1, 2, 3, 4} และ B = {2, 4, 1, 3} ซึ่งจะเห็นว่าสมาชิกทั้งหมดของเซต A และเซต B เหมือนกันทุกตัว ถึงแม้ว่าลำดับของสมาชิกในเซต A และเซต B แตกต่างกัน จะได้ว่า เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย A = B

ATTENTION

ถ้า A = B แล้ว n(A) = n(B)

บทนิยาม เซต A เท่ากับเซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

ถ้าเซต A ไม่เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย A ≠ B ซึ่งหมายความว่า มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เช่น A = {2, 4, 8} และ B = {2, 4, 6} ซึ่งจะเห็นว่า 8 ∈ A แต่ 8 ∉ B ดังนั้น A ≠ B และเนื่องจาก n(A) = n(B) จะได้ว่า เซต A และเซต B เป็นเซตที่เทียบเท่ากัน

INFORMATION

เซตสองเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน เรียกว่า เซตที่เทียบเท่ากัน

Thinking Time

ถ้า n(A) = n(B) แล้ว A = B หรือไม่ หากไม่จงยกตัวอย่างประกอบ

ตัวอย่างที่ 3

กำหนด A เป็นเซตของตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะในภาษาอังกฤษซึ่งอยู่ในคำว่า "PRODUCT"
และ B = {C, O, U, N, T}
1) ให้เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้ตรวจสอบว่า เซต A และเซต B เป็นเซตที่เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ 1) A = {P, R, D, C, T}

2) เซต A และเซต B เป็นเซตที่ไม่เท่ากัน เพราะมีสมาชิกบางตัวของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B

ลองทำดู

กำหนด P = {x | x เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 0 แต่น้อยกว่า 5} และ S = {0}
1) ให้เขียนเซต P แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้ตรวจสอบว่า เซต P และเซต S เป็นเซตที่เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ฝึกทำต่อ
แบบฝึกทักษะ 1.1
ข้อ 9 (หน้า 8)

แบบฝึกทักษะ 1.1

ระดับพื้นฐาน

1. ให้เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
1) A = {x | x เป็นจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 10}
2) B = {x | x เป็นจำนวนเต็มลบตั้งแต่ -10 ถึง -1}
3) C = {x | x เป็นจำนวนคู่ และ $-2 < x \le 12$}
4) D เป็นเซตของตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษซึ่งอยู่ในคำว่า "HAPPY"

2. ให้หาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้
1) A = {1, 2, 3, 4, 5, ..., 26}
2) B = {7, 9, 11, 13, 15, ..., 37}
3) C เป็นเซตของจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ที่อยู่ระหว่าง 10 กับ 90

PROBLEM SOLVING TIP

จำนวนกำลังสองสมบูรณ์ คือ จำนวนที่เป็นกำลังสองของจำนวนเต็ม

3. ให้เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก และตรวจสอบว่าเซตนั้นเป็นเซตว่างหรือไม่
1) E เป็นเซตของจำนวนคี่ที่หารด้วย 2 ลงตัว
2) F = {x | x เป็นชื่อเดือนที่ลงท้ายด้วยคำว่า "ยน"}
3) G เป็นเซตของรูปสี่เหลี่ยมที่มีจุดยอด 5 จุด
4) H = {x | x เป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นจำนวนคู่}

4. กำหนด A เป็นเซตของจำนวนคี่ที่น้อยกว่า 11
1) ให้เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้บอกจำนวนสมาชิกของเซต A
3) ให้พิจารณาว่า เซต A เป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์

ระดับกลาง

5. ให้เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
1) I เป็นเซตของตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะในภาษาอังกฤษซึ่งอยู่ในคำว่า "SYMMETRY"
2) J = {x | x เป็นสีของสายรุ้ง}
3) K = {x | x เป็นชื่อจังหวัดในประเทศไทยที่ขึ้นต้นด้วยพยัญชนะ "ก"}
4) L = {x | x เป็นเซตของจำนวนเฉพาะที่มากกว่า 2 แต่น้อยกว่า 50}

6. ให้เขียนเซต N แบบแจกแจงสมาชิก เมื่อ N = { x | x เป็นจำนวนกำลังสามสมบูรณ์ระหว่าง 2 ถึง 200 }

7. กำหนด P เป็นเซตของจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ที่มีค่ามากกว่า 1 และน้อยกว่า 50

1) ให้พิจารณาว่า $10 \in P$ หรือไม่

2) ให้เขียนเซต P แบบแจกแจงสมาชิก

> **PROBLEM SOLVING TIP**
> จำนวนกำลังสามสมบูรณ์ คือ จำนวนที่เป็นกำลังสามของจำนวนเต็ม

8. กำหนด P = { x | x เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ระหว่าง 10 กับ 15 }
และ R = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5 ที่เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์และจำนวนกำลังสามสมบูรณ์ }

1) ให้เขียนเซต P และเซต R แบบแจกแจงสมาชิก

2) ให้พิจารณาว่าเซต P และเซต R เป็นเซตว่างหรือไม่

9. กำหนด $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \le x \le 10\}$ และ $T = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \le x \le 10\}$ ให้ตรวจสอบว่าเซต S และเซต T เป็นเซตที่เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ระดับท้าทาย

10. ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จ ให้อธิบายเหตุผล

1) $\{0\} = \varnothing$ 2) $\varnothing = \{\ \}$

3) $\{\varnothing\}$ เป็นเซตว่าง 4) $n(\varnothing) = 0$

11. ให้เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิกและตรวจสอบว่าเซตใดเป็นเซตจำกัด และเซตใดเป็นเซตอนันต์

1) S = { x | x เป็นพหุคูณของ 7 และ 11 }

2) $T = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 6x - 8 = 0\}$

3) $U = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = -1\}$

12. ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จ ให้อธิบายเหตุผล

1) $c \notin \{c, a, r\}$

2) $car \in \{c, a, r\}$

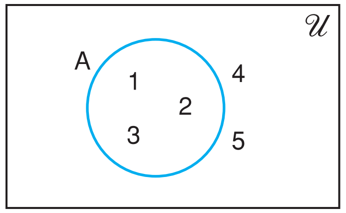
3) $\{c\} \in \{c, a, r\}$

1.2 แผนภาพเวนน์ (Venn Diagram) เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe) สับเซต (Subset) และเพาเวอร์เซต (Power Set)

1. แผนภาพเวนน์ (Venn Diagram) และเอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยเซต นักคณิตศาสตร์สองท่าน คือ จอห์น เวนน์ และเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ พบว่าการเขียนแผนภาพแทนเซตจะช่วยสื่อความคิด ทำให้เห็นภาพของปัญหาชัดเจนขึ้น ซึ่งแผนภาพออยเลอร์จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตที่เกิดขึ้นจริงหรือมีอยู่จริง ส่วนแผนภาพเวนน์จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตที่สามารถเป็นไปได้ทั้งหมด โดยไม่คำนึงว่าสามารถเกิดขึ้นได้จริงหรือไม่ ในอดีตนิยมเรียกแผนภาพแทนเซตว่า **แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์** เพื่อเป็นเกียรติแก่นักคณิตศาสตร์ทั้งสอง แต่ในปัจจุบันเรียกแผนภาพดังกล่าวว่า **แผนภาพเวนน์** เนื่องจากแผนภาพเวนน์และแผนภาพออยเลอร์มีความแตกต่างกันตามที่กล่าวมาข้างต้น และบางครั้งเพื่อความสะดวก จะเรียกอย่างสั้น ๆ ว่า **แผนภาพ**

นักเรียนสามารถใช้แผนภาพเขียนแทนเซตได้ ดังรูป



จากรูป จะเห็นว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแสดงถึงเซตของสมาชิกทั้งหมดที่อยู่ภายใต้ขอบเขตสิ่งที่ต้องการจะศึกษาโดยมีข้อตกลงว่า ต่อไปจะกล่าวถึงสมาชิกของเซตนี้เท่านั้น ซึ่งเรียกเซตนี้ว่า **เอกภพสัมพัทธ์** เขียนแทนด้วย $\mathscr{U}$ นั่นคือ ในรูปนี้กำหนดให้ $\mathscr{U} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และส่วนวงกลมในรูปแสดงถึงเซต A ซึ่งในรูปนี้กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

บทนิยาม เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่จะกล่าวถึงหรือพิจารณาในสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้

> **ATTENTION**
> ถ้ากล่าวถึงเซตของจำนวนและไม่ได้กำหนดว่าเซตใดเป็นเอกภพสัมพัทธ์ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนจริง ($\mathbb{R}$)

ตัวอย่างที่ 4

กำหนด $\mathcal{U}$ = { x | x เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 10 }

และ A = { x | x เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ }

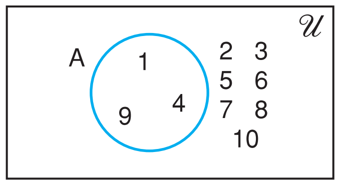
1) ให้เขียนเซต $\mathcal{U}$ และเซต A แบบแจกแจงสมาชิก

2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ และเซต A

วิธีทำ 1) $\mathcal{U}$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

A = {1, 4, 9}

2)



PROBLEM SOLVING TIP

เซต A ไม่ได้ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ทุกจำนวน เพราะสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์เป็นเพียงจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 10

ลองทำดู

กำหนด $\mathcal{U}$ = { x | x เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 13 }

และ B = { x | x เป็นจำนวนเฉพาะ }

1) ให้เขียนเซต $\mathcal{U}$ และเซต B แบบแจกแจงสมาชิก

2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ และเซต B

PROBLEM SOLVING TIP

จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 ซึ่งหารลงตัวได้ด้วย 1 และตัวเองเท่านั้น

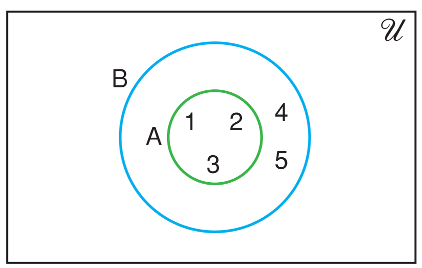
ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 1 (หน้า 16)

2. สับเซต (Subset) และสับเซตแท้ (Proper Subset)

กำหนด A = {1, 2, 3} และ B = {1, 2, 3, 4, 5} จะเขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้อย่างไร

เนื่องจากการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก จะเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงตัวเดียวเท่านั้น ดังนั้น จึงนิยมเขียนแผนภาพแสดงเซต A และเซต B ได้ ดังรูป



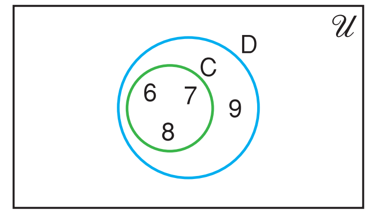
จากรูป จะเห็นว่า วงกลมที่แทนเซต A อยู่ภายในวงกลมที่แทนเซต B ทั้งหมด นั่นคือ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B ซึ่งกล่าวได้ว่าเซต A เป็นสับเซตของเซต B

บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

พิจารณา C = {6, 7, 8}, D = {6, 7, 8, 9} และ E = {6, 7, 8}

เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของเซต C เป็นสมาชิกของเซต D และ $C \neq D$ จึงกล่าวได้ว่าเซต C เป็นทั้งสับเซตและสับเซตแท้ของเซต D ซึ่งสามารถเขียนแผนภาพแสดงเซต C และเซต D ได้ ดังรูป



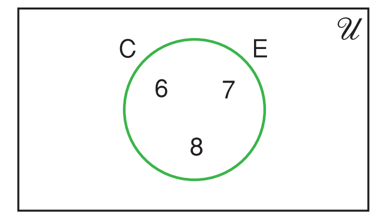
INFORMATION

โดยส่วนใหญ่จะใช้สัญลักษณ์ "$\subseteq$" แสดงว่า "เป็นสับเซตของ" และใช้สัญลักษณ์ "$\subset$" แสดงว่า "เป็นสับเซตแท้ของ" แต่ในหนังสือเล่มนี้จะใช้สัญลักษณ์ "$\subset$" แทนการเป็นสับเซตและสับเซตแท้

บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต

เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$

เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของเซต C เป็นสมาชิกของเซต E และสมาชิกทุกตัวของเซต E เป็นสมาชิกของเซต C ดังนั้น C = E นั่นคือ เซต C เป็นสับเซตของเซต E แต่เซต C ไม่เป็นสับเซตแท้ของเซต E และเซต E เป็นสับเซตของเซต C แต่เซต E ไม่เป็นสับเซตแท้ของเซต C ซึ่งสามารถเขียนแผนภาพแสดงเซต C และเซต E ได้ ดังรูป



บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต

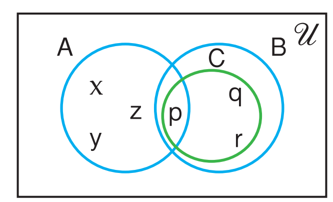
$A \subset B$ และ $B \subset A$ ก็ต่อเมื่อ A = B

เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง นั่นคือ ถ้า A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $A \subset A$

Class Discussion

ให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากแผนภาพ เซต A เป็นสับเซตของเซต B หรือไม่ และเซต B เป็นสับเซตของเซต A หรือไม่
2. จากแผนภาพ เซต B เป็นสับเซตของเซต C หรือไม่ และเซต C เป็นสับเซตของเซต B หรือไม่



จากกิจกรรม Class Discussion

คำถามข้อ 1 จากแผนภาพ จะเห็นว่า มีสมาชิกของเซต A คือ x, y และ z ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B ดังนั้น เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B และมีสมาชิกของเซต B คือ q และ r ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A ดังนั้น เซต B ไม่เป็นสับเซตของเซต A

คำถามข้อ 2 จากแผนภาพ จะเห็นว่า สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต C และสมาชิกทุกตัวของเซต C เป็นสมาชิกของเซต B ดังนั้น เซต B เป็นสับเซตของเซต C และเซต C เป็นสับเซตของเซต B ดังนั้น $B = C$

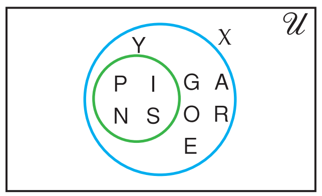
บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต กล่าวว่า เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

ตัวอย่างที่ 5

กำหนด X เป็นเซตของตัวอักษรในคำว่า “SINGAPORE”
และ Y เป็นเซตของตัวอักษรในคำว่า “PINS”

1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต X และเซต Y
2) เซต Y เป็นสับเซตของเซต X หรือไม่ เพราะเหตุใด
3) เซต Y เป็นสับเซตแท้ของเซต X หรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ 1)



2) เซต Y เป็นสับเซตของเซต X เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต Y เป็นสมาชิกของเซต X

3) เซต Y เป็นสับเซตแท้ของเซต X เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต Y เป็นสมาชิกของเซต X และมี A, E, G, O และ R ที่เป็นสมาชิกของเซต Y แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต X ดังนั้น $Y \neq X$

ลองทำดู

กำหนด $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ และ $D = \{1, 3, 5, 7\}$

1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต C และเซต D
2) เซต D เป็นสับเซตของเซต C หรือไม่ เพราะเหตุใด
3) เซต D เป็นสับเซตแท้ของเซต C หรือไม่ เพราะเหตุใด

ฝึกทำต่อ
แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 2 (หน้า 16)

ตัวอย่างที่ 6

กำหนด G เป็นเซตของจำนวนคี่บวกที่น้อยกว่า 11
H เป็นเซตของจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า 11
$I = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
และ $J = \{\{1, 3, 5,\}, 7, 9\}$

1) ให้เขียนเซต G และเซต H แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้ตรวจสอบว่า $G \subset H$ หรือ $H \subset G$ หรือไม่ เพราะเหตุใด
3) ให้ตรวจสอบว่า $I \subset J$ หรือ $J \subset I$ หรือไม่ เพราะเหตุใด
4) เซต I และเซต G มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ให้อธิบาย

วิธีทำ 1) $G = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$H = \{2, 3, 5, 7\}$

2) $G \not\subset H$ เพราะมีสมาชิกของเซต G คือ 1 และ 9 ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต H
และ $H \not\subset G$ เพราะมีสมาชิกของเซต H คือ 2 ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต G

3) $I \not\subset J$ เพราะมีสมาชิกของเซต I คือ 1, 3 และ 5 ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต J
และ $J \not\subset I$ เพราะมีสมาชิกของเซต J คือ $\{1, 3, 5\}$ ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต I

4) $I = G$ เพราะสมาชิกทุกตัวของเซต I เป็นสมาชิกของเซต G และสมาชิกทุกตัวของเซต G เป็นสมาชิกของเซต I

ลองทำดู

กำหนด $S = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม และ $0 < x \leq 13\}$
$T = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า $13\}$
$U = \{1, 2, 3, \ldots, 13\}$
และ $V = \{\{1, 2\}, 3, 4, 5, \{11, 12, 13\}\}$

1) ให้เขียนเซต S และเซต T แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้ตรวจสอบว่า $T \subset S$ หรือ $S \subset T$ หรือไม่ เพราะเหตุใด
3) ให้ตรวจสอบว่า $U \subset V$ หรือ $V \subset U$ หรือไม่ เพราะเหตุใด
4) เซต U และเซต S มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ให้อธิบาย

ฝึกทำต่อ
แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 3 (หน้า 16)

3. เพาเวอร์เซต (Power Set)

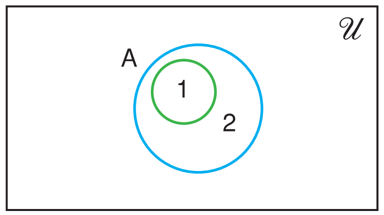
กำหนด $A = \{1, 2\}$

สับเซตทั้งหมดของเซต A คือเซตอะไรบ้าง

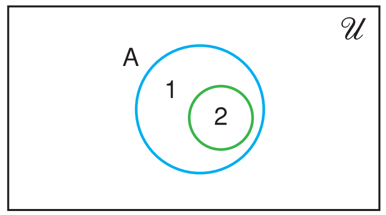
เนื่องจากสับเซตทั้งหมดของเซต A คือ เซตทั้งหมดที่สมาชิกของเซตนั้นเป็นสมาชิกของเซต A ดังนั้น $\{1\}$, $\{2\}$ และ $\{1, 2\}$ เป็นสับเซตของเซต A ดังรูปที่ 1, 2 และ 3

INFORMATION

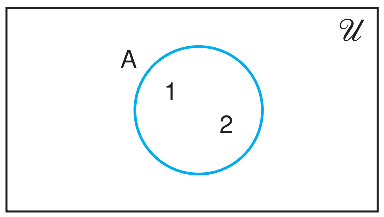
เซตว่างเป็นสับเซตของเซตทุกเซต นั่นคือ ถ้าเซต A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $\varnothing \subset A$



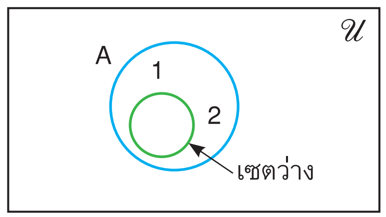
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

และจากรูปที่ 4 จะเห็นว่า มีเซตว่างอยู่ในเซต A ได้ ดังนั้น เซตว่างจึงเป็นสับเซตของเซต A ด้วย นั่นคือ $A = \{1, 2\}$ มีสับเซต คือ $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$ และ $\{1, 2\}$

> ถ้าเซต A มีสมาชิกเท่ากับ n ตัว แล้วจำนวนสับเซตของเซต A เท่ากับ 2^n เซต

เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เขียนแทนด้วย P(A) ดังนั้น $P(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

ATTENTION

จำนวนสมาชิกของ P(A) เท่ากับจำนวนสับเซตของเซต A

> ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n แล้วจำนวนสมาชิกของ P(A) เท่ากับ 2^n นั่นคือ $n(P(A)) = 2^n$

ตัวอย่างที่ 7

ให้หาเพาเวอร์เซตของเซตต่อไปนี้

1) $A = \{4, 5\}$ **2)** $B = \{p, q, r\}$

วิธีทำ **1)** จาก $A = \{4, 5\}$ จะได้ว่า จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A เท่ากับ $2^2 = 4$ เซต คือ $\varnothing$, $\{4\}$, $\{5\}$ และ $\{4, 5\}$

ดังนั้น $P(A) = \{\varnothing, \{4\}, \{5\}, \{4, 5\}\}$

2) จาก $B = \{p, q, r\}$ จะได้ว่า จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต B เท่ากับ $2^3 = 8$ เซต คือ $\varnothing$, $\{p\}$, $\{q\}$, $\{r\}$, $\{p, q\}$, $\{p, r\}$, $\{q, r\}$ และ $\{p, q, r\}$

ดังนั้น $P(B) = \{\varnothing, \{p\}, \{q\}, \{r\}, \{p, q\}, \{p, r\}, \{q, r\}, \{p, q, r\}\}$

ลองทำดู

ให้หาเพาเวอร์เซตของเซตต่อไปนี้

1) $C = \{7, 8\}$ 2) $D = \{a, b, c\}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 4, 6 (หน้า 16)

ตัวอย่างที่ 8

ให้หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตต่อไปนี้

1) $A = \{0\}$ **2)** $B = \{0, 1\}$ **3)** $C = \varnothing$

วิธีทำ **1)** จาก $A = \{0\}$ จะได้ว่า เซต A มีสมาชิก 1 ตัว คือ 0

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(A) เท่ากับ $2^1 = 2$

2) จาก $B = \{0, 1\}$ จะได้ว่า เซต B มีสมาชิก 2 ตัว คือ 0 และ 1

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(B) เท่ากับ $2^2 = 4$

3) จาก $C = \varnothing$ จะได้ว่า เซต C ไม่มีสมาชิก

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ P(C) เท่ากับ $2^0 = 1$

ATTENTION

เพาเวอร์เซตของเซตใด ๆ จะไม่เป็นเซตว่าง เพราะเซตเหล่านั้นมีเซตว่างเป็นสับเซตเสมอ

ลองทำดู

ให้หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตต่อไปนี้

1) $C = \{\varnothing, a\}$ 2) $D = \{\varnothing, 1, \{2\}\}$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 5 (หน้า 16)

แบบฝึกทักษะ 1.2

ระดับพื้นฐาน

1. กำหนด $\mathcal{U}$ = { x | x เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 10 } และ A = { x | x เป็นจำนวนคู่ }

1) ให้เขียนเซต $\mathcal{U}$ และเซต A แบบแจกแจงสมาชิก

2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ และเซต A

2. กำหนด $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ และ $B = \{0, 1, 2, 3\}$

1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B

2) ให้ตรวจสอบว่า เซต B เป็นสับเซตแท้ของเซต A หรือไม่ เพราะเหตุใด

ระดับกลาง

3. กำหนด E = { x | x เป็นจำนวนเต็ม และ $0 < x \leq 20$ }

F = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นพหุคูณของ 4 ซึ่งน้อยกว่า 20 }

$G = \{1, 2, 3, 4, \dots, 21\}$

และ $H = \{1, 3, \{7, 21\}\}$

1) ให้เขียนเซต E และเซต F แบบแจกแจงสมาชิก

2) ให้ตรวจสอบว่า $F \subset E$ หรือ $E \subset F$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

3) ให้ตรวจสอบว่า $G \subset H$ หรือ $H \subset G$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

4) เซต E และเซต G มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ให้อธิบาย

4. **ให้หาเพาเวอร์เซตของเซตต่อไปนี้**

1) $A = \{x, y\}$ 2) $C = \{3, 4, 5\}$ 3) $D = \{a, b, c, d\}$

5. **ให้หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตต่อไปนี้**

1) $A = \{a, b\}$ 2) $B = \{0, \varnothing, 1\}$

3) $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 4) $D = \{0, \varnothing, \{0\}, 1\}$

5) $E = \{0, \varnothing, \{0, 1\}\}$ 6) $F = \{0, 1, 2, \{3, 4\}, \{5\}\}$

ระดับท้าทาย

6. กำหนด $A = \{0, 1, \{2, 3\}\}$ ให้พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

1) $0 \in A$ 2) $1 \in A$

3) $2 \in A$ 4) $3 \in A$

5) $\{2, 3\} \in A$ 6) $\{0, 1\} \subset A$

7) $\{2, 3\} \subset A$ 8) $\{1, \{2, 3\}\} \in A$

9) $\{1, \{2, 3\}\} \in P(A)$ 10) $\{0, 1, \{2, 3\}\} \in P(A)$

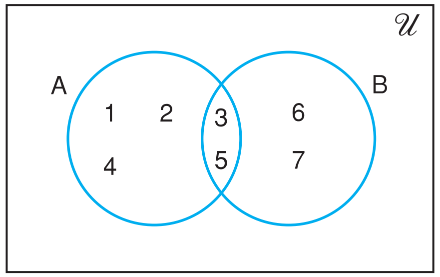
1.3 การดำเนินการของเซต (Set Operation)

1. อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

ในหน้า 1 จะเห็นแผนภาพเวนน์ที่ประกอบด้วยเซตสองเซต เซตหนึ่งแทนเซตของสัตว์ที่อาศัยอยู่บนบก อีกเซตหนึ่งแทนเซตของสัตว์ที่อาศัยอยู่ในน้ำ และส่วนของวงกลม 2 วงที่ทับซ้อนตรงกลางของแผนภาพแทนเซตของสัตว์ที่อาศัยอยู่ได้ทั้งบนบกและในน้ำ จากความสัมพันธ์ที่กล่าวมานี้ ให้พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $B = \{3, 5, 6, 7\}$ จะเขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้อย่างไร

เนื่องจากการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก จะเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงตัวเดียวเท่านั้น ดังนั้น จึงเขียนแผนภาพแสดงเซต A และเซต B ได้ ดังรูป



จากแผนภาพ จะเห็นว่า 3 และ 5 เป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B โดยเรียก $\{3, 5\}$ ว่า **อินเตอร์เซกชัน**ของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$ ดังนั้น $A \cap B = \{3, 5\}$

อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B คือ เซตของสมาชิกที่ซ้ำกันของเซต A และเซต B ดังบทนิยาม

บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$

ตัวอย่างที่ 9

กำหนด $A = \{r, s, t, u, v, w, x\}$, $B = \{s, t, w, y, z\}$, $C = \{a, b, c\}$ และ $D = \{r, t, w\}$

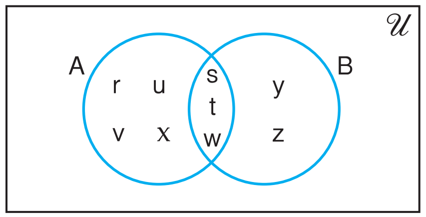
1) ให้หา $A \cap B$ และเขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B

2) ให้หา $A \cap C$ และเขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต C

3) ให้หา $A \cap D$ และเขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต D

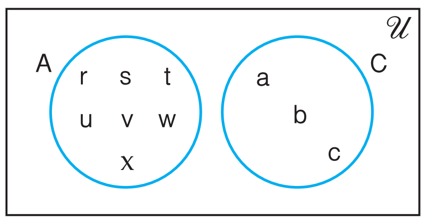
วิธีทำ 1) $A \cap B = \{s, t, w\}$

เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้ ดังนี้



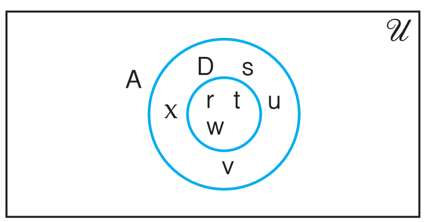
2) $A \cap C = \varnothing$

เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต C ได้ ดังนี้



3) $A \cap D = \{r, t, w\} = D$

เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต D ได้ ดังนี้



อินเตอร์เซกชันของเซตสองเซตใด ๆ จะได้เซตที่เป็นสับเซตของเซตทั้งสอง นั่นคือ ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $A \cap B \subset A$ และ $A \cap B \subset B$

ลองทำดู

1. กำหนด $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่ และ $0 \leq x \leq 20\}$
   และ $B = \{x \mid x$ หารด้วย 4 ลงตัว และ $0 \leq x \leq 30\}$
   1) ให้เขียนเซต A และเซต B แบบแจกแจงสมาชิก
   2) ให้หา $A \cap B$
   3) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B
2. กำหนด $E = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ $12\}$
   และ $F = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 5 ถึง $13\}$
   1) ให้เขียนเซต E และเซต F แบบแจกแจงสมาชิก
   2) ให้หา $E \cap F$
   3) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต E และเซต F
3. กำหนด $C = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ 6 และ $0 < x \leq 18\}$
   และ $D = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ 3 และ $0 < x \leq 18\}$
   1) ให้เขียนเซต C และเซต D แบบแจกแจงสมาชิก
   2) ให้หา $C \cap D$
   3) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต C และเซต D
   4) ให้ตรวจสอบว่า $C \cap D = C$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ATTENTION

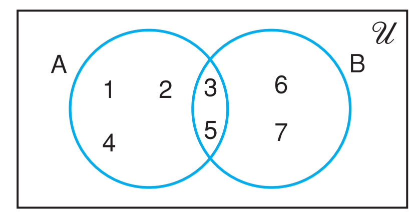
- ถ้าสมาชิกทั้งหมดของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B นั่นคือ เซต A เป็นสับเซตของเซต B แล้ว $A \cap B = A$
- ถ้าเซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน แล้ว $A \cap B = \varnothing$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 1, 2, 8 (หน้า 30, 31)

2. ยูเนียน (Union)

กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $B = \{3, 5, 6, 7\}$ จะเขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้ ดังนี้



จากแผนภาพ ถ้าเขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิก โดยที่สมาชิกของเซต C เป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B จะได้ $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ เรียกเซต C ว่า **ยูเนียน**ของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$ ดังนั้น $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

ยูเนียนของเซต A และเซต B คือ เซตของสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B ดังบทนิยาม

บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต
$A \cup B = \{x \mid x \in A$ หรือ $x \in B\}$

ตัวอย่างที่ 10

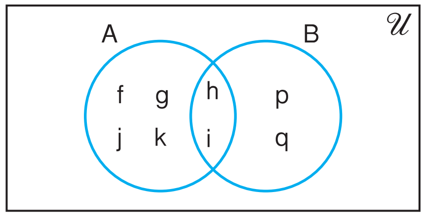
กำหนด A = { f, g, h, i, j, k }, B = { h, i, p, q }, C = { r, s, t, } และ D = { f, g, i, k }

1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B แล้วหา A ∪ B

2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต C แล้วหา A ∪ C

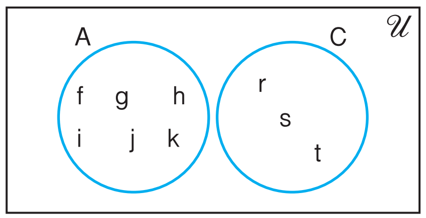
3) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต D แล้วหา A ∪ D

วิธีทำ 1) เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้ ดังนี้



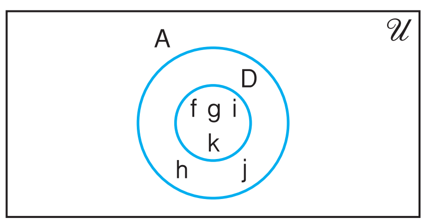
A ∪ B = { f, g, h, i, j, k, p, q }

2) เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต C ได้ ดังนี้



A ∪ C = { f, g, h, i, j, k, r, s, t }

3) เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต D ได้ ดังนี้



A ∪ D = { f, g, h, i, j, k } = A

PROBLEM SOLVING TIP

การเขียนแผนภาพเวนน์ควรหา A ∩ B ก่อน

เซตสองเซตใด ๆ จะเป็นสับเซตของยูเนียนของเซตทั้งสองเซตนั้น นั่นคือ ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า A ⊂ A ∪ B และ B ⊂ A ∪ B

ลองทำดู

1. กำหนด A = { x | x เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 10 }
   และ B = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ 30 }
   1) ให้เขียนเซต A และเซต B แบบแจกแจงสมาชิก
   2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B
   3) จากแผนภาพ ให้หา A ∪ B
2. กำหนด E = { x | x เป็นพหุคูณของ 7 และ 0 < x < 63 }
   และ F = { x | x เป็นพหุคูณของ 9 และ 0 < x < 63 }
   1) ให้เขียนเซต E และเซต F แบบแจกแจงสมาชิก
   2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต E และเซต F
   3) จากแผนภาพ ให้หา E ∪ F
3. กำหนด C = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ 8 }
   และ D = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ 16 }
   1) ให้เขียนเซต C และเซต D แบบแจกแจงสมาชิก
   2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต C และเซต D
   3) จากแผนภาพ ให้หา C ∪ D
   4) ให้ตรวจสอบว่า C ∪ D = D หรือไม่ เพราะเหตุใด

ATTENTION

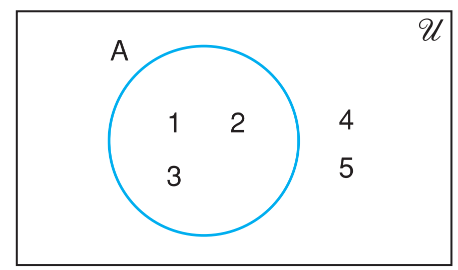
ถ้าเซต C เป็นสับเซตของเซต D แล้ว C ∪ D = D

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 3, 4, 9, 10, 15 (หน้า 30-32)

3. คอมพลีเมนต์ (Complement)

กำหนด 𝒰 = { 1, 2, 3, 4, 5 } และ A = { 1, 2, 3 } จะเขียนแผนภาพแทนเซต 𝒰 และเซต A ได้ ดังนี้

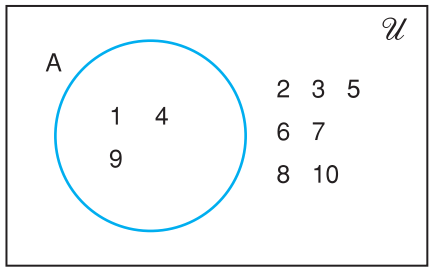


จากแผนภาพ จะเห็นว่า 4 และ 5 อยู่ภายนอกวงกลมที่แทนเซต A แต่ยังอยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่แสดงเซต 𝒰 ดังนั้น 4 ∉ A และ 5 ∉ A เรียกเซตของสมาชิกทุกตัวในเซต 𝒰 ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A ว่า **คอมพลีเมนต์**ของเซต A เขียนแทนด้วย A′ นั่นคือ A′ = { 4, 5 }

บทนิยาม กำหนด 𝒰 เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และ A เป็นเซตในเอกภพสัมพัทธ์

A′ = { x | x ∈ 𝒰 และ x ∉ A }

ตัวอย่างที่ 11



1) จากแผนภาพที่กำหนด ให้หา A′

2) ให้หาจำนวนสมาชิกของเซต $\mathscr{U}$ เซต A และ A′

3) ให้ตรวจสอบว่า n(A) + n(A′) = n($\mathscr{U}$) หรือไม่ เพราะเหตุใด

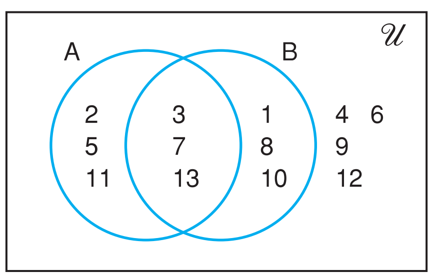
วิธีทำ **1)** A′ = {2, 3, 5, 6, 7, 8, 10} หรือ

A′ = {x | x เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 10 ซึ่งไม่ใช่จำนวนกำลังสองสมบูรณ์}

2) n($\mathscr{U}$) = 10, n(A) = 3 และ n(A′) = 7

3) เพราะว่าเซต A และ A′ ประกอบด้วยสมาชิกทุกตัวของเซต $\mathscr{U}$ โดยที่เซต A และ A′ ประกอบด้วยสมาชิกที่ไม่เหมือนกัน ดังนั้น n(A) + n(A′) = n($\mathscr{U}$)

ลองทำดู



จากแผนภาพ ให้หา B′

ฝึกทำต่อ

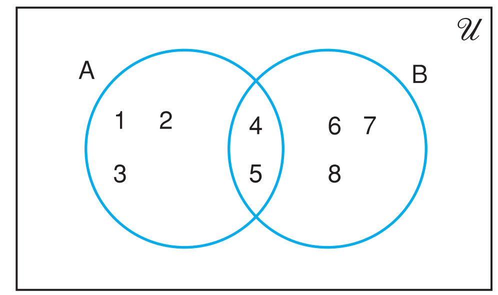
แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 5 (หน้า 30)

Thinking Time

กำหนด A = {1, 2, 3} ถ้าโจทย์ไม่นิยามเซต $\mathscr{U}$ นักเรียนสามารถหา A′ ได้หรือไม่

4. ผลต่าง (Difference)

กำหนด A = {1, 2, 3, 4, 5} และ B = {4, 5, 6, 7, 8} จะเขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้ ดังนี้



จากแผนภาพ จะเห็นว่า เซต A ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เช่น 1 ∈ A และ 1 ∉ B หรือ 4 ∈ A และ 4 ∈ B เรียกเซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B ว่า **ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B** หรือ **คอมพลีเมนต์ของเซต B เทียบกับเซต A** เขียนแทนด้วย A - B นั่นคือ A - B = {1, 2, 3}

บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต

A - B = {x | x ∈ A และ x ∉ B}

และจากแผนภาพ จะเห็นว่า เซต B ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เช่น 6 ∈ B และ 6 ∉ A หรือ 5 ∈ B และ 5 ∈ A เรียกเซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต B แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A ว่า **ผลต่างระหว่างเซต B และเซต A** หรือ **คอมพลีเมนต์ของเซต A เทียบกับเซต B** เขียนแทนด้วย B - A นั่นคือ B - A = {6, 7, 8}

บทนิยาม กำหนด A และ B เป็นเซต

B - A = {x | x ∈ B และ x ∉ A}

ตัวอย่างที่ 12

กำหนด $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า $10\}$

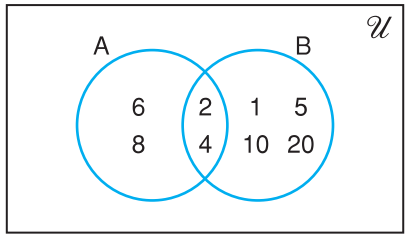
และ $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ $20\}$

ให้หา A - B และ B - A

วิธีทำ เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้ $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้ ดังนี้



จะได้ $A - B = \{6, 8\}$

$B - A = \{1, 5, 10, 20\}$

ตัวอย่างที่ 13

กำหนด $A = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ 4 และ $0 < x \leq 24\}$

$B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า $24\}$

และ $C = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ 8 และ $0 < x \leq 24\}$

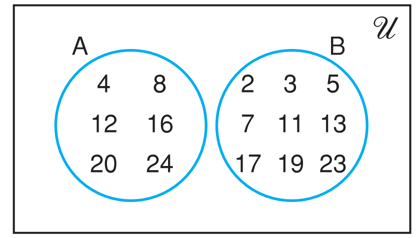
1) ให้หา A - B และ B - A

2) ให้หา A - C และ C - A

วิธีทำ 1) เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้ $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$

เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B ได้ ดังนี้



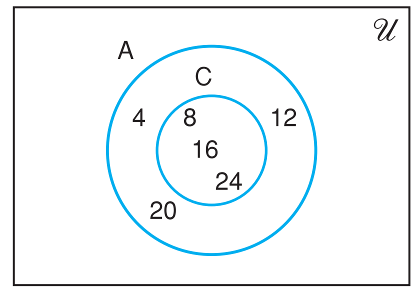
จะได้ $A - B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

$B - A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$

2) เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

เขียนเซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้ $C = \{8, 16, 24\}$

เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต C ได้ ดังนี้



จะได้ $A - C = \{4, 12, 20\}$

$C - A = \varnothing$

ลองทำดู

1. กำหนด $C = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคี่บวกที่น้อยกว่า $10\}$

   และ $D = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ $15\}$

   ให้หา C - D และ D - C

2. กำหนด $M = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 7 ลงตัว และ $0 < x \leq 30\}$

   $N = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 8 ลงตัว และ $0 < x \leq 30\}$

   และ $L = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 4 ลงตัว และ $0 < x \leq 30\}$

   1) ให้หา M - N และ N - M

   2) ให้หา N - L และ L - N

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 6 (หน้า 30)

5. การประยุกต์การดำเนินการของเซต (Application of Set Operations)

ตัวอย่างที่ 14

กำหนด $\mathcal{U} = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $11\}$

$A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่บวก$\}$

และ $B = \{x \mid x$ เป็นตัวประกอบของ $12\}$

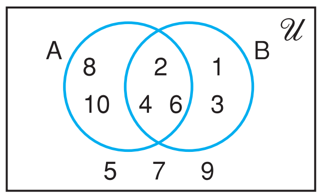
1) ให้เขียนเซต $\mathcal{U}$ เซต A และเซต B แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ เซต A และเซต B
3) ให้หา $(A \cup B)'$ และ $A \cap B'$

วิธีทำ 1) $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

2)



3) $(A \cup B)' = \{5, 7, 9\}$

จาก $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

และ $B' = \{5, 7, 8, 9, 10\}$

ดังนั้น $A \cap B' = \{8, 10\}$

PROBLEM SOLVING TIP

เนื่องจากเซต $\mathcal{U}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 11 ดังนั้น สมาชิกในเซต A จึงเป็นเพียงจำนวนคู่ที่เป็นจำนวนเต็มบวกและน้อยกว่า 11

การเขียนแผนภาพเวนน์ในข้อ 2) ให้เติมสมาชิกของ $A \cap B$ ก่อนทุกครั้ง

INFORMATION

จากตัวอย่าง จะได้ว่า

$A \cap B' = A - B$

ลองทำดู

กำหนด $\mathcal{U} = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่มากกว่า $9\}$

$A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคี่บวก$\}$

และ $B = \{x \mid x$ เป็นตัวประกอบของ $3\}$

1) ให้เขียนเซต $\mathcal{U}$ เซต A และเซต B แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ เซต A และเซต B
3) ให้หา $(A \cup B)'$ และ $A \cap B'$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 7, 11 (หน้า 30-32)

ตัวอย่างที่ 15

กำหนด $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

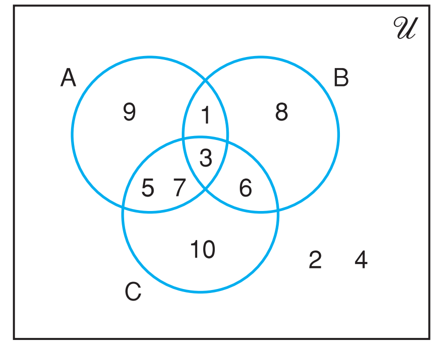
$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{1, 3, 6, 8\}$

และ $C = \{3, 5, 6, 7, 10\}$

1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ เซต A เซต B และเซต C
2) ให้หา $A - (B \cup C)$ และ $(B \cup C) - A$

วิธีทำ 1)



2) $A - (B \cup C) = \{9\}$ และ $(B \cup C) - A = \{6, 8, 10\}$

ลองทำดู

กำหนด $\mathcal{U} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

$D = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$E = \{2, 4, 14, 16, 18\}$

และ $F = \{4, 10, 12, 16\}$

1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ เซต D เซต E และเซต F
2) ให้หา $D - (E \cup F)$ และ $(E \cup F) - D$

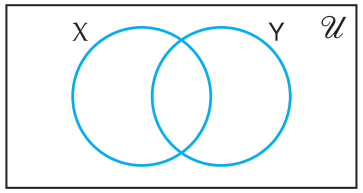
ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 12, 16 (หน้า 31)

จากหัวข้อที่ผ่านมา เมื่อกำหนดเซตที่เขียนแบบแจกแจงสมาชิก สามารถเขียนแผนภาพเวนน์แทนเซตเหล่านั้นได้ ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการกำหนดแผนภาพเวนน์ที่แทนเซต 2 เซต มาให้ แล้วเราเขียนแสดงตำแหน่งหรือส่วนของแผนภาพที่แสดงการดำเนินการต่าง ๆ ของเซตทั้ง 2 เซตนี้

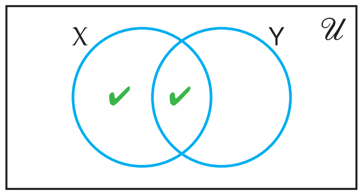
ตัวอย่างที่ 16

ให้แรเงาแผนภาพที่กำหนด เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



1) $X \cup Y'$ 2) $X \cap Y'$ 3) $(X \cap Y)'$

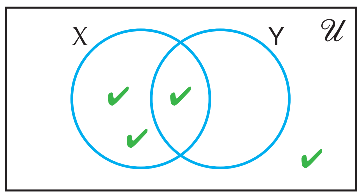
วิธีทำ 1) ขั้นที่ 1 : ใส่เครื่องหมาย ✔ ลงบนส่วนที่แสดงพื้นที่ทั้งสองของเซต X



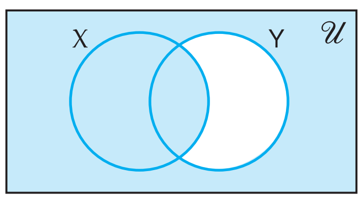
PROBLEM SOLVING TIP

ในตัวอย่างนี้ แบ่งแผนภาพออกเป็น 4 ส่วน

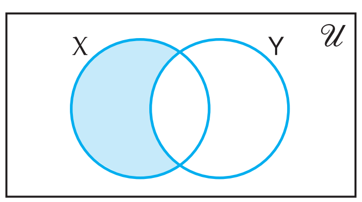
ขั้นที่ 2 : ใส่เครื่องหมาย ✔ ลงบนส่วนที่แสดงพื้นที่ทั้งสองของ Y'



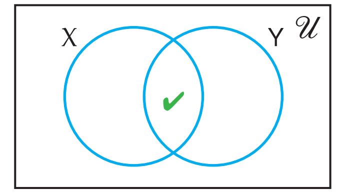
ขั้นที่ 3 : เนื่องจาก $X \cup Y'$ คือ เซตของสมาชิกทั้งหมดที่อยู่ในเซต X หรือ Y' ดังนั้น ให้แรเงาพื้นที่ทั้งหมดที่มีเครื่องหมาย ✔ อย่างน้อย 1 เครื่องหมาย



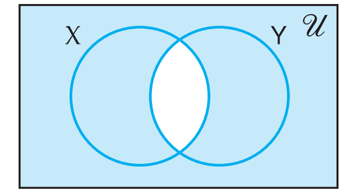
2) เนื่องจาก $X \cap Y'$ คือ เซตของสมาชิกทั้งหมดที่พบทั้งในเซต X และ Y' ดังนั้น ให้แรเงาพื้นที่ทั้งหมดที่มีเครื่องหมาย ✔ 2 เครื่องหมาย



3) ขั้นที่ 1 : ใส่เครื่องหมาย ✔ ลงบนส่วนที่แสดงพื้นที่ของ $X \cap Y$

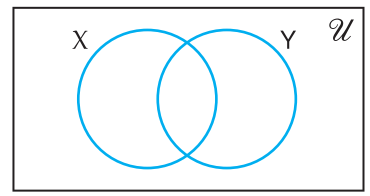


ขั้นที่ 2 : เนื่องจาก $(X \cap Y)'$ คือ เซตของสมาชิกทั้งหมดที่อยู่ภายนอก $X \cap Y$ ดังนั้น ให้แรเงาพื้นที่ที่ไม่มีเครื่องหมาย ✔ อยู่



ลองทำดู

ให้แรเงาแผนภาพที่กำหนด เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



1) $X' \cup Y$ 2) $X' \cap Y$ 3) $(X \cup Y)'$

4) $X' \cup Y'$ 5) $X' \cap Y'$ 6) $(X \cap Y')'$

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 13, 14, 17 (หน้า 32)

Thinking Time

ให้หาความสัมพันธ์ระหว่าง $(X \cup Y)'$, $(X \cap Y)'$, $X' \cup Y'$ และ $X' \cap Y'$

สมบัติ สมบัติของการดำเนินการของเซต (Properties of Set Operation)

กำหนด A, B และ C เป็นเซตที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ จะได้

1. $A \cup B = B \cup A$
   $A \cap B = B \cap A$
2. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
   $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
   $(A \cap B)' = A' \cup B'$
5. $A - B = A \cap B'$
6. $A' = \mathcal{U} - A$
7. $A \cap A' = \varnothing$
   $A \cup A' = \mathcal{U}$
8. $\varnothing \cap A = \varnothing$
   $\varnothing \cup A = A$

ตัวอย่างข้อสอบ
เรื่อง การดำเนินการของเซต

แบบฝึกทักษะ 1.3

ระดับพื้นฐาน

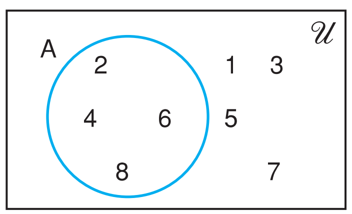
1. กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 7\}$ และ $B = \{2, 4, 8, 10\}$
1) ให้เขียน $A \cap B$ แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A และเซต B

2. กำหนด C = { สีน้ำเงิน, สีเหลือง, สีชมพู, สีม่วง, สีดำ }
และ D = { สีน้ำเงิน, สีเขียว, สีเหลือง, สีส้ม, สีแดง, สีชมพู }
1) ให้เขียน $C \cap D$ แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต C และเซต D

3. กำหนด $E = \{11, 13, 15, 17\}$ และ $F = \{12, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$
1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต E และเซต F
2) จากแผนภาพ ให้เขียน $E \cup F$ แบบแจกแจงสมาชิก

4. กำหนด G = { แอปเปิล, ส้ม, กล้วย, องุ่น, ทุเรียน, ลูกแพร์ }
และ H = { แอปเปิล, กล้วย, องุ่น, สตรอว์เบอร์รี }
1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต G และเซต H
2) จากแผนภาพ ให้เขียน $G \cup H$ แบบแจกแจงสมาชิก

5. พิจารณาแผนภาพ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



1) จากแผนภาพที่กำหนด ให้หา A'
2) ให้หาจำนวนสมาชิกของเซต $\mathcal{U}$ เซต A และ A'
3) ให้ตรวจสอบว่า $n(A) + n(A') = n(\mathcal{U})$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

6. กำหนด $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า $6\}$
และ $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ $6\}$
ให้หา A - B และ B - A

7. กำหนด $\mathcal{U} = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $16\}$
$I = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ $4\}$
และ $J = \{x \mid x$ เป็นตัวประกอบของ $8\}$
1) ให้เขียนเซต $\mathcal{U}$ เซต I และเซต J แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ เซต I และเซต J
3) จากแผนภาพ ให้หา $(I \cup J)'$ และ $I \cap J'$

ระดับกลาง

8. กำหนด $M = \{x \mid x$ เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ และ $0 < x < 70\}$
และ $P = \{x \mid x$ เป็นจำนวนกำลังสามสมบูรณ์ และ $0 < x < 70\}$
1) ให้เขียนเซต M และเซต P แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต M และเซต P
3) จากแผนภาพ ให้เขียน $M \cap P$ แบบแจกแจงสมาชิก

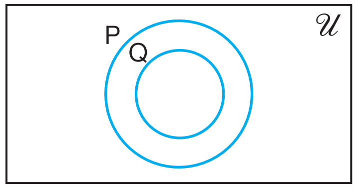
9. กำหนด $T = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ 4 และ $0 < x < 16\}$
และ $S = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกและเป็นตัวประกอบของ $24\}$
1) ให้เขียนเซต T และเซต S แบบแจกแจงสมาชิก
2) เขียนแผนภาพแทนเซต T และเซต S
3) จากแผนภาพ ให้หา $T \cup S$
4) ให้ตรวจสอบว่า $T \cup S = S$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

10. กำหนด $V = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกและเป็นตัวประกอบของ $25\}$
และ $W = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ 6 และ $0 < x < 25\}$
1) ให้เขียนเซต V และเซต W แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต V และเซต W
3) จากแผนภาพ ให้หา $V \cup W$

11. กำหนด $\mathcal{U} = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนเต็มลบ และ $x < 12\}$
$P = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ $3\}$
และ $S = \{x \mid x$ เป็นพหุคูณของ $9\}$
1) ให้เขียนเซต $\mathcal{U}$ เซต P และเซต S แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ เซต P และเซต S
3) จากแผนภาพ ให้หา
(1) $P \cup S$ (2) $(P \cup S)'$ (3) $P' \cap S$

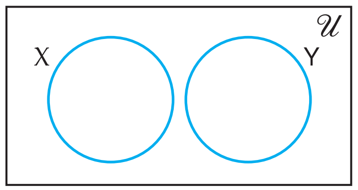
12. กำหนด $\mathcal{U} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$
$A = \{3, 7, 13, 17, 23\}$
$B = \{2, 5, 7\}$
และ $C = \{2, 7, 11, 19, 29\}$
1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathcal{U}$ เซต A เซต B และเซต C
2) จากแผนภาพ ให้หา
(1) $A - (B \cup C)$ (2) $(B \cup C) - A$ (3) $B - (A \cap C)$ (4) $(A \cap B) - C$

13. ให้แรเงาแผนภาพที่กำหนด เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



1) $P \cup Q'$	2) $P \cap Q'$	3) $(P \cup Q)'$	4) $(P \cap Q)'$
5) $P' \cup Q'$	6) $P' \cap Q'$	7) $(P' \cup Q)'$	8) $(P \cup Q')'$

14. ให้แรเงาแผนภาพที่กำหนด เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



1) $X \cup Y'$	2) $X \cap Y'$	3) $(X \cup Y)'$	4) $(X \cap Y)'$
5) $X' \cup Y'$	6) $X' \cap Y'$	7) $(X' \cup Y)'$	8) $(X \cup Y')'$

15. กำหนด A เป็นเซตใด ๆ ที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ ให้หาผลการดำเนินการของเซตต่อไปนี้

1) $A \cap \mathcal{U}$	2) $A \cup \mathcal{U}$	3) $A \cap \varnothing$	4) $A \cup \varnothing$

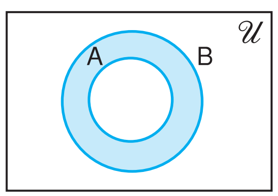
ระดับ**ท้าทาย**

16. ถ้า $A \subset B$, $C \subset B$ และ $A \cap C = \varnothing$ ให้หาผลการดำเนินการของเซตต่อไปนี้

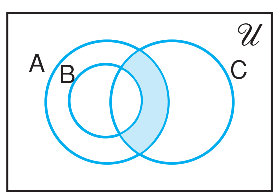
1) $A \cap B$	2) $A \cup B$	3) $B \cap C$	4) $A \cup C$
5) $(B \cup C) \cap A$	6) $(B \cap C) \cap A$	7) $(A \cup C) \cap B$	8) $(A \cap C) \cap B$

17. ให้เขียนเซตซึ่งแทนบริเวณที่แรเงาต่อไปนี้

1)



2)

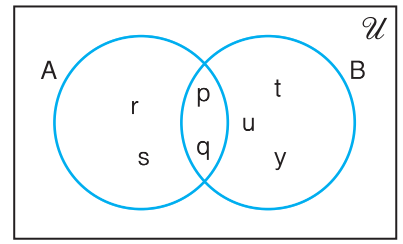


1.4 การนำความรู้เกี่ยวกับเซตไปใช้ในการแก้ปัญหา (Application of Sets in Solving Problems)

จากหัวข้อที่ 1.1 ถ้าเซต A เป็นเซตจำกัดแล้ว จำนวนสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย n(A) และในหัวข้อนี้ จะได้นำความรู้เกี่ยวกับเซตไปใช้ในการแก้ปัญหา

Investigation

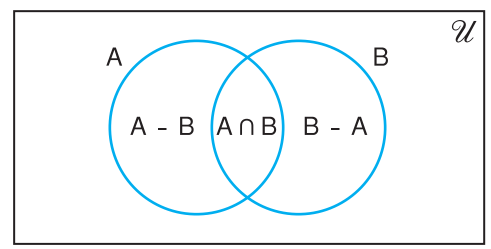
ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



1. จากแผนภาพ ให้หา
   1) n(A) 2) n(B) 3) $n(A \cup B)$ 4) $n(A \cap B)$
2. ให้หาสมการแสดงความสัมพันธ์ของ n(A), n(B), $n(A \cup B)$ และ $n(A \cap B)$

จาก Investigation จะสามารถหาสมการความสัมพันธ์ของ n(A), n(B), $n(A \cup B)$ และ $n(A \cap B)$ โดยใช้แผนภาพได้ ดังนี้

กำหนด A และ B เป็นเซตจำกัด



จากแผนภาพ จะได้ว่า

$$n(A - B) + n(A \cap B) = n(A)$$

ดังนั้น $$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \quad ......❶$$

$$n(B - A) + n(A \cap B) = n(B)$$

ดังนั้น $$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \quad ......❷$$

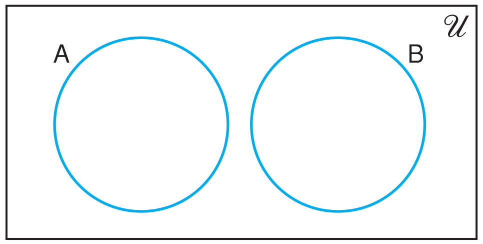
และ $n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$

จากสมการ ❶ และ ❷ จะได้ว่า

$$n(A \cup B) = [n(A) - n(A \cap B)] + n(A \cap B) + [n(B) - n(A \cap B)]$$
$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

ดังนั้น $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

ในกรณีที่เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน หรือ $A \cap B = \varnothing$ จะได้ว่า $n(A \cap B) = 0$ ซึ่งเขียนแผนภาพได้ ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ เมื่อ $A \cap B = \varnothing$

Class Discussion

ให้นักเรียนจับคู่ แล้วช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้

กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

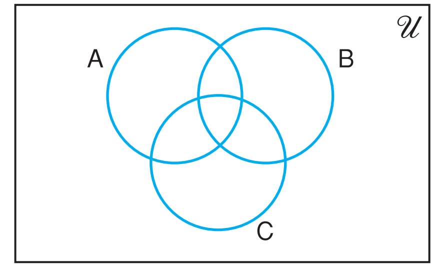
$B = \{3, 6, 9, 12\}$

และ $C = \{6, 12, 18, 24\}$

1. ให้เขียนแผนภาพแทนเซต A เซต B และเซต C
2. ให้หาสมการแสดงความสัมพันธ์ของ $n(A)$, $n(B)$, $n(C)$, $n(A \cup B \cup C)$, $n(A \cap B)$, $n(A \cap C)$, $n(B \cap C)$ และ $n(A \cap B \cap C)$

จาก Class Discussion สามารถหาสมการแสดงความสัมพันธ์ของ $n(A)$, $n(B)$, $n(C)$, $n(A \cup B \cup C)$, $n(A \cap B)$, $n(A \cap C)$, $n(B \cap C)$ และ $n(A \cap B \cap C)$ โดยแผนภาพได้ ดังนี้

กำหนดเซต A เซต B และเซต C เป็นเซตจำกัด



จากแผนภาพ จะได้ว่า

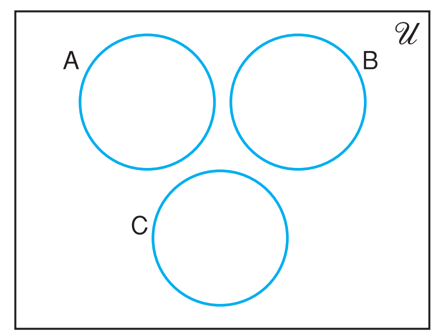
$$n(A \cup B \cup C) = n[(A \cup B) \cup C]$$

จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A \cup B) + n(C) - n[(A \cup B) \cap C] \\ &= [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] + n(C) - n[(A \cap C) \cup (B \cap C)] \\ &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - [n(A \cap C) + n(B \cap C) \\ &\quad - n[(A \cap C) \cap (B \cap C)]] \\ &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) \\ &\quad + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

ดังนั้น $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

ในกรณีที่เซต A เซต B และเซต C ไม่มีสมาชิกร่วมกัน ซึ่งเขียนแผนภาพได้ ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

ตัวอย่างที่ 17

จากการสำรวจพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่ง ซึ่งมีจำนวน 1,000 คน พบว่า 600 คน ชอบดื่มชา 720 คน ชอบดื่มกาแฟ ถ้ามีพนักงาน 100 คน ไม่ชอบดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิดนี้ ให้หา

1) จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มอย่างน้อย 1 ชนิด

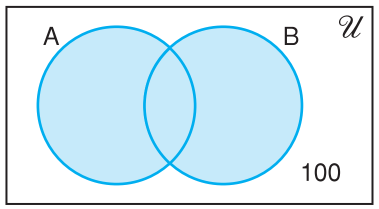
2) จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิด

วิธีทำ กำหนด $\mathscr{U}$ แทน เซตของพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่งที่เข้าร่วมการสำรวจ

A แทน เซตของพนักงานที่ชอบดื่มชา

และ B แทน เซตของพนักงานที่ชอบดื่มกาแฟ

1) **วิธีที่ 1** ใช้แผนภาพ



กำหนด ส่วนที่แรเงา แทน จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มอย่างน้อย 1 ชนิด

จากแผนภาพ จะได้ว่า ส่วนที่แรเงาเท่ากับจำนวนพนักงานทั้งหมดลบด้วยจำนวนพนักงานที่ไม่ดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิด

นั่นคือ ส่วนที่แรเงาเท่ากับ $1000 - 100 = 900$

ดังนั้น จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มอย่างน้อย 1 ชนิด มีทั้งหมด 900 คน

วิธีที่ 2 ใช้สูตร

จากโจทย์ จะได้ว่า $n(A) = 600$ และ $n(B) = 720$

และ $n(A \cup B)$ แทน จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มอย่างน้อย 1 ชนิด

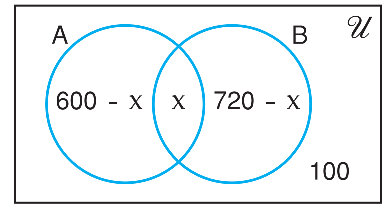
จะได้ $n((A \cup B)')$ แทน จำนวนพนักงานที่ไม่ชอบดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิด

จากสูตร
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(\mathscr{U}) - n((A \cup B)') \\ &= 1000 - 100 \\ &= 900 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มอย่างน้อย 1 ชนิด มีทั้งหมด 900 คน

2) **วิธีที่ 1** ใช้แผนภาพ

กำหนด x แทน จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิด



จากแผนภาพ จะได้
$$\begin{aligned} (600 - x) + x + (720 - x) + 100 &= 1000 \\ 1420 - x &= 1000 \\ x &= 420 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิดมี 420 คน

วิธีที่ 2 ใช้สูตร

จากโจทย์ จะได้ว่า $n(A) = 600$ และ $n(B) = 720$

และ จากข้อ 1) จะได้ว่า $n(A \cup B) = 900$

กำหนด $n(A \cap B)$ แทน จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิด

จากสูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

จะได้
$$\begin{aligned} 900 &= 600 + 720 - n(A \cap B) \\ n(A \cap B) &= 420 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนพนักงานที่ชอบดื่มเครื่องดื่มทั้งสองชนิดมี 420 คน

ตัวอย่างที่ 18

จากการสำรวจนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 35 คน พบว่ามี 27 คน ชอบเล่นกีฬาบาสเกตบอล 25 คน ชอบเล่นกีฬาเทนนิส ถ้าให้นักเรียนแต่ละคนเล่นกีฬาอย่างน้อยหนึ่งอย่างจากสองอย่างนี้ ให้หาจำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองชนิดนี้

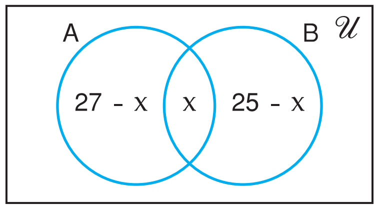
วิธีทำ กำหนด $\mathcal{U}$ แทน เซตของนักเรียนห้องหนึ่งที่เข้าร่วมการสำรวจ

A แทน เซตของนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาบาสเกตบอล

และ B แทน เซตของนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาเทนนิส

วิธีที่ 1 ใช้แผนภาพ

กำหนด x แทน จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองชนิดนี้



จากแผนภาพ จะได้ $(27 - x) + x + (25 - x) = 35$

$52 - x = 35$

$x = 17$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองชนิดมี 17 คน

วิธีที่ 2 ใช้สูตร

จากโจทย์ จะได้ว่า $n(A) = 27$, $n(B) = 25$, $n(A \cup B) = 35$

และ $n(A \cap B)$ แทน จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองชนิด

จากสูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

จะได้ $35 = 27 + 25 - n(A \cap B)$

$n(A \cap B) = 17$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองชนิดมี 17 คน

PROBLEM SOLVING TIP

เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนเล่นกีฬาอย่างน้อยหนึ่งอย่าง ดังนั้น $n(A \cup B) = n(\mathcal{U})$

ลองทำดู

จากการสำรวจนักเรียน 300 คน ซึ่งทุกคนจะต้องเลือกเรียนวิชาศิลปะหรือวิชาคอมพิวเตอร์อย่างน้อยหนึ่งวิชา พบว่ามีนักเรียน 220 คน เลือกเรียนวิชาศิลปะ 180 คน เลือกเรียนวิชาคอมพิวเตอร์ ให้หาจำนวนนักเรียนที่เลือกเรียนทั้งสองวิชานี้

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.4 ข้อ 1-4, 6, 11, 12 (หน้า 41, 42)

ตัวอย่างที่ 19

ในการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 40 คน ซึ่งต้องลงทะเบียนเรียนวิชาภูมิศาสตร์ ประวัติศาสตร์ หรือวรรณกรรมอย่างน้อยหนึ่งวิชา พบว่านักเรียนลงทะเบียนเรียนวิชาภูมิศาสตร์ 20 คน วิชาประวัติศาสตร์ 22 คน วิชาวรรณกรรม 28 คน วิชาภูมิศาสตร์และวิชาประวัติศาสตร์ 12 คน วิชาประวัติศาสตร์และวรรณกรรม 14 คน วิชาภูมิศาสตร์และวรรณกรรม 15 คน ให้หาจำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนทั้งสามวิชา

วิธีทำ กำหนด $\mathcal{U}$ แทน เซตของนักเรียนที่เข้าร่วมการสำรวจ

A แทน เซตของนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาภูมิศาสตร์

B แทน เซตของนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาประวัติศาสตร์

และ C แทน เซตของนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาวรรณกรรม

จากสูตร $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$

$- n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

จะได้ $40 = 20 + 22 + 28 - 12 - 15 - 14 + n(A \cap B \cap C)$

$40 = 29 + n(A \cap B \cap C)$

$n(A \cap B \cap C) = 11$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนทั้งสามวิชาเท่ากับ 11 คน

ตัวอย่างที่ 20

บริษัทผลิตน้ำหอมแห่งหนึ่งต้องการสำรวจความนิยมกลิ่นน้ำหอม จึงเชิญอาสาสมัครจำนวนหนึ่งให้ทดลองใช้น้ำหอมของบริษัท 3 กลิ่น ได้แก่ กลิ่นวานิลลา กลิ่นกุหลาบ และกลิ่นลาเวนเดอร์ ปรากฏว่า มีอาสาสมัครชอบกลิ่นวานิลลา 40% ชอบกลิ่นกุหลาบ 50% ชอบกลิ่นลาเวนเดอร์ 30% ชอบกลิ่นวานิลลาและกลิ่นกุหลาบ 15% ชอบกลิ่นกุหลาบและลาเวนเดอร์ 10% ชอบกลิ่นวานิลลาและกลิ่นลาเวนเดอร์ 20% และชอบทั้งสามกลิ่น 7% ให้หาเปอร์เซ็นต์ของอาสาสมัครที่ชอบน้ำหอมอย่างน้อยหนึ่งกลิ่น และเปอร์เซ็นต์ของอาสาสมัครที่ไม่ชอบน้ำหอมทั้งสามกลิ่นนี้

วิธีทำ กำหนด $\mathcal{U}$ แทน เซตของอาสาสมัครที่เข้าร่วมทดลองใช้น้ำหอมของบริษัท

A แทน เซตของอาสาสมัครที่ชอบน้ำหอมกลิ่นวานิลลา

B แทน เซตของอาสาสมัครที่ชอบน้ำหอมกลิ่นกุหลาบ

และ C แทน เซตของอาสาสมัครที่ชอบน้ำหอมกลิ่นลาเวนเดอร์

เนื่องจากโจทย์ให้ข้อมูลจำนวนสมาชิกของเซตต่าง ๆ ในรูปเปอร์เซ็นต์ จึงสมมติให้การสำรวจครั้งนี้มีจำนวนอาสาสมัครทั้งหมด 100 คน ดังนั้น $n(\mathcal{U}) = 100$

และจากโจทย์ จะได้ว่า $n(A) = 40$, $n(B) = 50$, $n(C) = 30$, $n(A \cap B) = 15$,

$n(B \cap C) = 10$, $n(A \cap C) = 20$ และ $n(A \cap B \cap C) = 7$

จากสูตร $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

จะได้ $n(A \cup B \cup C) = 40 + 50 + 30 - 15 - 20 - 10 + 7$

$n(A \cup B \cup C) = 82$

ดังนั้น เปอร์เซ็นต์ของอาสาสมัครที่ชอบน้ำหอมอย่างน้อยหนึ่งกลิ่นเท่ากับ 82% และ เปอร์เซ็นต์ของอาสาสมัครที่ไม่ชอบน้ำหอมทั้งสามกลิ่นนี้เท่ากับ 100 - 82 = 18%

ลองทำดู

จากการสำรวจงานอดิเรกของเยาวชนจำนวน 90 คน พบว่า 43 คน ชอบเล่นดนตรี 42 คน ชอบอ่านหนังสือ 48 คน ชอบเล่นกีฬา 16 คน ชอบเล่นดนตรีและอ่านหนังสือ 17 คน ชอบอ่านหนังสือและเล่นกีฬา และ 22 คน ชอบเล่นกีฬาและดนตรี ถ้าให้เยาวชนแต่ละคนมีงานอดิเรกอย่างน้อยหนึ่งกิจกรรม จากทั้งสามกิจกรรมนี้ ให้หาจำนวนเยาวชนที่มีงานอดิเรกทั้งสามกิจกรรม

ฝึกทำต่อ

แบบฝึกทักษะ 1.4 ข้อ 5, 7-10 (หน้า 41, 42)

Performance Task

ให้นักเรียนสำรวจเพื่อนร่วมชั้นเรียนของนักเรียนว่าเดินทางมาโรงเรียนอย่างไร นำเสนอผลการสำรวจโดยใช้แผนภาพ และตอบคำถามต่อไปนี้

A = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่นั่งรถโดยสารประจำทางมาโรงเรียน }

B = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่นั่งรถไฟฟ้ามาโรงเรียน }

C = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่นั่งรถโรงเรียนมาโรงเรียน }

D = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่นั่งแท็กซี่มาโรงเรียน }

E = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่นั่งรถยนต์มาโรงเรียน }

F = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่เดินมาโรงเรียน }

G = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่นั่งเฮลิคอปเตอร์มาโรงเรียน }

H = { x | x เป็นเพื่อนนักเรียนที่มาโรงเรียนด้วยวิธีอื่น ๆ นอกเหนือจากที่กล่าวมา }

1. นักเรียนคิดว่า การสำรวจในกิจกรรมนี้มีเซตใดเป็นเอกภพสัมพัทธ์
2. จากการสำรวจมีเซตว่างหรือไม่ ถ้ามี นักเรียนจะเขียนเซตว่างลงบนแผนภาพหรือไม่ เพราะเหตุใด
3. แม้ว่านักเรียนทุกคนจะเดินทางด้วยวิธีที่ต่างกัน แต่ทุกคนต้องเดินเข้ามายังโรงเรียน นักเรียนจะรวมส่วนที่ทุกคนเดินเท้าไว้ในการสำรวจหรือไม่ เพราะเหตุใด
4. มีเซตที่ทับซ้อนกันหรือไม่ ถ้ามี นักเรียนจะแสดงเซตเหล่านี้ในแผนภาพอย่างไร
5. นักเรียนจะนับตนเองลงในการสำรวจนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตัวอย่างข้อสอบ
เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเซต
ไปใช้ในการแก้ปัญหา

แบบฝึกทักษะ 1.4

ระดับพื้นฐาน

1. กำหนด A และ B เป็นเซต ซึ่ง $n(A) = 10$, $n(B) = 6$ และ $n(A \cap B) = 3$ ให้หาจำนวนสมาชิกของ $A \cup B$
2. กำหนด C และ D เป็นเซต ซึ่ง $n(C \cup D) = 44$, $n(C \cap D) = 5$ และ $n(C) = 20$ ให้หาจำนวนสมาชิกของเซต D
3. จากการสอบถามนักเรียนจำนวน 35 คน พบว่า 18 คน ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ และ 27 คน ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนแต่ละคนชอบเรียนอย่างน้อยหนึ่งวิชา ให้ใช้แผนภาพในการหา
   1) จำนวนนักเรียนที่ชอบเรียนทั้งสองวิชานี้
   2) จำนวนนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษ แต่ไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์
4. จากการสอบถามนักเรียน 120 คน พบว่า 80 คน สามารถเล่นกีตาร์ได้เพียงอย่างเดียว 25 คน สามารถเล่นเปียโนได้เพียงอย่างเดียว และ 3 คน ไม่สามารถเล่นได้ทั้งสองอย่าง ให้หาจำนวนนักเรียนที่สามารถเล่นได้ทั้งกีตาร์และเปียโน
5. กำหนด A, B และ C เป็นเซต ซึ่ง $n(A) = 30$, $n(B) = n(C) = 28$, $n(A \cap B) = 7$, $n(B \cap C) = 9$, $n(A \cap B \cap C) = 4$ และ $n(A \cup B \cup C) = 69$ ให้หา $n(A \cap C)$

ระดับกลาง

6. กำหนด $A \subset B$, $n(A) = 42$ และ $n(B) = 75$ ให้หา
   1) $n(A \cap B)$
   2) $n(A \cup B)$
7. จากการสอบถามนักเรียนในชั้นเรียนหนึ่ง ซึ่งมีจำนวน 38 คน เกี่ยวกับประเทศที่เคยเดินทางไปท่องเที่ยว 3 ประเทศ ซึ่งได้แก่ ประเทศสิงคโปร์ ประเทศญี่ปุ่น และประเทศจีน ปรากฏผลดังนี้ 4 คน เคยไปทั้งสามประเทศ 8 คน เคยไปประเทศสิงคโปร์และประเทศญี่ปุ่น 15 คน เคยไปประเทศญี่ปุ่นและประเทศจีน และ 11 คน เคยไปประเทศสิงคโปร์และประเทศจีน 18 คน เคยไปประเทศสิงคโปร์ 19 คน เคยไปประเทศญี่ปุ่น 26 คน เคยไปประเทศจีน ให้นักเรียนแสดงข้อมูลข้างต้นด้วยแผนภาพและให้หา
   1) จำนวนนักเรียนที่เคยไปเที่ยวเพียงประเทศเดียวในสามประเทศนี้
   2) จำนวนนักเรียนที่เคยไปเที่ยวมากกว่าหนึ่งประเทศในสามประเทศนี้
   3) จำนวนนักเรียนที่เคยไปเที่ยวประเทศสิงคโปร์หรือประเทศจีน
   4) จำนวนนักเรียนที่ไม่เคยไปเที่ยวประเทศทั้งสามประเทศมาก่อน

8. ผลการสำรวจนักเรียน 45 คน ซึ่งทุกคนต้องเป็นสมาชิกชมรมกีฬาอย่างน้อยหนึ่งชมรม ได้แก่ ชมรมว่ายน้ำ ชมรมยูโด และชมรมเทนนิส พบว่ามีนักเรียน 22 คน เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำ 14 คน เป็นสมาชิกชมรมยูโด 32 คน เป็นสมาชิกชมรมเทนนิส 5 คน เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำและชมรมยูโด 8 คน เป็นสมาชิกชมรมยูโดและชมรมเทนนิส 7 คน เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำและชมรมเทนนิส และ 2 คน เป็นสมาชิกทั้งสามชมรม ให้ตรวจสอบว่าผลการสำรวจข้างต้นถูกต้องหรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลโดยใช้แผนภาพ

9. จากการสัมภาษณ์นักศึกษากลุ่มหนึ่งที่ชอบฟังเพลง พบว่ามีคนที่ชอบเพลงสากล เพลงลูกทุ่ง และเพลงลูกกรุง โดยมีรายละเอียด ดังนี้

85 คน ชอบเพลงสากล	40 คน ชอบเพลงลูกกรุงและเพลงลูกทุ่ง
65 คน ชอบเพลงลูกทุ่ง	30 คน ชอบเพลงสากลและเพลงลูกทุ่ง
90 คน ชอบเพลงลูกกรุง	15 คน ชอบฟังเพลงทั้งสามประเภท
45 คน ชอบเพลงสากลและเพลงลูกกรุง	25 คน ไม่ชอบฟังเพลงทั้งสามประเภท

ให้หา

1) จำนวนนักศึกษาทั้งหมดที่ให้สัมภาษณ์
2) จำนวนนักศึกษาที่ชอบฟังเพลงสากลเพียงอย่างเดียว

10. ในการสำรวจความนิยมของคนจำนวน 150 คน ที่มีต่อนายสมชาย นายสุชาติ และนายสมบัติ พบว่า 95 คน ชอบนายสมชาย 107 คน ชอบนายสุชาติ 88 คน ชอบนายสมบัติ 55 คน ชอบทั้งนายสมชายและนายสุชาติ 42 คน ชอบทั้งนายสมชายและนายสมบัติ 60 คน ชอบทั้งนายสุชาติและนายสมบัติ โดยทุกคนต้องแสดงความนิยมคนทั้งสามอย่างน้อยหนึ่งคน ให้หา

1) จำนวนคนที่ชอบทั้งสามคน
2) จำนวนคนที่ชอบนายสมชาย นายสุชาติ หรือนายสมบัติ คนใดคนหนึ่งเพียงคนเดียว

ระดับ**ท้าทาย**

11. กำหนด $n(A) = 24$, $n(B) = 17$ และ $n(\mathcal{U}) = 40$ ให้หาค่าที่มากที่สุดและน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $n(A \cap B)$ 2) $n(A \cup B)$

12. มานีไปทัวร์ทำบุญทางภาคเหนือครั้งหนึ่ง ปรากฏว่ามีฝนตกอยู่ 6 วัน แต่ไม่มีวันที่ฝนตกทั้งวัน กล่าวคือ ถ้าวันใดฝนตกตอนเช้า ตอนบ่ายจะมีแดดจ้า และถ้าวันใดฝนตกตอนบ่าย วันนั้นตอนเช้าอากาศจะแจ่มใส มานีจำได้ว่าวันที่อากาศแจ่มใสตอนเช้ามีอยู่ 8 วัน และวันที่แดดจ้าตอนบ่ายมีอยู่ 10 วัน มานีไปทัวร์ทำบุญทางภาคเหนือทั้งหมดกี่วัน

สรุปเนื้อหา

เซต

เซต

เป็นการอธิบายการรวมกันของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งสามารถระบุว่าสิ่งใดอยู่หรือไม่อยู่ในเซตนั้นได้อย่างชัดเจน (well-defined) และเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า **สมาชิก** (element)

วิธีเขียนเซต

1. **การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก**
   เช่น $A = \{2, 4, 6, 8\}$
2. **การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก**
   เช่น $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า $10\}$

เซตว่าง เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิก เขียนแทนด้วย { } หรือ $\varnothing$ และ $n(\varnothing) = 0$

เซตจำกัด คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ หรือจำนวนเต็มบวก

เซตอนันต์ คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

เซต A เท่ากับ เซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

นั่นคือ $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$

เอกภพสัมพัทธ์ และ แผนภาพเวนน์

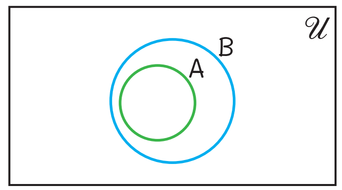
เอกภพสัมพัทธ์ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่จะกล่าวถึงหรือพิจารณาในสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ เขียนแทนด้วย $\mathcal{U}$

แผนภาพเวนน์ การเขียนแผนภาพเวนน์แทนเซตจะช่วยให้เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเซตต่าง ๆ ได้ง่ายและชัดเจนมากขึ้น

สับเซต

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$



ถ้าเซต A มีสมาชิกเท่ากับ n ตัว แล้วจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A เท่ากับ 2^n เซต จะได้ว่า $A \subset A$ และ $\varnothing \subset A$

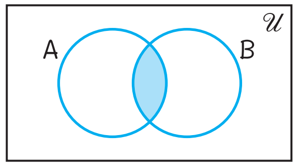
เพาเวอร์เซต

เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เขียนแทนด้วย P(A) และถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ n แล้วจำนวนสมาชิกของ P(A) เท่ากับ 2^n นั่นคือ $n(P(A)) = 2^n$

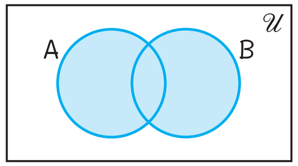
การดำเนินการของเซต

ถ้า A และ B เป็นเซตที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ แล้ว จะได้ว่า

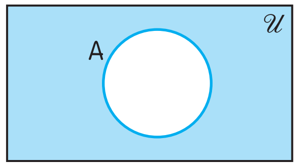
อินเตอร์เซกชัน ของเซต A และเซต B คือ เซตของสมาชิกที่ซ้ำกันของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$
นั่นคือ $A \cap B = \{x \mid x \in A$ และ $x \in B\}$



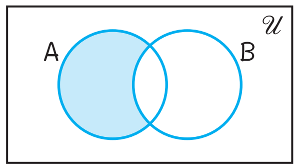
ยูเนียน ของเซต A และเซต B คือ เซตของสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$
นั่นคือ $A \cup B = \{x \mid x \in A$ หรือ $x \in B\}$



คอมพลีเมนต์ ของเซต A คือ เซตของทุกสมาชิกในเซต $\mathcal{U}$ แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย A'
นั่นคือ $A' = \{x \mid x \in \mathcal{U}$ และ $x \notin A\}$



ผลต่าง ระหว่างเซต A และเซต B หรือคอมพลีเมนต์ของเซต B เทียบกับเซต A คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย A - B
นั่นคือ $A - B = \{x \mid x \in A$ และ $x \notin B\}$



สมบัติของการดำเนินการของเซต (Properties of Set Operation)
กำหนด A, B และ C เป็นเซตที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ จะได้

1. $A \cap B = B \cap A$
   $A \cup B = B \cup A$
2. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
   $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
   $(A \cap B)' = A' \cup B'$
5. $A - B = A \cap B'$
6. $A' = \mathcal{U} - A$
7. $A \cap A' = \varnothing$
   $A \cup A' = \mathcal{U}$
8. $\varnothing \cap A = \varnothing$
   $\varnothing \cup A = A$

การนำความรู้เกี่ยวกับเซตไปใช้ในการแก้ปัญหา

- ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัดใดๆ แล้ว จะได้ว่า $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
- ถ้า A, B และ C เป็นเซตจำกัดใด ๆ แล้ว จะได้ว่า
  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

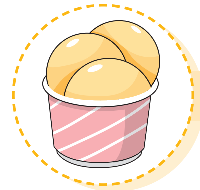
ตรวจสอบตนเอง

สมรรถนะสำคัญสำหรับผู้เรียน
ความสามารถด้าน
- [x] การสื่อสาร
- [ ] การคิด
- [ ] การแก้ปัญหา
- [ ] การใช้ทักษะชีวิต
- [x] การใช้เทคโนโลยี

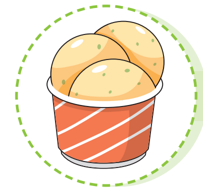
กิจกรรม การเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)

แบ่งกลุ่มตามความเหมาะสม แล้วร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

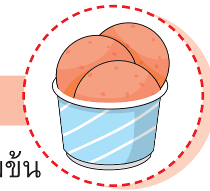
ชาลีเป็นเจ้าของร้านไอศกรีมโฮมเมดแห่งหนึ่ง โดยชาลีคิดสูตรเมนูไอศกรีมที่ต้องการให้ทุกเมนูมีน้ำส้มเข้มข้นเป็นส่วนผสมหลัก ซึ่งคิดสูตรได้ ดังนี้



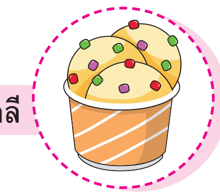
ไอศกรีมซอร์เบต์ส้ม
มีส่วนผสม คือ น้ำส้มเข้มข้น และน้ำเปล่า



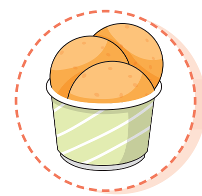
ไอศกรีมส้มมินต์
มีส่วนผสม คือ น้ำส้มเข้มข้น น้ำเปล่า และมินต์



ไอศกรีมส้มสตรอว์เบอร์รี
มีส่วนผสม คือ น้ำส้มเข้มข้น น้ำเปล่า และน้ำสตรอว์เบอร์รี

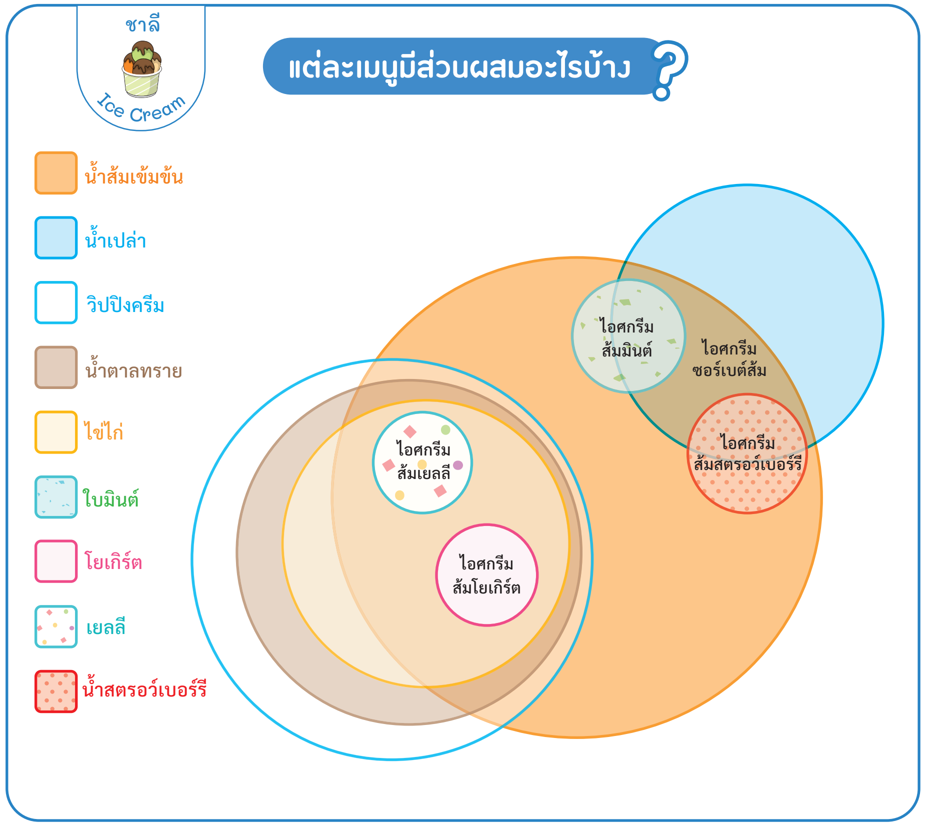


ไอศกรีมส้มเยลลี
มีส่วนผสม คือ น้ำส้มเข้มข้น วิปปิงครีม น้ำตาลทราย ไข่ไก่ และเยลลี



ไอศกรีมส้มโยเกิร์ต
มีส่วนผสม คือ น้ำส้มเข้มข้น วิปปิงครีม น้ำตาลทราย ไข่ไก่ และโยเกิร์ต

ซึ่งสูตรไอศกรีมที่ชาลีคิดนั้น บางเมนูมีส่วนผสมซ้ำกัน นอกเหนือจากน้ำส้มเข้มข้น เช่น ไอศกรีมส้มเยลลีกับไอศกรีมส้มโยเกิร์ต มีส่วนผสมที่เหมือนกัน คือ น้ำส้มเข้มข้น วิปปิงครีม น้ำตาลทราย ไข่ไก่ ชาลีจึงอยากให้ลูกค้าได้เห็นส่วนผสมของแต่ละเมนู ว่าเมนูใดบ้างมีส่วนผสมเหมือนกัน ชาลีจึงใช้แผนภาพเวนน์ มาช่วยนำเสนอเมนูไอศกรีมและส่วนผสมของแต่ละเมนู ดังนี้



จากสถานการณ์ข้างต้น ถ้ากลุ่มของนักเรียนต้องการเปิดร้านขายไอศกรีม โดยที่เมนูในร้านมีส่วนผสมหลักเหมือนกันอย่างน้อย 1 อย่าง และนำเสนอเมนูไอศกรีมเพื่อให้ลูกค้าได้เห็นส่วนผสมของแต่ละเมนู ว่าเมนูใดบ้างมีส่วนผสมเหมือนกันโดยใช้แผนภาพเวนน์ได้อย่างไร

1. สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมสืบค้นส่วนผสมของเมนูไอศกรีมที่ตนเองสนใจหรือสำรวจจากร้านที่ตนเองชอบรับประทานที่แต่ละเมนูมีส่วนผสมเหมือนกันอย่างน้อย 1 อย่าง มา 5 เมนู จากนั้นร่วมกันแสดงความคิดเห็นและเลือกเมนูไอศกรีมที่ต้องการขาย พร้อมทั้งบอกส่วนผสมของแต่ละเมนู
2. ใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมในการออกแบบแผนภาพเวนน์ เพื่อนำเสนอเมนูไอศกรีมให้ลูกค้าได้เห็นส่วนผสมของแต่ละเมนู
3. แต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน แล้วให้เพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ร่วมกันแสดงความคิดเห็น จากนั้นร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมภายในชั้นเรียน

แบบฝึกทักษะ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนด A เป็นเซตของจำนวนคู่บวกที่มีค่าน้อยกว่า 11
1) ให้เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้บอกจำนวนสมาชิกของเซต A
3) เซต A เป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์

2. ให้เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก และตรวจสอบว่าเซตนั้นเป็นเซตว่างหรือไม่
1) B เป็นเซตของจำนวนเฉพาะที่หารด้วย 2 ลงตัว
2) C = { x | x เป็นชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์ที่ขึ้นต้นด้วยตัวอักษร “พ” }
3) D = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวประกอบของ 24 และเป็นพหุคูณของ 9 }
4) E เป็นเซตของรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมสี่มุมเป็นมุมป้าน

3. กำหนด $\mathscr{U} = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ให้หาคอมพลีเมนต์ของเซตต่อไปนี้
1) $A = \{-5, -3, -1, 2\}$
2) $B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
3) C = { x | x เป็นจำนวนเฉพาะ }
4) D = { x | x เป็นจำนวนเต็มที่เป็นพหุคูณของ 3 }

4. กำหนด $A = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{1, 2\}\}$
1) ให้หาสับเซตทั้งหมดของเซต A
2) ให้หาเพาเวอร์เซตของเซต A

5. ให้ตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ
1) ถ้า $a \in X$ และ $X \subset Y$ แล้ว $a \in Y$
2) ถ้า $a \in Y$ และ $X \subset Y$ แล้ว $a \in X$
3) ถ้า $X \subset Y$ และ $Y \subset Z$ แล้ว $X \subset Z$
4) ถ้า $X' = \varnothing$ และ $X = \mathscr{U}$
5) ถ้า $a \in X$ และ $a \in P(X)$
6) ถ้า $a \in X$ และ $\{a\} \in P(X)$

6. กำหนด $\mathscr{U}$ = { x | x เป็นจำนวนเต็มและ $-7 \le x \le 7$ }

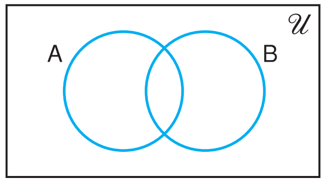
A = { x | x เป็นจำนวนเต็มและ $-7 < x < 7$ }

และ B = { x | x เป็นจำนวนเต็มและ $0 < x \le 7$ }

1) ให้เขียนเซต $\mathscr{U}$ เซต A และเซต B แบบแจกแจงสมาชิก
2) ให้หา

(1) A' (2) $A \cap B$ (3) $A \cup B$

7. ให้แรเงาภาพที่กำหนด เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



1) $A - B'$
2) $B' - A'$
3) $B \cap (B - A')'$

8. กำหนด $\mathscr{U} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$

$P = \{3, 6, 12, 24, 48\}$

$R = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

และ $T = \{4, 8, 12, 16, 24\}$

1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซต $\mathscr{U}$ เซต P เซต R และเซต T
2) จากแผนภาพ ให้หา

(1) $P - (R \cup T)$ (2) $R - (P \cup T)$ (3) $(R \cup T) - P$ (4) $(P \cup R) - T$

9. กำหนด $n(A) = 60$, $n(B) = 55$ และ $n(\mathscr{U}) = 80$ ให้หาค่าที่มากที่สุดและน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ $n(A \cap B)$

10. จากการสำรวจนักเรียน 200 คน พบว่า 100 คน ชอบวิชาฟิสิกส์ 150 คน ชอบวิชาคณิตศาสตร์ และ 80 คน ชอบทั้งสองวิชา ให้หา

1) จำนวนนักเรียนที่ชอบฟิสิกส์อย่างเดียว
2) จำนวนนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์อย่างเดียว
3) จำนวนนักเรียนที่ไม่ชอบทั้งสองวิชา

11. จากการสำรวจการประกอบอาชีพการทำนา ทำสวน และทำไร่ ของชาวบ้านในอำเภอหนึ่ง พบว่า 59% ประกอบอาชีพทำนา 48% ประกอบอาชีพทำสวน 46% ประกอบอาชีพทำไร่ 29% ประกอบอาชีพทำนาและทำสวน 20% ประกอบอาชีพทำสวนและทำไร่ 30% ประกอบอาชีพทำนาและทำไร่ 9% ประกอบอาชีพทั้งสามอาชีพนี้ อยากทราบว่า

1) ชาวบ้านที่ประกอบอาชีพทำนาและทำสวน แต่ไม่ทำไร่ มีกี่เปอร์เซ็นต์
2) ชาวบ้านที่ประกอบอาชีพอย่างน้อยสองอาชีพในสามอาชีพนี้ มีกี่เปอร์เซ็นต์
3) ชาวบ้านที่ไม่ได้ประกอบอาชีพทั้งสามอาชีพนี้ มีกี่เปอร์เซ็นต์

12. จากการสอบถามครอบครัวในหมู่บ้านแห่งหนึ่งที่มีการระบาดของเชื้อไวรัสโควิด 19 จำนวน 20 ครอบครัว ซึ่งมี 5 ครอบครัว ที่ไม่พบผู้ติดเชื้อ นอกจากนั้นพบผู้ติดเชื้อ โดยทางสาธารณสุขได้แบ่งระดับอาการของผู้ป่วยโรคโควิด 19 ตามระดับอาการออกเป็นสีเขียว สีเหลือง และสีแดง จากการสำรวจ พบว่าครอบครัวที่มีผู้ป่วยทั้ง 3 ระดับ มี 2 ครอบครัว ครอบครัวที่มีผู้ป่วยสีเขียวและผู้ป่วยสีเหลืองแต่ไม่พบผู้ป่วยสีแดง 2 ครอบครัว ครอบครัวที่มีผู้ป่วยสีเขียวและผู้ป่วยสีแดงแต่ไม่พบผู้ป่วยสีเหลือง 1 ครอบครัว และมี 8 ครอบครัวที่พบผู้ป่วยเพียงระดับเดียว อยากทราบว่ามีกี่ครอบครัวที่มีผู้ป่วยสีเหลืองและสีแดง

เฉลยแบบฝึกทักษะ