



หนังสือเรียน

รายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้น

ประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่ ๑

ISBN 978-616-576-398-1

จำนวน ๓๑๐,๐๐๐ เล่ม พ.ศ. ๒๕๖๗

จัดจำหน่ายโดย

องค์การค้ำของ สกสศ. พิมพ์ที่โรงพิมพ์ สกสศ. ลาดพร้าว

๒๒๔๙ ถนนลาดพร้าว วังทองหลาง กรุงเทพมหานคร

❖ มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ



ประกาศสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
เรื่อง อนุญาตให้ใช้สื่อการเรียนรู้ในสถานศึกษา

ด้วยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑ ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระ การเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้ในสถานศึกษาได้

ประกาศ ณ วันที่ ๑๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๗

ว่าที่ร้อยตรี 
(ธนุ วงษ์จินดา)
เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีอำนาจหน้าที่ในการพัฒนาหลักสูตร วิธีการเรียนรู้ การประเมินผล การจัดทำหนังสือเรียน แบบฝึกหัด และสื่อการเรียนรู้ทุกประเภทที่ใช้ประกอบการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน

หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑ นี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จัดทำขึ้นตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีการปรับปรุงให้มีความทันสมัย คำนึงถึงการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็นสอดคล้องกับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ ๒๑ เป็นสำคัญ รวมทั้งเน้นด้านการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ และการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาคุณภาพชีวิตของตนเอง

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนบุคคลและหน่วยงานอื่น ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้

ว่าที่ร้อยตรี 
(ธนุ วงษ์จินดา)
เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อต้องการพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการคิด ใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ และแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีการทำกิจกรรมด้วยการลงมือปฏิบัติ เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และทักษะแห่งศตวรรษที่ ๒๑ สสวท. จึงได้จัดทำหนังสือเรียนที่เป็นไปตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ เพื่อให้โรงเรียนได้ใช้สำหรับจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

การจัดทำหนังสือเล่มนี้ มีการออกแบบเพื่อสะดวกต่อการนำไปใช้ของครู ซึ่งกำหนดให้แต่ละบทนำเสนอเนื้อหาโดยนำสถานการณ์ในชีวิตจริงเชื่อมโยงกับเนื้อหาสาระที่จะเรียนรู้ เพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน มีการเตรียมความพร้อมของนักเรียนก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ นำเสนอเนื้อหาโดยเน้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเพื่อนำไปสู่การสรุปองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีการตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ และทักษะเป็นระยะ และมีการให้นักเรียนนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผ่านกิจกรรมร่วมคิดร่วมทำ ทำยบทเรียนแต่ละบท และกิจกรรมคณิตศาสตร์ท้ายเล่ม เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพและประสิทธิผลสูงสุด ต้องใช้หนังสือเรียนเล่มนี้ควบคู่กับแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑

ในการจัดทำหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑ ได้รับความร่วมมืออย่างดียิ่งจากครู อาจารย์ นักวิชาการ และผู้ทรงคุณวุฒิจากหน่วยงานทั้งภาครัฐและเอกชน สสวท. ขอขอบคุณทุกท่านไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาของชาติ จะใช้หนังสือเล่มนี้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ หากมีข้อเสนอแนะประการใดที่จะทำให้หนังสือเล่มนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้งให้ สสวท. ทราบด้วย จะขอบคุณยิ่ง



(รองศาสตราจารย์ธีระเดช เจียรสุขสกุล)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

คำแนะนำการใช้หนังสือเรียน

ชุดหนังสือประกอบการเรียนรู้รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ มีทั้งหมด ๔ เล่ม ประกอบด้วย

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑
- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๒
- แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑
- แบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๒

โดยหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑ ใช้ประกอบการเรียนประจำภาคเรียนที่ ๑ และหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๒ ใช้ประกอบการเรียนประจำภาคเรียนที่ ๒ หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เล่ม ๑ และ เล่ม ๒ มีการนำเสนอเนื้อหา ดังนี้

► **หน้าเปิดบท** เป็นการนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของบทเรียนนั้น ๆ มากระตุ้นความสนใจ ซึ่งหน้าเปิดบทประกอบด้วย ภาพที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับบทเรียนนั้น ๆ จุดประสงค์การเรียนรู้ และคำถามนำเข้าสู่บทเรียน

► **การเตรียมความพร้อม** เป็นแบบฝึกหัด คำถามหรือกิจกรรมที่ต้องปฏิบัติก่อนเริ่มเรียนเนื้อหาของบทเรียนนั้น เพื่อทบทวนหรือตรวจสอบความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาของบทนั้น ๆ โดยคำถามหรือกิจกรรมที่เตรียมไว้ให้ ใช้เวลาในการทำกิจกรรมประมาณ ๑ ชั่วโมง และครูสามารถนำกิจกรรมอื่น ๆ มาจัดเพิ่มเติมได้ตามความเหมาะสม

► **บทเรียนย่อย** เป็นเนื้อหาต่าง ๆ ที่จะต้องเรียนในบทเรียนนั้น ๆ ซึ่งได้กำหนดเวลาโดยประมาณในการทำกิจกรรมในแต่ละหัวข้อโดยดูได้จากตัวเลขแสดงเวลาที่รูปนาฬิกา บทเรียนย่อยประกอบด้วย

- **การพัฒนาความรู้** เป็นกิจกรรมเพื่อสร้างความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหานั้น โดยครูกับนักเรียนร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมเพื่อสร้างองค์ความรู้ มีกิจกรรมที่นักเรียนร่วมกันปฏิบัติเพื่อสร้างความเข้าใจที่มากขึ้น และนักเรียนฝึกทักษะเพิ่มเติมในหนังสือแบบฝึกหัด
- **การตรวจสอบความเข้าใจ** เป็นคำถามหรือกิจกรรมสำหรับตรวจสอบว่านักเรียนมีความรู้ และเข้าใจในเนื้อหาที่ได้เรียนไปหรือไม่
- **สิ่งที่ได้เรียนรู้** เป็นคำถามหรือกิจกรรมที่นักเรียนต้องแสดงให้เห็นว่ามีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนั้นอย่างแท้จริง

► **ร่วมคิดร่วมทำ** เป็นกิจกรรมท้ายบท เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนมาตลอดบทเรียนนั้นไปแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้เวลาในการทำกิจกรรมประมาณ ๑ ชั่วโมง

การสื่อความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ในหนังสือเรียน



บทที่
ลำดับของบท ที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้



จุดประสงค์
ความรู้ และทักษะที่นักเรียนควรทำได้เมื่อเรียนจบบทนี้



เตรียมความพร้อม
คำถาม หรือกิจกรรมสำหรับทบทวนและตรวจสอบความรู้พื้นฐานก่อนเรียน



บทเรียนย่อย
ตัวเลขหน้าจุดเป็นลำดับของบทเรียน ตัวเลขหลังจุด เป็นลำดับของเนื้อหาในบทนั้น



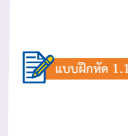
เวลาที่ใช้จัดกิจกรรม
ตัวเลขในนาฬิกาแสดงเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมในบทเรียนนั้นเป็นชั่วโมง



ตัวอย่าง
เป็นแนวทางในการแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ที่กำหนด โดยครูควรอธิบายเพิ่มเติม



ทำกิจกรรมร่วมกัน
กิจกรรมที่นักเรียนช่วยกันคิด ช่วยกันทำ โดยมีครูให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด



แบบฝึกหัด
ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1 เป็นรายบุคคล หลังจากทำกิจกรรมในหนังสือเรียนแล้ว



ตรวจสอบความเข้าใจ
เป็นคำถาม หรือกิจกรรม สำหรับตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนก่อนจบบทเรียนนั้น ๆ



สิ่งที่ได้เรียนรู้
เป็นคำถามหรือกิจกรรมที่นักเรียนแสดงให้เห็นว่ามีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องนั้นจริง



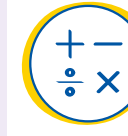
ร่วมคิดร่วมทำ
กิจกรรมท้ายบท เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่เรียนมาตลอดบทเรียนนั้นไปแก้ปัญหาร่วมกัน



ตรวจสอบความถูกต้อง
ตรวจสอบความถูกต้องของการคิดคำนวณ โดยใช้เครื่องคิดเลข



เกร็ดน่ารู้
ความรู้เสริมรอบตัวเกี่ยวกับสิ่งที่กำลังกล่าวถึงในโจทย์หรือกิจกรรม หรือเป็นความรู้เพิ่มเติม



กิจกรรมคณิตศาสตร์
กิจกรรมเสริมเพิ่มเติม เน้นให้นักเรียนได้บูรณาการความรู้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริง



สื่อเสริมเพิ่มความรู้
สแกน QR code เพื่อเข้าถึงสื่อดิจิทัล หรือสื่อประกอบการจัดกิจกรรม



สื่อ AR (Augmented Reality)
ผ่านโปรแกรมประยุกต์ “AR สสวท. คณิต ประถม” โดยสแกน QR code



สารบัญ

หน้า

บทที่

1

ท.ร.ม. และ ค.ร.น.

2

- ตัวประกอบและการแยกตัวประกอบ
- ตัวหารร่วมที่มากที่สุด (ท.ร.ม.)
- ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุด (ค.ร.น.)
- โจทย์ปัญหา

บทที่

2

เศษส่วน

44

- การเปรียบเทียบและเรียงลำดับ
- การบวก การลบ
- การบวก ลบ คูณ หารระคน
- โจทย์ปัญหา

บทที่

3

ทศนิยม

96

- การเขียนเศษส่วนในรูปทศนิยม
- การหารทศนิยม
- การแลกเปลี่ยนเงินตรา
- โจทย์ปัญหา

บทที่

4

ร้อยละและอัตราส่วน

122

- โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ
- อัตราส่วนและมาตราส่วน
- โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและมาตราส่วน

บทที่

5

แบบรูป

168

- แบบรูปและความสัมพันธ์
- การแก้ปัญหเกี่ยวกับแบบรูป

+

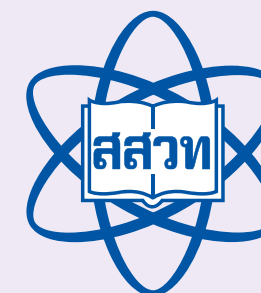
-

÷

×

กิจกรรมคณิตศาสตร์

190



บทที่ 1

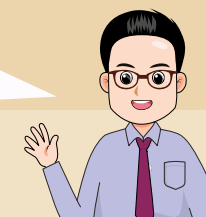
ท.ร.ม. และ ค.ร.น.



เรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

- หา ท.ร.ม. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน
- หา ค.ร.น. ของจำนวนนับไม่เกิน 3 จำนวน
- แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ ท.ร.ม และ ค.ร.น.

ร้านค้าสหกรณ์แห่งหนึ่ง มีข้าวโพดทับทิม 195 ฝัก ข้าวโพดข้าวเหนียว 255 ฝัก และข้าวโพดหวาน 330 ฝัก ต้องการบรรจุข้าวโพดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน ให้หมดพอดี โดยแต่ละถุงต้องเป็นข้าวโพดชนิดเดียวกัน แม่ค้าจะบรรจุข้าวโพดได้มากที่สุดถุงละกี่ฝัก และได้กี่ถุง



ร้านค้าสหกรณ์





เตรียมความพร้อม



1 หาจำนวนที่แทนด้วย

1) $15 = 5 \times \text{$

2) $63 = 7 \times \text{$

3) $132 = \text{$ $\times 6$

4) $288 = \text{$ $\times 8$

2 ข้อความต่อไปนี้ ถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

1) 56หารด้วย 9 ได้ลงตัว

2) 72หารด้วย 8 ได้ลงตัว

3) 2, 8, 12, 14, 15 และ 20 นำไปหาร 60 ได้ลงตัว

4) 96 และ 120 หารด้วย 2, 3, 4 และ 12 ได้ลงตัว

5) จำนวนนับที่มากที่สุดที่นำไปหาร 77 ได้ลงตัว คือ 11

3 หาคำตอบ

1) พ่อแบ่งเงินให้ลูก 3 คน ได้คนละ 90 บาท พ่อแบ่งเงินทั้งหมดเท่าใด

2) พ่อค้าจัดมะม่วงกองละ 4 ผล ขายไป 37 กอง พ่อค้าขายมะม่วงไปกี่ผล

3) แม่ค้าขายหอมก 20 ห่อ ได้เงิน 500 บาท แม่ค้าขายหอมกห่อละกี่บาท

4) แก้วตาออมเงินวันละ 10 บาท เป็นเวลา 8 วัน แก้วตาออมเงินได้กี่บาท



แบบฝึกหัด 1.1



1.1

ตัวประกอบและการแยกตัวประกอบ

▶ ตัวประกอบของจำนวนนับ

พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

คุณมีลูกอม 6 เม็ด ต้องการจัดลูกอมเป็นกอง กองละเท่า ๆ กัน
คุณจัดลูกอมได้กองละกี่เม็ด

การจัดลูกอมเป็นกอง กองละเท่า ๆ กัน จัดได้ 4 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 จัดกองละ 1 เม็ด จะได้ $6 \div 1 = 6$ กอง



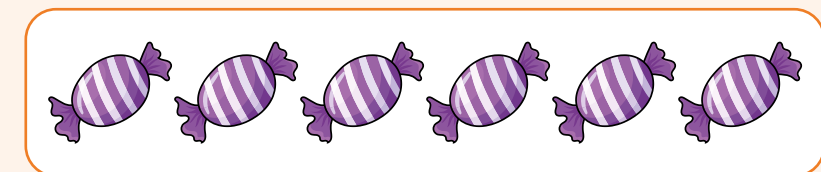
แบบที่ 2 จัดกองละ 2 เม็ด จะได้ $6 \div 2 = 3$ กอง



แบบที่ 3 จัดกองละ 3 เม็ด จะได้ $6 \div 3 = 2$ กอง



แบบที่ 4 จัดกองละ 6 เม็ด จะได้ $6 \div 6 = 1$ กอง



จากสถานการณ์ดังกล่าว พบว่า

$$6 \div 1 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$6 \div 3 = 2$$

$$6 \div 6 = 1$$

แสดงว่า จำนวนนับทั้งหมดที่หาร 6 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3 และ 6

เรียกจำนวนนับที่หาร 6 ได้ลงตัวว่า **ตัวประกอบ** ของ 6

แสดงว่า 1, 2, 3 และ 6 เป็นตัวประกอบของ 6 เพราะ 1, 2, 3 และ 6 หาร 6 ได้ลงตัว

ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 6 ได้แก่ 1, 2, 3 และ 6

ตัวประกอบของจำนวนนับใด หมายถึง จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว



1

หาตัวประกอบทั้งหมดของ 12

วิธีทำ เนื่องจาก

$$12 \div 1 = 12$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$12 \div 3 = 4$$

$$12 \div 4 = 3$$

$$12 \div 6 = 2$$

$$12 \div 12 = 1$$

ข้อสังเกต

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$



ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 12 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตอบ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12



2

หาตัวประกอบทั้งหมดของ 42

วิธีทำ เนื่องจาก

$$42 \div 1 = 42$$

$$42 \div 2 = 21$$

$$42 \div 3 = 14$$

$$42 \div 6 = 7$$

$$42 \div 7 = 6$$

$$42 \div 14 = 3$$

$$42 \div 21 = 2$$

$$42 \div 42 = 1$$

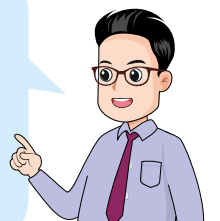
ข้อสังเกต

$$42 = 1 \times 42$$

$$42 = 2 \times 21$$

$$42 = 3 \times 14$$

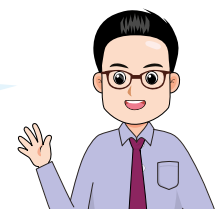
$$42 = 6 \times 7$$



ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 42 ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 และ 42

ตอบ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 และ 42

จำนวนนับทุกจำนวน จะมี 1 และ ตัวมันเอง เป็นตัวประกอบเสมอ



ปฏิบัติกิจกรรม

1

ตอบคำถาม

- 1) ตัวประกอบทั้งหมดของ 34 มีกี่จำนวน อะไรบ้าง
- 2) 9 เป็นตัวประกอบของ 45 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 3) 7 และ 8 เป็นตัวประกอบของ 56 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 4) 11 เป็นตัวประกอบของ 111 หรือไม่ เพราะเหตุใด

2

หาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนที่กำหนด

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1) 25 | 2) 36 | 3) 41 |
| 4) 49 | 5) 80 | 6) 84 |



แบบฝึกหัด 1.2

▶ จำนวนเฉพาะและตัวประกอบเฉพาะ

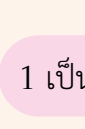
พิจารณาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนนับ ตั้งแต่ 1-10

จำนวนนับ	ตัวประกอบทั้งหมด
1	1
2	1 และ 2
3	1 และ 3
4	1, 2 และ 4
5	1 และ 5
6	1, 2, 3 และ 6
7	1 และ 7
8	1, 2, 4 และ 8
9	1, 3 และ 9
10	1, 2, 5 และ 10

จากตาราง พบข้อสังเกตอะไรบ้าง



1 มีตัวประกอบเพียงจำนวนเดียว คือ 1



1 เป็นตัวประกอบของจำนวนนับทุกจำนวน



จำนวนนับทุกจำนวน มีตัวมันเองเป็นตัวประกอบ

2, 3, 5 และ 7 มีตัวประกอบเพียง 2 จำนวน คือ 1 กับ ตัวมันเอง



เราเรียก 2, 3, 5 และ 7 ว่าเป็น **จำนวนเฉพาะ**



9 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เพราะเหตุใด

9 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ เพราะ 9 มีตัวประกอบ 3 จำนวน คือ 1, 3 และ 9



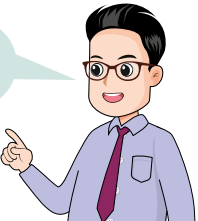
11 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เพราะเหตุใด

11 เป็นจำนวนเฉพาะ เพราะ 11 มีตัวประกอบ 2 จำนวน คือ 1 และ 11



จำนวนนับที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียง 2 จำนวน คือ 1 กับ ตัวมันเอง เรียกว่า **จำนวนเฉพาะ**

1 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เพราะเหตุใด



หาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนนับที่กำหนด แล้วระบุว่าจำนวนนับนั้น เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ โดยเขียน ✓ ลงในตาราง พร้อมแสดงเหตุผล

จำนวนนับ	ตัวประกอบทั้งหมด	จำนวนเฉพาะ		เหตุผล
		เป็น	ไม่เป็น	
27				
29				
39				
43				
51				
57				
63				
67				
77				
79				
83				
91				
97				



จำนวนเฉพาะทุกจำนวนเป็นจำนวนคี่ ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

จำนวนคี่ทุกจำนวนเป็นจำนวนเฉพาะ ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด



แบบฝึกหัด 1.3

พิจารณาการหาตัวประกอบเฉพาะ



ตัวประกอบทั้งหมดของ 18 มีจำนวนใดบ้าง

ตัวประกอบทั้งหมดของ 18 ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18



ตัวประกอบทั้งหมดของ 18 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ มีจำนวนใดบ้าง

ตัวประกอบทั้งหมดของ 18 ที่เป็นจำนวนเฉพาะ ได้แก่ 2 และ 3



จะกล่าวว่า 2 และ 3 เป็น **ตัวประกอบเฉพาะ** ของ 18

ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า **ตัวประกอบเฉพาะ**



5 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 25 หรือไม่ เพราะเหตุใด

5 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 25 เพราะ 5 เป็นจำนวนเฉพาะ



9 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 27 หรือไม่ เพราะเหตุใด

9 ไม่เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 27 เพราะ 9 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ



ปฏิบัติกิจกรรม

1 หาตัวประกอบทั้งหมดและตัวประกอบเฉพาะของจำนวนที่กำหนด

จำนวนนับ	ตัวประกอบทั้งหมด	ตัวประกอบเฉพาะ
12		
14		
30		
32		
35		
40		
47		
52		
58		
66		
71		
74		
86		
93		

2 ตอบคำถาม

- 1) 1 เป็นตัวประกอบเฉพาะของจำนวนนับทุกจำนวนหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2) 4 และ 11 เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 44 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 3) 31 มีตัวประกอบเฉพาะหรือไม่ ถ้ามี เป็นจำนวนใดบ้าง
- 4) 23 เป็นตัวประกอบเฉพาะเพียงจำนวนเดียวของ 92 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 5) ตัวประกอบเฉพาะของ 210 มีจำนวนใดบ้าง



แบบฝึกหัด 1.4

▶ การแยกตัวประกอบ

ตัวประกอบทั้งหมดของ 24 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24

เราสามารถเขียน 24 ในรูปการคูณของตัวประกอบ เช่น

$$24 = 1 \times 24$$

$$24 = 2 \times 12$$

$$24 = 3 \times 8$$

$$24 = 4 \times 6$$

 เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปการคูณของตัวประกอบ 2 จำนวน ที่ไม่มีจำนวนใดเป็น 1

- | | | |
|-------|--------|--------|
| 1) 18 | 2) 50 | 3) 72 |
| 4) 84 | 5) 119 | 6) 126 |

พิจารณาการเขียน 24 ในรูปการคูณของตัวประกอบ 2 จำนวน ที่ไม่มีจำนวนใดเป็น 1

$$24 = 4 \times 6 \quad \text{หรือ} \quad 24 = 3 \times 8 \quad \text{หรือ} \quad 24 = 2 \times 12$$

จะพบว่า 4, 6, 8 และ 12 ไม่เป็นตัวประกอบเฉพาะของ 24

ซึ่งเราสามารถเขียน 4, 6, 8 และ 12 ในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะได้ ดังนี้

$$24 = 4 \times 6$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

หรือ

$$24 = 3 \times 8$$

$$= 3 \times 2 \times 4$$

$$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

หรือ

$$24 = 2 \times 12$$

$$= 2 \times 2 \times 6$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

การเขียน $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ เป็นการเขียน 24 ในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ

เรียกการเขียน 24 ในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะว่า การแยกตัวประกอบของ 24

การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใด หมายถึง การเขียนแสดงจำนวนนับนั้นในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ



การแยกตัวประกอบของจำนวนนับที่กำหนด ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) $52 = 2 \times 2 \times 13$

2) $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 9$

3) $74 = 1 \times 2 \times 37$

4) $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

วิธีแยกตัวประกอบของจำนวนนับ เช่น การแยกตัวประกอบของ 36 อาจทำได้ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยการใช้การคูณ

$$36 = 6 \times 6$$

$$= 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

ดังนั้น $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

หรือ

$$36 = 4 \times 9$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

ดังนั้น $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

วิธีที่ 2 โดยการใช้การหาร

โดยนำตัวประกอบเฉพาะมาหารจนได้ผลหารเป็นจำนวนเฉพาะ แล้วเขียนจำนวนนับนั้น

ในรูปการคูณของตัวหารทุกจำนวนและผลหารสุดท้าย

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)36} \\ 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ \underline{3} \end{array}$$

ผลหารเป็นจำนวนเฉพาะ

ดังนั้น $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$



แยกตัวประกอบของจำนวนนับที่กำหนด

1) โดยใช้การคูณ

1) 86

2) 100

3) 105

2) โดยใช้การหาร

1) 90

2) 132

3) 174



แบบฝึกหัด 1.5



ตรวจสอบความเข้าใจ

1 ตอบคำถามจากจำนวนที่กำหนด



- 1) ตัวประกอบทั้งหมดของทุกจำนวน ได้แก่จำนวนใดบ้าง
- 2) จำนวนใดบ้างเป็นจำนวนเฉพาะ

2 แยกตัวประกอบของจำนวนที่กำหนด

- 1) 64 โดยใช้การคูณ
- 2) 82 โดยใช้การหาร



สิ่งที่ได้เรียนรู้

ข้อความต่อไปนี้ ถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

- 1 จำนวนนับที่มีตัวประกอบเฉพาะ 2 จำนวน จำนวนนับนั้นจะเป็นจำนวนเฉพาะเสมอ
- 2 จำนวนนับทุกจำนวนสามารถแยกตัวประกอบได้
- 3 แยกตัวประกอบของ 54 ได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)54} \\ 9 \overline{)27} \\ \underline{3} \end{array}$$

ตอบ $54 = 2 \times 9 \times 3$



1.2

ตัวหารร่วมที่มากที่สุด (ห.ร.ม.)



▶ การหา ห.ร.ม. โดยการหาตัวหารร่วม

พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

ชุมนุมรักการอ่าน มีนักเรียนชั้น ป.5 จำนวน 16 คน และนักเรียนชั้น ป.6 จำนวน 20 คน ครูต้องการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน โดยไม่มีการคละชั้น ครูจะสามารถแบ่งนักเรียนให้แต่ละกลุ่มมีสมาชิกมากที่สุดกลุ่มละกี่คน

แบ่งนักเรียนชั้น ป.5 จำนวน 16 คน เป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน ได้ดังนี้

แบบที่ 1	แบ่งกลุ่มละ 1 คน	ได้ $16 \div 1 = 16$	กลุ่ม
แบบที่ 2	แบ่งกลุ่มละ 2 คน	ได้ $16 \div 2 = 8$	กลุ่ม
แบบที่ 3	แบ่งกลุ่มละ 4 คน	ได้ $16 \div 4 = 4$	กลุ่ม
แบบที่ 4	แบ่งกลุ่มละ 8 คน	ได้ $16 \div 8 = 2$	กลุ่ม
แบบที่ 5	แบ่งกลุ่มละ 16 คน	ได้ $16 \div 16 = 1$	กลุ่ม

แบ่งนักเรียนชั้น ป.6 จำนวน 20 คน เป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน ได้ดังนี้

แบบที่ 1	แบ่งกลุ่มละ 1 คน	ได้ $20 \div 1 = 20$	กลุ่ม
แบบที่ 2	แบ่งกลุ่มละ 2 คน	ได้ $20 \div 2 = 10$	กลุ่ม
แบบที่ 3	แบ่งกลุ่มละ 4 คน	ได้ $20 \div 4 = 5$	กลุ่ม
แบบที่ 4	แบ่งกลุ่มละ 5 คน	ได้ $20 \div 5 = 4$	กลุ่ม
แบบที่ 5	แบ่งกลุ่มละ 10 คน	ได้ $20 \div 10 = 2$	กลุ่ม
แบบที่ 6	แบ่งกลุ่มละ 20 คน	ได้ $20 \div 20 = 1$	กลุ่ม

พบว่า จำนวนนับที่หาร 16 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4, 8 และ 16
จำนวนนับที่หาร 20 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4, 5, 10 และ 20
จำนวนนับที่หารทั้ง 16 และ 20 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2 และ 4
ซึ่ง 4 เป็นจำนวนนับที่มากที่สุดที่หารทั้ง 16 และ 20 ได้ลงตัว

ดังนั้น ครูสามารถแบ่งนักเรียนชั้น ป.5 และ ป.6 เป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน โดยไม่มีการคละชั้น ได้มากที่สุดกลุ่มละ 4 คน

เมื่อพิจารณาการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มข้างต้น

จะได้ว่า ตัวประกอบของ 16 ได้แก่ 1, 2, 4, 8 และ 16

ตัวประกอบของ 20 ได้แก่ 1, 2, 4, 5, 10 และ 20

กล่าวได้ว่า 1, 2 และ 4 เป็นตัวประกอบร่วม หรือ ตัวหารร่วมของ 16 และ 20

และ ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุด ของ 16 และ 20 คือ 4

เรียก 4 ว่าตัวหารร่วมที่มากที่สุด ของ 16 และ 20

- จำนวนนับที่หารจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไปได้ลงตัว เรียกว่า **ตัวประกอบร่วม** หรือ **ตัวหารร่วม** ของจำนวนนับเหล่านั้น
- 1 เป็นตัวประกอบร่วม หรือ ตัวหารร่วมของจำนวนนับทุกจำนวน
- **ตัวหารร่วมที่มากที่สุด** ใช้อักษรย่อ **ห.ร.ม.**
- ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป หมายถึง จำนวนนับที่มากที่สุดที่หารจำนวนนับเหล่านั้นได้ลงตัว



หา ห.ร.ม. ของ 8, 10 และ 26

วิธีทำ จำนวนนับที่หาร 8 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4 และ 8

จำนวนนับที่หาร 10 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 5 และ 10

จำนวนนับที่หาร 26 ได้ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 13 และ 26

ตัวหารร่วมของ 8, 10 และ 26 ได้แก่ 1 และ 2

ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 8, 10 และ 26 คือ 2

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 8, 10 และ 26 คือ 2

ตอบ ๒



หา ห.ร.ม. ของจำนวนที่กำหนด

1 4 และ 15

2 18 และ 30

3 75 และ 105

4 8, 20 และ 28

5 14, 25 และ 26

6 35, 49 และ 56



แบบฝึกหัด 1.6

▶ การหา ห.ร.ม. โดยการแยกตัวประกอบ

พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 27 และ 45

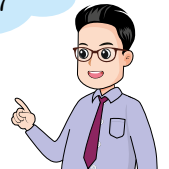
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

พบว่า 3×3 เป็นตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 27 และ 45

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 27 และ 45 คือ $3 \times 3 = 9$

สังเกตได้ว่า
ห.ร.ม. ของ 27 และ 45
จะไม่มากกว่า 27



พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 60

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

พบว่า $2 \times 2 \times 3$ เป็นตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 24, 36 และ 60

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 60 คือ $2 \times 2 \times 3 = 12$

สังเกตได้ว่า
ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 60
จะไม่มากกว่า 24



หา ห.ร.ม. ของ 9, 21 และ 30

วิธีทำ $9 = 3 \times 3$

$$21 = 3 \times 7$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 9, 21 และ 30 คือ 3

ตอบ ๓



หา ห.ร.ม. ของจำนวนที่กำหนด

1 12 และ 20

2 32 และ 46

3 42 และ 54

4 16, 40 และ 72

5 22, 38 และ 121

6 126, 144 และ 162



แบบฝึกหัด 1.7

▶ การหา ห.ร.ม. โดยการหาร

พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 48 และ 72 ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาตัวหารร่วมของ 48 และ 72 เช่น 2 แล้วนำมาหารทั้งสองจำนวน

$$\begin{array}{r} \text{จะได้} \quad 2 \overline{)48 \quad 72} \\ \underline{24 \quad 36} \end{array}$$

ขั้นที่ 2 หาตัวหารร่วมของ 24 และ 36 เช่น 6 แล้วนำมาหารทั้งสองจำนวน

$$\begin{array}{r} \text{จะได้} \quad 2 \overline{)48 \quad 72} \\ \quad 6 \overline{)24 \quad 36} \\ \quad \underline{4 \quad 6} \end{array}$$

ขั้นที่ 3 หาตัวหารร่วมของ 4 และ 6 เช่น 2 แล้วนำมาหารทั้งสองจำนวน

$$\begin{array}{r} \text{จะได้} \quad 2 \overline{)48 \quad 72} \\ \quad 6 \overline{)24 \quad 36} \\ \quad 2 \overline{)4 \quad 6} \\ \quad \underline{2 \quad 3} \end{array}$$

พบว่า ตัวหารร่วมของ 2 และ 3 คือ 1 จึงสิ้นสุดการหาร

ดังนั้น ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 48 และ 72 หาได้โดยนำตัวหารร่วมทุกจำนวนคูณกัน

$$\text{จะได้ } 2 \times 6 \times 2 = 24$$

แสดงว่า ห.ร.ม. ของ 48 และ 72 คือ 24

สังเกต

เมื่อนำ 24 ไปหาร 48 และ 72 จะได้ผลหารเป็น 2 และ 3 ตามลำดับ
ซึ่งจะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 2 และ 3 มีเพียงจำนวนเดียว คือ 1
แสดงว่า 24 เป็น ห.ร.ม. ของ 48 และ 72

พิจารณาการหา ห.ร.ม. ของ 80, 96 และ 112 ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาตัวหารร่วมของ 80, 96 และ 112 เช่น 2 แล้วนำมาหารทั้งสามจำนวน

$$\begin{array}{r} \text{จะได้} \quad 2 \overline{)80 \quad 96 \quad 112} \\ \underline{40 \quad 48 \quad 56} \end{array}$$

ขั้นที่ 2 หาตัวหารร่วมของ 40, 48 และ 56 เช่น 4 แล้วนำมาหารทั้งสามจำนวน

$$\begin{array}{r} \text{จะได้} \quad 2 \overline{)80 \quad 96 \quad 112} \\ \quad 4 \overline{)40 \quad 48 \quad 56} \\ \quad \underline{10 \quad 12 \quad 14} \end{array}$$

ขั้นที่ 3 หาตัวหารร่วมของ 10, 12 และ 14 เช่น 2 แล้วนำมาหารทั้งสามจำนวน

$$\begin{array}{r} \text{จะได้} \quad 2 \overline{)80 \quad 96 \quad 112} \\ \quad 4 \overline{)40 \quad 48 \quad 56} \\ \quad 2 \overline{)10 \quad 12 \quad 14} \\ \quad \underline{5 \quad 6 \quad 7} \end{array}$$

พบว่า ตัวหารร่วมของ 5, 6 และ 7 คือ 1 จึงสิ้นสุดการหาร

ดังนั้น ตัวหารร่วมที่มากที่สุดของ 80, 96 และ 112 หาได้โดยนำตัวหารร่วมทุกจำนวนคูณกัน

$$\text{จะได้ } 2 \times 4 \times 2 = 16$$

แสดงว่า ห.ร.ม. ของ 80, 96 และ 112 คือ 16

สังเกต

เมื่อนำ 16 ไปหาร 80, 96 และ 112 จะได้ผลหารเป็น 5, 6 และ 7 ตามลำดับ
ซึ่งจะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 5, 6 และ 7 มีเพียงจำนวนเดียว คือ 1
แสดงว่า 16 เป็น ห.ร.ม. ของ 80, 96 และ 112



หา ห.ร.ม. ของ 15, 45 และ 90

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)15 \quad 45 \quad 90} \\ 5 \overline{) \quad 5 \quad 15 \quad 30} \\ \underline{\quad 1 \quad 3 \quad 6} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 15, 45 และ 90 คือ $3 \times 5 = 15$

ตอบ ๑๕



หา ห.ร.ม. ของจำนวนที่กำหนด

- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| 1 18 และ 36 | 2 84 และ 98 | 3 50 และ 100 |
| 4 60, 120 และ 135 | 5 104, 117 และ 143 | 6 168, 389 และ 210 |



แบบฝึกหัด 1.8



หาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 57, 85 และ 99 แล้วเหลือเศษ 1

จากโจทย์ ต้องการหาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 57, 85 และ 99 แล้วเหลือเศษ 1 แสดงว่า จำนวนนับนั้นหาร $57 - 1 = 56$, $85 - 1 = 84$ และ $99 - 1 = 98$ ได้ลงตัว นั่นคือ หา ห.ร.ม. ของ 56, 84 และ 98 ซึ่งเท่ากับ 14 ดังนั้น จำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 57, 85 และ 99 แล้วเหลือเศษ 1 คือ 14

ตรวจสอบ

$$\begin{array}{r} 4 \\ 14 \overline{)57} \\ \underline{56} \\ 1 \end{array}$$

ดังนั้น $57 \div 14$ ได้ 4 เศษ 1

$$\begin{array}{r} 6 \\ 14 \overline{)85} \\ \underline{84} \\ 1 \end{array}$$

ดังนั้น $85 \div 14$ ได้ 6 เศษ 1

$$\begin{array}{r} 7 \\ 14 \overline{)99} \\ \underline{98} \\ 1 \end{array}$$

ดังนั้น $99 \div 14$ ได้ 7 เศษ 1

1. หาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 129, 150 และ 192 แล้วเหลือเศษ 3

2. หาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 36, 72 และ 108 แล้วเหลือเศษ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

ลองคิดดู



ตรวจสอบความเข้าใจ

วิธีหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับต่อไปนี้ ถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้อง ให้แก้ไข

1

$$\begin{array}{l} 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ 140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \\ 280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 \\ \text{ห.ร.ม. ของ 210, 140 และ 280 คือ } 5 \times 7 = 35 \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)510 \quad 180 \quad 120} \\ 5 \overline{)255 \quad 90 \quad 60} \\ \underline{\quad 51 \quad 18 \quad 12} \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 510, 180 และ 120 คือ $2 \times 5 = 10$



สิ่งที่ได้เรียนรู้

ข้อความต่อไปนี้ ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

- จำนวนนับจำนวนหนึ่งที่หารจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป ได้ลงตัวทุกจำนวน จำนวนนับนั้นจะเป็น ห.ร.ม. ของจำนวนนับเหล่านั้น
- ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป จะน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนนับที่น้อยที่สุดในบรรดาจำนวนนับเหล่านั้นเสมอ
- ถ้า ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป เท่ากับ 1 แล้วจำนวนนับเหล่านั้นจะเป็นจำนวนเฉพาะ



1.3 ผลคูณร่วมน้อยที่สุด (ค.ร.น.)



▶ การหา ค.ร.น. โดยการหาผลคูณร่วม

พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

ใบบัวและต้นกล้าเริ่มออมเงินพร้อมกันและออมทุกวัน โดยใบบัวออมวันละ 4 บาท
ต้นกล้าออมวันละ 6 บาท

จำนวนเงินออมทั้งหมดในแต่ละวันของใบบัวและต้นกล้า

วันที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
เงินออม ของใบบัว (บาท)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	...
เงินออม ของต้นกล้า (บาท)	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	...

จากตารางพบว่า

ใบบัวออมเงินวันละ 4 บาท ทำให้จำนวนเงินออมทั้งหมดในแต่ละวันของใบบัวเป็น
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, ... บาท ตามลำดับ ซึ่งจำนวนเหล่านี้
เป็นผลคูณของ 4 หรือ เป็นพหุคูณของ 4 แสดงว่า จำนวนเหล่านี้ 4 หารได้ลงตัว

ต้นกล้าออมเงินวันละ 6 บาท ทำให้จำนวนเงินออมทั้งหมดในแต่ละวันของต้นกล้าเป็น
6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, ... บาท ตามลำดับ ซึ่งจำนวนเหล่านี้
เป็นผลคูณของ 6 หรือ เป็นพหุคูณของ 6 แสดงว่า จำนวนเหล่านี้ 6 หารได้ลงตัว

จะเห็นได้ว่า ผลคูณร่วมของ 4 และ 6 ได้แก่ 12, 24, 36, 48, 60, ...

และ ผลคูณร่วมน้อยที่สุด ของ 4 และ 6 คือ 12

เรียก 12 ว่าผลคูณร่วมน้อยที่สุด ของ 4 และ 6

จากสถานการณ์ดังกล่าว จะได้ว่า
จำนวนเงินที่น้อยที่สุดที่ทั้งสองคนออมได้เท่ากัน
คือ 12 บาท



- พหุคูณของจำนวนนับใด เป็นผลคูณของจำนวนนับนั้น ซึ่งสามารถหารด้วยจำนวนนับนั้นได้ลงตัว
- ผลคูณร่วมของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป เป็นจำนวนนับที่หารด้วยจำนวนนับเหล่านั้นได้ลงตัว
- ผลคูณร่วมน้อยที่สุด ใช้ตัวย่อ ค.ร.น.
- ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป หมายถึง จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วยจำนวนนับเหล่านั้นได้ลงตัว



1

หา ค.ร.น. ของ 3 และ 5

วิธีทำ จำนวนนับที่เป็นผลคูณของ 3 ได้แก่ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

จำนวนนับที่เป็นผลคูณของ 5 ได้แก่ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, ...

จำนวนนับที่เป็นผลคูณร่วมของ 3 และ 5 ได้แก่ 15, 30, ...

ซึ่งผลคูณร่วมน้อยที่สุดของ 3 และ 5 คือ 15

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 3 และ 5 คือ 15

ตอบ ๑๕



2

หา ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 12

วิธีทำ จำนวนนับที่เป็นผลคูณของ 6 ได้แก่ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...

จำนวนนับที่เป็นผลคูณของ 8 ได้แก่ 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ...

จำนวนนับที่เป็นผลคูณของ 12 ได้แก่ 12, 24, 36, 48, 60, ...

จำนวนนับที่เป็นผลคูณร่วมของ 6, 8 และ 12 ได้แก่ 24, 48, ...

ซึ่งผลคูณร่วมน้อยที่สุดของ 6, 8 และ 12 คือ 24

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 12 คือ 24

ตอบ ๒๔



หา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนด

1 18 และ 27

2 4, 9 และ 12

3 10, 24 และ 40



แบบฝึกหัด 1.9

▶ การหา ค.ร.น. โดยการแยกตัวประกอบ

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 24 และ 32

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

พบว่า

ผลคูณของ $2 \times 2 \times 2 \times 3$ เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 24 ได้ลงตัว

และผลคูณของ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 32 ได้ลงตัว

จะได้ว่า

หารด้วย 24 ได้ลงตัว

ผลคูณของ $2 \times 2 \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{หารด้วย 32 ได้ลงตัว}} \times 3$ เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 24 และ 32 ได้ลงตัว

หารด้วย 32 ได้ลงตัว

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 24 และ 32 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96$

สังเกตได้ว่า ค.ร.น. ของ 24 และ 32 จะไม่น้อยกว่า 32



หรืออาจสังเกตการหา ค.ร.น. ของ 24 และ 32 จากการแยกตัวประกอบ ดังนี้

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 24 และ 32 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96$

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 18, 30 และ 36

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

พบว่า

ผลคูณของ $2 \times 3 \times 3$ เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 18 ได้ลงตัว

ผลคูณของ $2 \times 3 \times 5$ เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 30 ได้ลงตัว

และผลคูณของ $2 \times 2 \times 3 \times 3$ เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 36 ได้ลงตัว

จะได้ว่า

หารด้วย 36 ได้ลงตัว

ผลคูณของ $2 \times \underbrace{2 \times 3 \times 3}_{\text{หารด้วย 18 ได้ลงตัว}} \times 5$ เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 18, 30 และ 36 ได้ลงตัว

หารด้วย 18 ได้ลงตัว

หารด้วย 30 ได้ลงตัว

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 18, 30 และ 36 คือ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$

สังเกตได้ว่า ค.ร.น. ของ 18, 30 และ 36 จะไม่น้อยกว่า 36



หรืออาจสังเกตการหา ค.ร.น. ของ 18, 30 และ 36 จากการแยกตัวประกอบ ดังนี้

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 18, 30 และ 36 คือ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$



1

หา ค.ร.น. ของ 15 และ 28

วิธีทำ $15 = 3 \times 5$

$28 = 2 \times 2 \times 7$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 15 และ 28 คือ $2 \times 2 \times 7 \times 3 \times 5 = 420$

ตอบ ๔๒๐



2

หา ค.ร.น. ของ 12, 18 และ 24

วิธีทำ $12 = 2 \times 2 \times 3$

$18 = 2 \times 3 \times 3$

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 12, 18 และ 24 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

ตอบ ๗๒

สังเกต $12 = 2 \times 2 \times 3$
 $18 = 2 \times 3 \times 3$
 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
และ ค.ร.น. ของ 12, 18 และ 24
คือ $2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 72$



หา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนด

1 48 และ 56

2 12, 16 และ 32

3 15, 25 และ 30

4 18, 72 และ 45

5 21, 42 และ 50

6 36, 90 และ 100



แบบฝึกหัด 1.10

▶ การหา ค.ร.น. โดยการหาร

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 54 และ 81 ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาจำนวนนับที่หาร 54 และ 81 ได้ลงตัว เช่น 3 แล้วนำมาหารทั้งสองจำนวน
จะได้
$$\begin{array}{r} 3 \overline{)54} \quad 81 \\ \underline{18} \quad 27 \end{array}$$

ขั้นที่ 2 หาจำนวนนับที่หาร 18 และ 27 ได้ลงตัว เช่น 3 แล้วนำมาหารทั้งสองจำนวน
จะได้
$$\begin{array}{r} 3 \overline{)54} \quad 81 \\ \underline{18} \quad 27 \\ 3 \overline{)18} \quad 27 \\ \underline{6} \quad 9 \end{array}$$

ขั้นที่ 3 หาจำนวนนับที่หาร 6 และ 9 ได้ลงตัว เช่น 3 แล้วนำมาหารทั้งสองจำนวน
จะได้
$$\begin{array}{r} 3 \overline{)54} \quad 81 \\ \underline{18} \quad 27 \\ 3 \overline{)6} \quad 9 \\ \underline{2} \quad 3 \end{array}$$

พบว่า 2 และ 3 ไม่มีตัวหารร่วมนอกจาก 1 จึงสิ้นสุดการหาร

ดังนั้น ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 54 และ 81 หาได้โดย นำตัวหารและผลหารของทุกจำนวนมาคูณกัน
แสดงว่า ค.ร.น. ของ 54 และ 81 คือ $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 162$

หรือ อาจนำ 9 หาร 54 และ 81 ได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 9 \overline{)54} \quad 81 \\ \underline{6} \quad 9 \end{array}$$

จากนั้นนำ 3 หาร 6 และ 9 ได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 9 \overline{)54} \quad 81 \\ \underline{3} \overline{)6} \quad 9 \\ \underline{2} \quad 3 \end{array}$$

แสดงว่า ค.ร.น. ของ 54 และ 81

คือ $9 \times 3 \times 2 \times 3 = 162$

สังเกต
เมื่อนำ 54 และ 81 ไปหาร 162
จะได้ผลหารเป็น 3 และ 2 ตามลำดับ
ซึ่งจะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 3 และ 2
มี 1 เพียงจำนวนเดียว
แสดงว่า 162 เป็น ค.ร.น. ของ 54 และ 81

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของ 60, 96 และ 48 ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาจำนวนนับที่หาร 60, 96 และ 48 ได้ลงตัว เช่น 6 แล้วนำมาหารทั้งสามจำนวน
จะได้

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)60} \quad 96 \quad 48 \\ 10 \quad 16 \quad 8 \end{array}$$

ขั้นที่ 2 หาจำนวนนับที่หาร 10, 16 และ 8 ได้ลงตัว เช่น 2 แล้วนำมาหารทั้งสามจำนวน
จะได้

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)60} \quad 96 \quad 48 \\ 2 \overline{)10} \quad 16 \quad 8 \\ 5 \quad 8 \quad 4 \end{array}$$

ขั้นที่ 3 หาจำนวนนับที่หาร 5, 8 และ 4 ได้ลงตัวทั้งสามจำนวน พบว่าไม่มีจำนวนนับใด
ที่มากกว่า 1 ที่หาร 5, 8 และ 4 ได้ลงตัว จึงต้องหาจำนวนนับที่หาร
5, 8 และ 4 ได้ลงตัว อย่างน้อย 2 จำนวน เช่น 4 แล้วนำมาหาร

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)60} \quad 96 \quad 48 \\ 2 \overline{)10} \quad 16 \quad 8 \\ 4 \overline{)5} \quad 8 \quad 4 \end{array}$$

เนื่องจาก 4 หาร 5 ไม่ลงตัว
ให้เขียน 5 ไว้เช่นเดิม

$$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

พบว่า **5, 2 และ 1** นั้น ไม่มีตัวหารร่วมของ 2 จำนวนใดนอกจาก 1 จึงสิ้นสุดการหาร
ดังนั้น ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 60, 96 และ 48 หาได้โดย นำตัวหารและผลหารของทุกจำนวน
มาคูณกัน

แสดงว่า ค.ร.น. ของ 60, 96 และ 48 คือ $6 \times 2 \times 4 \times 5 \times 2 \times 1 = 480$

สังเกต

เมื่อนำ 60, 96 และ 48 ไปหาร 480 จะได้ผลหารเป็น 8, 5 และ 10 ตามลำดับ

ซึ่งจะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 8, 5 และ 10 มี 1 เพียงจำนวนเดียว

แสดงว่า 480 เป็น ค.ร.น. ของ 60, 96 และ 48



1

หา ค.ร.น. ของ 8 และ 20

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 4 \overline{)8} \quad 20 \\ 2 \quad 5 \end{array}$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 8 และ 20 คือ $4 \times 2 \times 5 = 40$

ตอบ

๔๐



2

หา ค.ร.น. ของ 9, 25 และ 45

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 9 \overline{)9} \quad 25 \quad 45 \\ 5 \overline{)1} \quad 25 \quad 5 \\ 1 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 9, 25 และ 45 คือ $9 \times 5 \times 1 \times 5 \times 1 = 225$

ตอบ

๒๒๕



หา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนด

- | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| 1 10 และ 97 | 2 28, 70 และ 49 | 3 16, 64 และ 40 |
| 4 18, 42 และ 54 | 5 30, 40 และ 60 | 6 44, 66 และ 132 |



แบบฝึกหัด 1.11



หาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 10, 15 และ 20 แล้วผลหารเป็นจำนวนนับและเหลือเศษ 4
จากโจทย์ ต้องการหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 10, 15 และ 20 แล้วได้ผลหารเป็นจำนวนนับ
และเหลือเศษ 4 แสดงว่า ต้องหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 10, 15 และ 20 ได้ลงตัวก่อน
โดยอาจหาจำนวนนับนั้น ด้วยการหา ค.ร.น. ของ 10, 15 และ 20 ซึ่งเท่ากับ 60 แล้วบวกด้วยเศษ 4
ดังนั้น จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 10, 15 และ 20 แล้วผลหารเป็นจำนวนนับและเหลือเศษ 4
คือ $60 + 4 = 64$

ตรวจสอบ

$$\begin{array}{r} 6 \\ 10 \overline{)64} \\ 60 \\ 4 \end{array}$$

ดังนั้น $64 \div 10$ ได้ 6 เศษ 4

$$\begin{array}{r} 4 \\ 15 \overline{)64} \\ 60 \\ 4 \end{array}$$

ดังนั้น $64 \div 15$ ได้ 4 เศษ 4

$$\begin{array}{r} 3 \\ 20 \overline{)64} \\ 60 \\ 4 \end{array}$$

ดังนั้น $64 \div 20$ ได้ 3 เศษ 4

กิจกรรมหาความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. ของจำนวนนับ 2 จำนวน

เติมคำตอบในตาราง

ข้อ	จำนวนที่กำหนด	ห.ร.ม.	ค.ร.น.	ผลคูณของ ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.	ผลคูณของจำนวนที่กำหนด
1	4 และ 6				
2	8 และ 12				
3	9 และ 10				
4	15 และ 18				
5	25 และ 20				



จากตารางให้สังเกต ผลคูณของ ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. และผลคูณของจำนวนที่กำหนด

เมื่อกำหนดจำนวนนับ 2 จำนวน จะพบว่า
ผลคูณของ ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. จะเท่ากับผลคูณของ 2 จำนวนนั้น

แสดงวิธีหาคำตอบ

- ถ้า ค.ร.น. ของ 40 กับจำนวนนับอีกจำนวนหนึ่งเป็น 40 และ ห.ร.ม. ของ 2 จำนวนนี้เป็น 20 จำนวนนับอีกจำนวนหนึ่งคือจำนวนใด
- จำนวนนับ 2 จำนวน ถ้าจำนวนหนึ่งเป็น 12 และผลคูณของ ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. ของ 2 จำนวนนี้เป็น 360 จำนวนนับอีกจำนวนหนึ่งคือจำนวนใด
- ถ้า ห.ร.ม. ของจำนวนนับ 2 จำนวนเป็น 7 และผลคูณของ 2 จำนวนนั้นเป็น 980 ค.ร.น. ของ 2 จำนวนนี้เป็นเท่าใด

จำนวนนับ 2 จำนวนนี้เป็นจำนวนใดได้บ้าง



ตรวจสอบความเข้าใจ

วิธีหา ค.ร.น. ของจำนวนนับต่อไปนี้ ถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้อง ให้แก้ไข

1

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

ค.ร.น. ของ 40, 90 และ 105 คือ $5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 7 = 1,260$

2

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 56 \ 48} \\ 6 \overline{) 12 \ 28 \ 24} \\ 4 \overline{) 2 \ 28 \ 4} \\ \underline{2 \ 7 \ 1} \end{array}$$

ค.ร.น. ของ 24, 56 และ 48 คือ $2 \times 6 \times 4 \times 2 \times 7 \times 1 = 672$



สิ่งที่ได้เรียนรู้

ข้อความต่อไปนี้ ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

- ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป จะมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนนับที่มากที่สุด ในบรรดาจำนวนนับเหล่านั้นเสมอ
- 168 เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 28, 42 และ 84 ได้ลงตัว
- ถ้า ห.ร.ม. ของจำนวนนับ 2 จำนวนเป็น 1 แล้ว ค.ร.น. จะเท่ากับผลคูณของจำนวนนับ 2 จำนวนนั้น

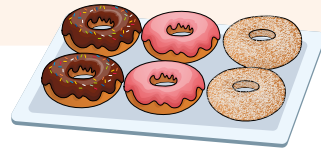


1.4 โจทย์ปัญหา



พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

อ๋มทำโดนัทหน้าช็อกโกแลต 42 ชิ้น หน้าสตรอว์เบอร์รี 36 ชิ้น และหน้ามะพร้าว 30 ชิ้น นำโดนัททั้งหมดมาบรรจุกล่อง กล่องละเท่า ๆ กัน โดยแต่ละกล่องเป็นโดนัทหน้าเดียวกัน อ๋มจะบรรจุได้มากที่สุดกล่องละกี่ชิ้น และได้กี่กล่อง



สิ่งที่โจทย์ถาม

จำนวนโดนัทที่มากที่สุดที่บรรจุในแต่ละกล่อง และจำนวนกล่องที่บรรจุโดนัท

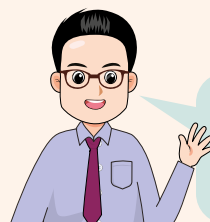
สิ่งที่โจทย์บอก

อ๋มทำโดนัทหน้าช็อกโกแลต 42 ชิ้น หน้าสตรอว์เบอร์รี 36 ชิ้น และหน้ามะพร้าว 30 ชิ้น นำโดนัททั้งหมดมาบรรจุกล่อง กล่องละเท่า ๆ กัน โดยแต่ละกล่องเป็นโดนัทหน้าเดียวกัน



จะหาจำนวนโดนัทที่มากที่สุดที่บรรจุในแต่ละกล่อง โดยแต่ละกล่องเป็นโดนัทหน้าเดียวกัน ต้องรู้อะไรก่อน

ต้องรู้จำนวนโดนัทที่บรรจุกล่อง กล่องละเท่า ๆ กัน



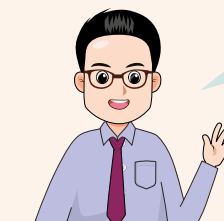
จะบรรจุโดนัทหน้าช็อกโกแลตกล่องละเท่า ๆ กัน ได้กล่องละกี่ชิ้นบ้าง คิดได้อย่างไร

จะบรรจุโดนัทหน้าช็อกโกแลตได้กล่องละ 1 ชิ้น 2 ชิ้น 3 ชิ้น 6 ชิ้น 7 ชิ้น 14 ชิ้น 21 ชิ้น และ 42 ชิ้น คิดได้โดยหาจำนวนนับที่หาร 42 ได้ลงตัว ซึ่งได้แก่ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 และ 42



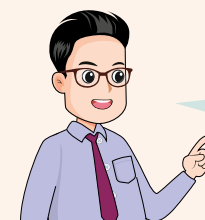
จะบรรจุโดนัทหน้าสตรอว์เบอร์รีกล่องละเท่า ๆ กัน ได้กล่องละกี่ชิ้นบ้าง คิดได้อย่างไร

จะบรรจุโดนัทหน้าสตรอว์เบอร์รีได้กล่องละ 1 ชิ้น 2 ชิ้น 3 ชิ้น 4 ชิ้น 6 ชิ้น 9 ชิ้น 12 ชิ้น 18 ชิ้น และ 36 ชิ้น คิดได้โดยหาจำนวนนับที่หาร 36 ได้ลงตัว ซึ่งได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 และ 36



จะบรรจุโดนัทหน้ามะพร้าวกล่องละเท่า ๆ กัน ได้กล่องละกี่ชิ้นบ้าง คิดได้อย่างไร

จะบรรจุโดนัทหน้ามะพร้าวได้กล่องละ 1 ชิ้น 2 ชิ้น 3 ชิ้น 5 ชิ้น 6 ชิ้น 10 ชิ้น 15 ชิ้น และ 30 ชิ้น คิดได้โดยหาจำนวนนับที่หาร 30 ได้ลงตัว ซึ่งได้แก่ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30



ดังนั้น อ๋มจะบรรจุโดนัทได้มากที่สุดกล่องละ 6 ชิ้น โดยแต่ละกล่องเป็นโดนัทหน้าเดียวกัน ซึ่ง 6 เป็น ท.ร.ม. ของ 42, 36 และ 30





จะหาจำนวนกล่องที่บรรจุโดนัททั้งหมดได้อย่างไร และได้คำตอบเท่าใด

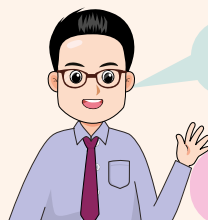
ต้องนำจำนวนโดนัทแต่ละหน้า หาคด้วยจำนวนโดนัทที่บรรจุในแต่ละกล่อง

แสดงว่า มีโดนัทหน้าช็อกโกแลต $42 \div 6 = 7$ กล่อง

โดนัทหน้าสตรว์เบอร์รี $36 \div 6 = 6$ กล่อง

โดนัทหน้ามะพร้าว $30 \div 6 = 5$ กล่อง

ดังนั้น อุ่มบรรจุโดนัทได้ทั้งหมด $7 + 6 + 5 = 18$ กล่อง



สรุปคำตอบว่าอย่างไร

อุ่มจะบรรจุโดนัทได้มากที่สุดกล่องละ 6 ชิ้น ได้ทั้งหมด 18 กล่อง



ตรวจสอบได้อย่างไรว่า 6 ชิ้น และ 18 กล่อง เป็นคำตอบที่ถูกต้อง



ต้องหว่า 6 เป็น ห.ร.ม. ของ 42, 36 และ 30 จริงหรือไม่

ซึ่ง $42 \div 6 = 7$ $36 \div 6 = 6$ $30 \div 6 = 5$

จะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 7, 6 และ 5 มีเพียงจำนวนเดียว คือ 1

จะได้ว่า 6 เป็น ห.ร.ม. ของ 42, 36 และ 30 จริง

แสดงว่า บรรจุโดนัทได้มากที่สุดกล่องละ 6 ชิ้น

และต้องหว่าถ้าบรรจุโดนัทได้ 18 กล่อง กล่องละ 6 ชิ้น จะมีโดนัททั้งหมดกี่ชิ้น

จะได้ว่า มีโดนัททั้งหมด $18 \times 6 = 108$ ชิ้น ซึ่งเป็นหน้ามะพร้าว 30 ชิ้น

หน้าสตรว์เบอร์รี 36 ชิ้น ดังนั้นเป็นหน้าช็อกโกแลต $108 - (30 + 36) = 42$ ชิ้น

พบว่าสอดคล้องกับโจทย์

แสดงว่า 6 ชิ้น และ 18 กล่อง เป็นคำตอบที่ถูกต้อง



พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

โรงเรียนแห่งหนึ่ง มีแผนปรับปรุงสภาพแวดล้อมภายในโรงเรียน ดังนี้
ปรับปรุงห้องเรียนทุก ๆ 2 ปี ทาสีอาคารใหม่ทุก ๆ 6 ปี และซ่อมบำรุงทางเดินเท้าทุก ๆ 4 ปี
โดยเริ่มดำเนินการตามแผนทุกรายการครั้งแรกในปี พ.ศ. 2560 โรงเรียนแห่งนี้จะดำเนินการ
ตามแผนที่วางไว้ทุกรายการพร้อมกันเป็นครั้งที่ 2 ในปี พ.ศ. ไ

สิ่งที่โจทย์ถาม

ปี พ.ศ. ที่โรงเรียนจะปรับปรุงสภาพแวดล้อมภายในทุกรายการพร้อมกัน
เป็นครั้งที่ 2

สิ่งที่โจทย์บอก

โรงเรียนปรับปรุงห้องเรียนทุก ๆ 2 ปี ทาสีอาคารใหม่ทุก ๆ 6 ปี
และซ่อมบำรุงทางเดินเท้าทุก ๆ 4 ปี โดยเริ่มดำเนินการพร้อมกัน
ในปี พ.ศ. 2560



จะหาปี พ.ศ. ที่โรงเรียนจะปรับปรุงทุกรายการพร้อมกันเป็นครั้งที่ 2
ต้องรู้อะไรก่อน

ต้องรู้จำนวนปีที่จะปรับปรุงทุกรายการพร้อมกันเป็นครั้งที่ 2
แล้วเทียบจำนวนปีที่ได้ ให้เป็นปี พ.ศ.



จะปรับปรุงห้องเรียนในปีที่เท่าใดบ้าง

เนื่องจากปรับปรุงห้องเรียนทุก ๆ 2 ปี แสดงว่าจะปรับปรุงห้องเรียนในปีที่
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... ซึ่งเป็นจำนวนนับที่หารด้วย 2 ได้ลงตัว



จะทาสีอาคารใหม่ในปีที่เท่าใดบ้าง

เนื่องจากทาสีอาคารใหม่ทุก ๆ 6 ปี แสดงว่าจะทาสีอาคารใหม่ในปีที่
6, 12, 18, 24, ... ซึ่งเป็นจำนวนนับที่หารด้วย 6 ได้ลงตัว





จะซ่อมบำรุงทางเดินเท้าในปีที่เท่าใดบ้าง

เนื่องจากซ่อมบำรุงทางเดินเท้าทุก ๆ 4 ปี แสดงว่าจะซ่อมบำรุงทางเดินเท้าในปีที่ 4, 8, 12, 16, 20, ... ซึ่งเป็นจำนวนนับที่หารด้วย 4 ได้ลงตัว



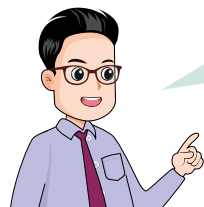
12 มีความสัมพันธ์อย่างไรกับ 2, 6 และ 4

12 เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 2, 6 และ 4 ได้ลงตัว หรือ 12 เป็น ค.ร.น. ของ 2, 6 และ 4



อีกกี่ปีที่โรงเรียนจะปรับปรุงทุกรายการพร้อมกันเป็นครั้งที่ 2 ตรงกับปี พ.ศ. ไດ และคิดได้อย่างไร

อีก 12 ปี ซึ่งตรงกับปี พ.ศ. 2572 คิดได้โดยนับต่อจากปี พ.ศ. 2560 ไปอีก 12 ปี



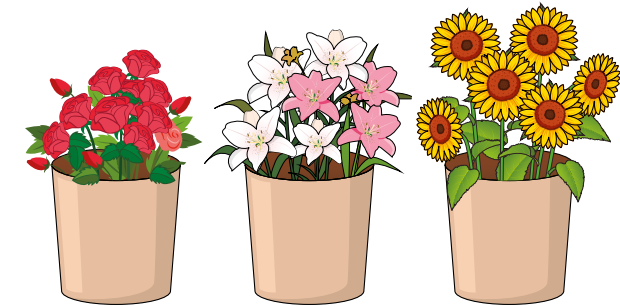
ตรวจสอบได้อย่างไรว่า พ.ศ. 2572 เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ต้องหว่า จำนวนปีที่ปรับปรุงทุกรายการพร้อมกันเป็นครั้งที่ 2 คือปีที่เท่าใด เนื่องจากโรงเรียนปรับปรุงทุกรายการพร้อมกันเป็นครั้งแรกในปี พ.ศ. 2560 และครั้งที่ 2 ในปี พ.ศ. 2572 ซึ่งห่างกัน 12 ปี และต้องหว่า 12 เป็น ค.ร.น. ของ 2, 6 และ 4 จริงหรือไม่ ซึ่ง $12 \div 2 = 6$ $12 \div 6 = 2$ $12 \div 4 = 3$ จะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 6, 2 และ 3 มีเพียงจำนวนเดียว คือ 1 ดังนั้น 12 เป็น ค.ร.น. ของ 2, 6 และ 4 จริง แสดงว่า พ.ศ. 2572 เป็นคำตอบที่ถูกต้อง



1

แก้มซื้อดอกกุหลาบราคาดอกละ 8 บาท นุชซื้อดอกลิลลี่ราคาดอกละ 25 บาท และผิงซื้อดอกทานตะวันราคาดอกละ 16 บาท ถ้าแต่ละคนจ่ายเงินซื้อดอกไม้เท่ากัน จะจ่ายเงินอย่างน้อยที่สุดคนละกี่บาท และได้ดอกไม้คนละกี่ดอก



วิธีคิด หาจำนวนเงินที่น้อยที่สุดที่แต่ละคนจ่ายเท่ากัน โดยหา ค.ร.น. ของ 8, 25 และ 16 ก่อน แล้วจึงหาจำนวนดอกไม้แต่ละชนิดโดยนำจำนวนเงินที่แต่ละคนจ่าย หารด้วยราคาดอกไม้ 1 ดอก

วิธีทำ หาจำนวนเงินที่น้อยที่สุดที่แต่ละคนจ่ายเท่ากัน โดยหา ค.ร.น. ของ 8, 25 และ 16

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 8 \quad 25 \quad 16} \\ \underline{1 \quad 25 \quad 2} \end{array}$$

จะได้ ค.ร.น. ของ 8, 25 และ 16 คือ $8 \times 1 \times 25 \times 2 = 400$

แสดงว่า แต่ละคนจ่ายเงินซื้อดอกไม้ 400 บาท

และ แก้มซื้อดอกกุหลาบได้ $400 \div 8 = 50$ ดอก

นุชซื้อดอกลิลลี่ได้ $400 \div 25 = 16$ ดอก

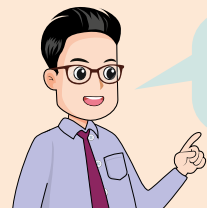
ผิงซื้อดอกทานตะวันได้ $400 \div 16 = 25$ ดอก

ดังนั้น แต่ละคนจ่ายเงินซื้อดอกไม้ 400 บาท แก้มซื้อดอกกุหลาบได้ 50 ดอก

นุชซื้อดอกลิลลี่ได้ 16 ดอก และผิงซื้อดอกทานตะวันได้ 25 ดอก

ตอบ แต่ละคนจ่ายเงินซื้อดอกไม้ 400 บาท แก้มซื้อดอกกุหลาบได้ 50 ดอก

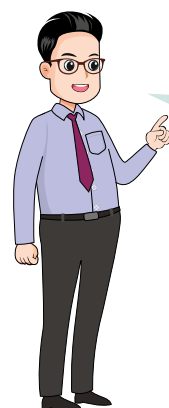
นุชซื้อดอกลิลลี่ได้ 16 ดอก และผิงซื้อดอกทานตะวันได้ 25 ดอก



ตรวจสอบได้อย่างไรว่า 400 บาท กับ 50 ดอก 16 ดอก และ 25 ดอก เป็นคำตอบที่ถูกต้อง



ต้องหว่า 400 เป็น ค.ร.น. ของ 8, 25 และ 16 จริงหรือไม่
ซึ่ง $400 \div 8 = 50$ $400 \div 25 = 16$ $400 \div 16 = 25$
จะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 50, 16 และ 25 มีเพียงจำนวนเดียว คือ 1
จะได้ 400 เป็น ค.ร.น. ของ 8, 25 และ 16 จริง
แสดงว่า แต่ละคนจ่ายเงินซื้อดอกไม้ไม่น้อยที่สุด 400 บาท
และต้องหว่า ดอกไม้แต่ละชนิดราคาดอกละเท่าใด
เนื่องจากแต่ละคนซื้อดอกไม้ 400 บาท ถ้าแก้ซื้อดอกกุหลาบได้ 50 ดอก
นุชซื้อดอกลิลลี่ได้ 16 ดอก และผึ้งซื้อดอกทานตะวันได้ 25 ดอก
ดังนั้น ดอกกุหลาบราคาดอกละ $400 \div 50 = 8$ บาท
ดอกลิลลี่ราคาดอกละ $400 \div 16 = 25$ บาท
ดอกทานตะวันราคาดอกละ $400 \div 25 = 16$ บาท
พบว่าสอดคล้องกับโจทย์
แสดงว่า 400 บาท กับ 50 ดอก 16 ดอก และ 25 ดอก เป็นคำตอบที่ถูกต้อง



อาจหา ค.ร.น. ของ 8, 25 และ 16 ด้วยวิธีอื่นได้



โรงพยาบาลเพชรรา มาต้องการจัดที่นั่งโซน A จำนวน 176 ที่ โซน B จำนวน 110 ที่ และโซน C จำนวน 66 ที่ โดยให้แต่ละโซนมีจำนวนที่นั่งในแต่ละแถวเท่ากัน โรงพยาบาลแห่งนี้จะจัดที่นั่งได้มากที่สุดแถวละกี่ที่ และจัดได้กี่แถว

วิธีคิด หาจำนวนที่นั่งที่มากที่สุดในแต่ละแถวของแต่ละโซน
โดยหา ห.ร.ม. ของ 176, 110 และ 66 แล้วหาจำนวนแถวของแต่ละโซน
โดยนำจำนวนที่นั่งของแต่ละโซน หารด้วยจำนวนที่นั่งที่มากที่สุดในแต่ละแถว

วิธีทำ หาจำนวนที่นั่งที่มากที่สุดในแต่ละแถวของโซน A โซน B และโซน C
โดยการหา ห.ร.ม. ของ 176, 110 และ 66

$$176 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11$$

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

$$66 = 2 \times 3 \times 11$$

จะได้ ห.ร.ม. ของ 176, 110 และ 66 คือ $2 \times 11 = 22$

แสดงว่า โรงพยาบาลแห่งนี้จัดที่นั่งได้มากที่สุดแถวละ 22 ที่

โดย โซน A จัดที่นั่งได้ $176 \div 22 = 8$ แถว

โซน B จัดที่นั่งได้ $110 \div 22 = 5$ แถว

โซน C จัดที่นั่งได้ $66 \div 22 = 3$ แถว

และจัดที่นั่งทั้งหมด $8 + 5 + 3 = 16$ แถว

ดังนั้น โรงพยาบาลแห่งนี้จัดที่นั่งได้มากที่สุดแถวละ 22 ที่ และจัดได้ 16 แถว

ตอบ โรงพยาบาลแห่งนี้จะจัดที่นั่งได้มากที่สุดแถวละ 22 ที่ และจัดได้ 16 แถว

ถ้าหา ห.ร.ม. ของ 176, 110 และ 66 โดยการหาร

$$\begin{array}{r} \text{จะได้} \quad 2 \overline{)176} \quad 110 \quad 66 \\ \quad 2 \overline{)110} \quad 55 \quad 33 \\ \quad \quad 8 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

สังเกตผลหาร 8, 5 และ 3 คือ จำนวนแถวของที่นั่งแต่ละโซน

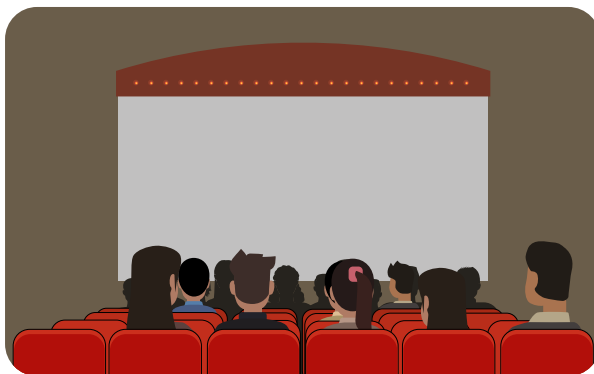




ตรวจสอบได้อย่างไรว่า 22 ที่ กับ 16 แลว เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

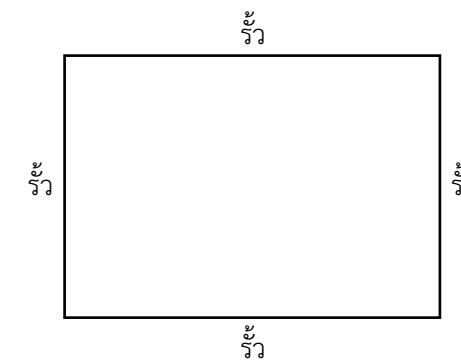


ต้องหว่า 22 เป็น ห.ร.ม. ของ 176, 110 และ 66 จริงหรือไม่
ซึ่ง $176 \div 22 = 8$ $110 \div 22 = 5$ และ $66 \div 22 = 3$
จะเห็นว่า ตัวหารร่วมของ 8, 5 และ 3 มีเพียงจำนวนเดียว คือ 1
จะได้ 22 เป็น ห.ร.ม ของ 176, 110 และ 66 จริง
แสดงว่า จัดที่นั่งได้มากที่สุดแลวละ 22 ที่
และต้องหว่า มีที่นั่งทั้งหมดกี่แลว
เนื่องจาก จัดที่นั่งได้มากที่สุดแลวละ 22 ที่ ถ้าจัดที่นั่งได้ทั้งหมด 16 แลว
แสดงว่า มีที่นั่งทั้งหมด $16 \times 22 = 352$ ที่ เป็นที่นั่งโซน A จำนวน 176 ที่
เป็นที่นั่งโซน B จำนวน 110 ที่
ดังนั้น เป็นที่นั่งโซน C จำนวน $352 - (176 + 110) = 66$ ที่
พบว่าสอดคล้องกับโจทย์
แสดงว่า 22 ที่ กับ 16 แลว เป็นคำตอบที่ถูกต้อง



แสดงวิธีหาคำตอบ

- 1 ร้านค้ามีเสื้อขนาดเล็ก (S) 150 ตัว ราคาตัวละ 100 บาท เสื้อขนาดกลาง (M) 250 ตัว ราคาตัวละ 120 บาท และเสื้อขนาดใหญ่ (L) 200 ตัว ราคาตัวละ 150 บาท ต้องการบรรจุเสื้อใส่กล่อง โดยทุกกล่องมีจำนวนเสื้อเท่ากันและเป็นเสื้อขนาดเดียวกัน ร้านค้าจะต้องใช้กล่องน้อยที่สุดกี่ใบ และเสื้อแต่ละขนาดราคากล่องละกี่บาท
- 2 จิตอาสาปลูกป่าชายเลน 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มตะวันมีสมาชิก 24 คน และกลุ่มจันทร์มีสมาชิก 32 คน แต่ละกลุ่มได้รับกล้าไม้โกงกางจากผู้นำชุมชนจำนวนเท่ากัน โดยสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มเดียวกันได้รับกล้าไม้จำนวนเท่ากัน ผู้นำชุมชนจะต้องแจกกล้าไม้โกงกางให้แต่ละกลุ่มอย่างน้อยที่สุดกี่ต้น และสมาชิกของแต่ละกลุ่มได้รับกล้าไม้โกงกางคนละกี่ต้น
- 3 สถานีขนส่งผู้โดยสารแห่งหนึ่ง มีรถตู้เดินทางไปตลาดโรงเกลือ จ.สระแก้ว 3 เส้นทาง ดังนี้ เส้นทางที่ 1 รถออกทุก ๆ 50 นาที เส้นทางที่ 2 รถออกทุก ๆ 30 นาที เส้นทางที่ 3 รถออกทุก ๆ 45 นาที โดยรถตู้ทั้งสามเส้นทางออกเดินทางพร้อมกันเวลา 03.00 น. รถตู้ทั้งสามเส้นทางจะออกเดินทางพร้อมกันครั้งต่อไปในเวลาใด
- 4 พื้นห้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 320 เซนติเมตร และยาว 400 เซนติเมตร เอ็มต้องการปูพื้นห้องด้วยกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเดียวกัน โดยใช้กระเบื้องจำนวนน้อยที่สุด เอ็มจะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น และกระเบื้องแต่ละแผ่นมีขนาดเท่าใด
- 5 พ้อมีที่ดินเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 56 เมตร และยาว 80 เมตร และมีรั้วล้อมรอบทั้งสี่ด้าน ดังรูป



ถ้าพ้อมต้องการปลูกต้นมะนาว โดยให้ระยะห่างจากต้นมะนาวถึงแนวรั้ว กับระยะห่างระหว่างต้นมะนาว 2 ต้นที่อยู่ติดกันเท่ากัน และให้ห่างกันมากที่สุด พ้อมจะปลูกต้นมะนาวได้อย่างน้อยที่สุดกี่ต้น



แบบฝึกหัด 1.12



ตรวจสอบความเข้าใจ

แสดงวิธีหาคำตอบ

- 1 ออมสินและเพื่อน ๆ มีปลากระป๋อง 42 กระป๋อง นม 63 กล่อง และขนม 84 ซอง ต้องการจัดสิ่งของทั้งหมดใส่ถุงให้ได้จำนวนถุงมากที่สุด โดยแต่ละถุงสิ่งของอย่างเดียวกันต้องมีจำนวนเท่ากัน จะจัดได้มากที่สุดกี่ถุง และแต่ละถุงมีสิ่งของอย่างละเท่าใด
- 2 สวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีระยะทางรอบสวน 1,200 เมตร โดยเฉลี่ยระยะทางรอบสวน 1 รอบ ใช้เวลาเดิน 12 นาที ธารน้ำใช้เวลาเดิน 15 นาที และแก้วใช้เวลาเดิน 20 นาที ถ้าทั้งสามคนออกเดินจากจุดเริ่มต้นพร้อมกันและเดินไปทิศทางเดียวกัน แต่ละคนจะต้องเดินกี่รอบจึงจะมาพบกันที่จุดเริ่มต้นพร้อมกันอีกครั้ง



สิ่งที่ได้เรียนรู้

การหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ ควรใช้ ห.ร.ม หรือ ค.ร.น. เพราะเหตุใด

- 1 บริษัทแห่งหนึ่งต้องการซื้อบัตรอวยพรและซองเพื่อส่งให้กับลูกค้าในวันปีใหม่ ถ้าร้านค้าขายบัตรอวยพรแพ็คเกจละ 12 ใบ และซองแพ็คเกจละ 50 ซอง และเมื่อบริษัทส่งบัตรอวยพรพร้อมซองที่ซื้อมา ให้กับลูกค้าจะหมดพอดี บริษัทจะส่งบัตรอวยพรให้กับลูกค้าได้น้อยที่สุดกี่คน
- 2 ชาวสวนมีต้นมะลิ 45 ต้น ต้นดาวเรือง 81 ต้น และต้นกุหลาบ 63 ต้น



ชาวสวนต้องการนำไม้ดอกแต่ละชนิดปลูกเป็นแถว ๆ ในแปลงที่เตรียมไว้ โดยให้แต่ละแถวเป็นไม้ดอกชนิดเดียวกันและมีจำนวนต้นเท่า ๆ กัน ชาวสวนจะปลูกไม้ดอกได้อย่างน้อยที่สุดกี่แถว



ร่วมคิดร่วมทำ



โรงเรียนแห่งหนึ่งเตรียมซื้ออาหารสำหรับแจกนักเรียนในงานสัปดาห์วิชาการ ซึ่งมีรายการอาหารต่าง ๆ ดังนี้

รายการ		ราคา (บาท)
ไส้กรอก (ถุงละ 20 ชิ้น)		60
ปอเปี๊ยะ (ถุงละ 40 ชิ้น)		189
เกี้ยวซ่า (ถุงละ 30 ชิ้น)		120
ปูอัด (ถุงละ 60 ชิ้น)		135
ปีกไก่ (ถุงละ 24 ชิ้น)		138

จากรายการอาหารดังกล่าว ถ้าโรงเรียนต้องการทำอาหาร 3 อย่าง และซื้อแต่ละอย่างให้มีจำนวนชิ้นเท่า ๆ กัน ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอรายการอาหารโดยเลือกอาหาร 3 อย่างที่ไม่ซ้ำกัน เช่น กลุ่มที่ 1 เลือกไส้กรอก ปอเปี๊ยะ และปูอัด กลุ่มที่ 2 เลือกไส้กรอก เกี้ยวซ่า และปีกไก่ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 1 โรงเรียนจะต้องซื้ออาหารน้อยที่สุดอย่างละกี่ชิ้น และอย่างละกี่ถุง
- 2 โรงเรียนจะต้องเตรียมเงินซื้ออาหารอย่างน้อยที่สุดเท่าใด
- 3 ถ้าโรงเรียนแจกอาหารให้นักเรียนคนละ 1 จาน ซึ่งมีอาหาร 3 อย่าง อย่างละ 1 ชิ้น โรงเรียนจะแจกอาหารให้นักเรียนได้มากที่สุดกี่คน