หนังสือเรียน

รายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่ ๑
ISBN 978-616-576-404-9
จำนวน ๒๗๐,๐๐๐ เล่ม พ.ศ. ๒๕๖๗

จัดจำหน่ายโดย
องค์การค้าของ สกสค. พิมพ์ที่โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว
๒๒๔๙ ถนนลาดพร้าว วังทองหลาง กรุงเทพมหานคร
❖ **มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ**

ประกาศสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
เรื่อง อนุญาตให้ใช้สื่อการเรียนรู้ในสถานศึกษา

ด้วยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑ ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้พิจารณาแล้วอนุญาตให้ใช้ในสถานศึกษาได้

ประกาศ ณ วันที่ ๑๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๗

ว่าที่ร้อยตรี
(ธนุ วงษ์จินดา)
เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีอำนาจหน้าที่ในการพัฒนา หลักสูตร วิธีการเรียนรู้ การประเมินผล การจัดทำหนังสือเรียน แบบฝึกหัด และสื่อการเรียนรู้ทุกประเภทที่ใช้ประกอบการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน

หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑ นี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จัดทำขึ้นตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีการปรับปรุงให้มีความทันสมัย คำนึงถึงการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็น สอดคล้องกับการเรียนรู้ ในศตวรรษที่ ๒๑ เป็นสำคัญ รวมทั้งเน้นด้านการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ และการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาคุณภาพชีวิตของตนเอง

กระทรวงศึกษาธิการหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนบุคคลและหน่วยงานอื่น ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้

ว่าที่ร้อยตรี
(ธนุ วงษ์จินดา)
เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้กับ กระบวนการคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ สสวท. จึงได้จัดทำหนังสือเรียนที่เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตรเพื่อให้โรงเรียนได้ใช้สำหรับจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เล่ม ๑ นี้ ประกอบด้วยบทเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ความคล้าย กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง และสถิติ (๓) เนื้อหาสาระในแต่ละบทเรียนสอดคล้องครบถ้วนตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ในหลักสูตร และสะท้อนภาพความเชื่อมโยงที่คาดหวังระหว่างหลักสูตรแกนกลางกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียน ผู้สอนสามารถใช้หนังสือเรียนเล่มนี้เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ บนพื้นฐานของความเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้ของวัยรุ่น ความเชื่อมั่นในศักยภาพของผู้เรียน ความมุ่งหวังให้ผู้เรียนทุกคนมีความรู้และทักษะที่จำเป็นและเพียงพอกับการดำรงชีวิตในโลกอนาคตที่มีการพัฒนาและเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว มีความพร้อมในการศึกษาต่อระดับที่สูงขึ้น และสนับสนุนให้ผู้เรียนมีสิทธิ์ในการเรียนรู้และให้โอกาสในการเรียนรู้ในบริบทที่ท้าทาย หนังสือเรียนเล่มนี้นำเสนอรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายตามบริบทที่เหมาะสมในแต่ละเนื้อหา เช่น การลงมือปฏิบัติเพื่อสร้างข้อมูลและใช้ข้อมูลดังกล่าวสร้างข้อความคาดการณ์จนเกิดเป็นข้อสรุป การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาอย่างเป็นเหตุเป็นผล เพื่อให้ตอบสนองกับรูปแบบการเรียนรู้ที่แตกต่างกันของผู้เรียน มีการใช้สื่อการเรียนรู้ที่มีความทันสมัย เช่น ซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัต สื่อวัตถุดิจิทัลเสมือนจริง ด้วยมุ่งหวังที่จะกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ให้เปิดรับโอกาสในการเรียนรู้ ช่วยให้ผู้เรียนเห็นภาพและเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ และเข้าถึงแก่นของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีธรรมชาติเป็นนามธรรมได้ในที่สุด โดยยึดหลักการของการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองควบคู่กับการชี้แนะของผู้สอน

ในการจัดทำหนังสือเรียนเล่มนี้ สสวท. ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดียิ่งจากผู้ทรงคุณวุฒิ คณาจารย์ ครูผู้สอน นักวิชาการจากสถาบันและสถานศึกษาทั้งภาครัฐและเอกชน จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้เรียนและผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่ายในการจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้หนังสือเรียนเล่มนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วย จะขอบคุณยิ่ง

(รองศาสตราจารย์ธีระเดช เจียรสุขสกุล)
ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

การสื่อความหมายของรูปภาพและกรอบที่ควรรู้

1 จุดประสงค์ของบทเรียน

ความรู้และทักษะที่นักเรียนควรทำได้เมื่อเรียนจบบทนี้

2 ทบทวนความรู้ก่อนเรียน

ทบทวนเนื้อหาหรือความรู้ก่อนเรียนเพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ ซึ่งจะมีลิงก์ และ QR-code สำหรับเข้าไปทำแบบทดสอบออนไลน์ เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานก่อนเข้าสู่บทเรียน

3 มุมคณิต

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มเติมจากเนื้อหา เพื่อเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

4 ชวนคิด

คำถามเพื่อตรวจสอบความรู้หรือขยายความรู้ จากเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด โดยเน้นให้เกิดการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อขยายความคิดเพิ่มเติม และแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

5 ข้อสังเกต

ข้อมูลหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สังเกตและสรุปได้จากเนื้อหาหรือตัวอย่าง เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต คาดการณ์ และลงข้อสรุป

6 ข้อควรระวัง

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่อาจเข้าใจผิดหรือนำไปใช้โดยไม่ระวัง เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง และย้ำเตือนให้นักเรียนเกิดความรอบคอบในการนำไปใช้

7 กิจกรรม

กิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อฝึกการสังเกต ฝึกการคิด และเพื่อให้เกิดการเรียนรู้หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ ทั้งยังช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

8 คำถามท้ายกิจกรรม

คำถามเพื่อสรุปความรู้ หรือขยายความรู้จากกิจกรรมที่ได้ทำ

9 มุมเทคโนโลยี

ความรู้หรือกิจกรรมที่ใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น เครื่องคิดเลข หรือซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัต เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการใช้เทคโนโลยีในการแก้ปัญหา

10 สื่อเสริม เพิ่มความรู้

ข้อมูลหรือวีดิทัศน์เสริมความรู้ที่เพิ่มเติมจากเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด เพื่อแนะนำแหล่งการเรียนรู้ให้นักเรียนได้ศึกษาเพิ่มเติม

การสื่อความหมายของรูปภาพและกรอบที่ควรรู้

11 เกร็ดน่ารู้

ความรู้ทั่วไปในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับเนื้อหา ตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัด

12 เครื่องคิดเลข

แนะนำให้ใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคำนวณ

13 ซอฟต์แวร์ตารางทำงาน

แนะนำให้ใช้ซอฟต์แวร์ตารางทำงานในการทำกิจกรรม หรือการแก้ปัญหา

14 The Geometer's Sketchpad

แนะนำให้ใช้ซอฟต์แวร์ The Geometer's Sketchpad ในการทำกิจกรรม การสำรวจ หรือการแก้ปัญหา

15 ท้าทาย

แบบฝึกหัดข้อที่มีความยากหรือซับซ้อนมากกว่าตัวอย่างที่มีให้ แต่ยังสามารถใช้เนื้อหาความรู้ที่เรียนมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้

16 ตรวจสอบความเข้าใจ

ตรวจสอบความเข้าใจของตนเองภายหลังจากเรียนจบบทเรียน เพื่อตรวจสอบว่าเนื้อหาใดที่เข้าใจ และเนื้อหาใดต้องทบทวนหรือเรียนรู้เพิ่มเติม

17 สรุปท้ายบท

สรุปเนื้อหาของบทเรียน เพื่อสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในบทเรียนนั้น ๆ

18 กิจกรรมท้ายบท

กิจกรรมท้ายบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ในบทเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่หลากหลาย

19 แบบฝึกหัดท้ายบท

แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้จากหัวข้อต่าง ๆ ในบทเรียนนี้ รวมทั้งบทเรียนก่อนหน้ามาใช้ในการแก้ปัญหา

20 กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงสะเต็ม

กิจกรรมที่เน้นการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยให้นักเรียนได้บูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี หรือกระบวนการออกแบบเชิงวิศวกรรม

21 สื่อ AR (Augmented Reality)

สื่อเสริมการเรียนรู้ดาวน์โหลดแอปพลิเคชัน "AR สสวท. คณิต มัธยม" เพื่อใช้งานได้ที่ http://ipst.me/9075

สารบัญ

บทที่ 1–3

บทที่	เนื้อหา	หน้า
1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	**บทที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**	**10**
	1.1 แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	13
	1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	18
	1.3 การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	22
	1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	33
2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง	**บทที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง**	**48**
	2.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวกและผลต่างของกำลังสาม	51
	2.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม	58
3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	**บทที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**	**66**
	3.1 แนะนำสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	69
	3.2 การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	71
	3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	87

สารบัญ

บทที่ 4–6

บทที่	เนื้อหา	หน้า
4 ความคล้าย	**บทที่ 4 ความคล้าย**	**100**
	4.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	103
	4.2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	120
	4.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	141
5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	**บทที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง**	**156**
	5.1 แนะนำฟังก์ชัน	159
	5.2 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	165
6 สถิติ (3)	**บทที่ 6 สถิติ (3)**	**214**
	6.1 แผนภาพกล่อง	217
	6.2 การอ่านและแปลความหมายจากแผนภาพกล่อง	229
	กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงสะเต็ม	**250**
บรรณานุกรม		253
ภาคผนวก	ดัชนี	254
	บัญชีสัญลักษณ์	256
	คณะผู้จัดทำ	257

บทที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.1 แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
1.3 การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของบทเรียน

เมื่อเรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ

1. เขียนอสมการแทนข้อความที่เกี่ยวกับการไม่เท่ากันของจำนวน
2. แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเขียนกราฟแสดงคำตอบ
3. แก้ปัญหาโดยใช้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

บทที่ 1 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

โดยทั่วไป ผู้ให้บริการอาคารจอดรถจะแจ้งข้อกำหนดในการใช้อัตราเร็วและความสูงของรถยนต์เพื่อความปลอดภัยของผู้ใช้บริการ โดยจะใช้สัญลักษณ์ที่เข้าใจง่ายหรือข้อความที่สั้นกระชับ

จากภาพข้างต้น สามารถสื่อสารให้ผู้ใช้บริการทราบได้ว่า ควรขับรถขึ้นอาคารจอดรถด้วยอัตราเร็วไม่เกิน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และควรตระหนักว่า รถยนต์ที่ขึ้นอาคารจอดรถนี้ได้จะต้องมีความสูงไม่เกิน 2.1 เมตร

ทบทวนความรู้ก่อนเรียน

เครื่องหมายแสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน

- $<$ แสดงความสัมพันธ์ น้อยกว่า
- $>$ แสดงความสัมพันธ์ มากกว่า
- $\neq$ แสดงความสัมพันธ์ ไม่เท่ากับหรือไม่เท่ากัน

สมบัติของการเท่ากัน

- สมบัติสมมาตร

  ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ เมื่อ a และ b แทนจำนวนจริง
- สมบัติถ่ายทอด

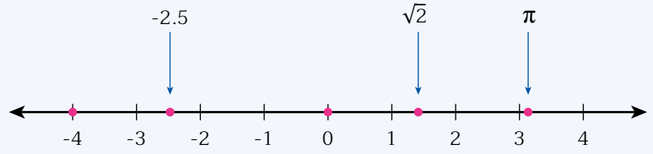
  ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริง
- สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

  ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริง
- สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ

  ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริง

เส้นจำนวน

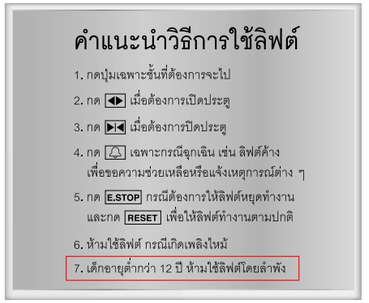
จำนวนจริงทุกจำนวนสามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ และจุดหนึ่งจุดบนเส้นจำนวนจะแทนจำนวนจริงหนึ่งจำนวน ซึ่งอาจเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะก็ได้



นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบความรู้พื้นฐานก่อนเรียนได้ที่ http://ipst.me/10687

1.1 แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในชีวิตประจำวัน เราจะพบเห็นป้ายที่เกี่ยวข้องกับ “การไม่เท่ากัน” อยู่บ่อย ๆ เพื่อการสื่อความหมายที่ตรงกันหรืออาจรวมถึงความปลอดภัยในชีวิตและทรัพย์สิน เราจึงต้องเข้าใจสัญลักษณ์หรือคำอธิบายบนป้ายเหล่านั้น เช่น



ป้ายกำหนดข้อปฏิบัติในการใช้ลิฟต์
ที่ห้ามเด็กอายุต่ำกว่า 12 ปี ใช้ลิฟต์โดยลำพัง

ป้ายจราจรจำกัดความเร็ว
กำหนดให้ผู้ขับขี่ต้องขับรถด้วยอัตราเร็ว
ไม่เกิน 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

สัญลักษณ์ที่ระบุระดับความเหมาะสมของ
รายการโทรทัศน์กับกลุ่มผู้ชมว่า
รายการนี้เหมาะกับผู้ชมอายุ 13 ปีขึ้นไป
ผู้ชมที่มีอายุน้อยกว่า 13 ปี ควรได้รับคำแนะนำ

ดัชนีคุณภาพอากาศ (Air Quality Index: AQI) ของประเทศไทย โดยกรมควบคุมมลพิษ

AQI	สี	ระดับ
0–25		ดีมาก
26–50		ดี
51–100		ปานกลาง
101–200		เริ่มมีผลกระทบต่อสุขภาพ
มากกว่า 200		มีผลกระทบต่อสุขภาพ

ดัชนีคุณภาพอากาศแสดงให้ผู้อ่านทราบว่าคุณภาพอากาศ
เป็นอย่างไร เช่น ถ้าดัชนีมีค่ามากกว่า 200 แสดงว่า
อากาศ ณ ตำแหน่งนั้นมีผลกระทบต่อสุขภาพ
ควรหลีกเลี่ยงการทำกิจกรรมกลางแจ้ง
หรือใช้อุปกรณ์ป้องกันตนเองหากมีความจำเป็น

จากตัวอย่างข้างต้น คำว่า “ต่ำกว่า” “ไม่เกิน” “ขึ้นไป” “น้อยกว่า” และ “มากกว่า” เป็นคำที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน และใช้บ่งบอกปริมาณทั้งหมดที่สอดคล้องกับเงื่อนไข เช่น

ป้ายจราจรที่จำกัดอัตราเร็ว 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่า ผู้ขับขี่สามารถขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าใดก็ได้ เช่น 80, 100 หรือ 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แต่ต้องไม่มากกว่า 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เนื่องจากผิดกฎหมายจราจร และอาจเกิดอุบัติเหตุร้ายแรงจนนำไปสู่การสูญเสียต่อชีวิตและทรัพย์สิน

ในทางคณิตศาสตร์ จะใช้สัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันดังนี้

เครื่องหมาย “น้อยกว่า” ใช้สัญลักษณ์ $<$ แทนความสัมพันธ์ น้อยกว่า

เครื่องหมาย “มากกว่า” ใช้สัญลักษณ์ $>$ แทนความสัมพันธ์ มากกว่า

เครื่องหมาย “ไม่เท่ากับ” ใช้สัญลักษณ์ $\neq$ แทนความสัมพันธ์ ไม่เท่ากับ

เครื่องหมาย “น้อยกว่าหรือเท่ากับ” ใช้สัญลักษณ์ $\leq$ แทนความสัมพันธ์ น้อยกว่าหรือเท่ากับ

เครื่องหมาย “มากกว่าหรือเท่ากับ” ใช้สัญลักษณ์ $\geq$ แทนความสัมพันธ์ มากกว่าหรือเท่ากับ

เกร็ดน่ารู้

การใช้เครื่องหมาย $<$ และ $>$ ปรากฏครั้งแรกในหนังสือ Artis Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraics Resolvendas (The Analytical Art Applied to Solving Algebraic Equations) โดย Thomas Harriot (ค.ศ. 1560–1621) นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ซึ่งหนังสือเล่มนี้ได้มีการนำออกเผยแพร่ในปี ค.ศ. 1631 หลังจากที่เขาเสียชีวิตแล้ว

ต่อมาในปี ค.ศ. 1731 Pierre Bouguer (ค.ศ. 1698–1758) นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ได้ใช้เครื่องหมาย $\leq$ และ $\geq$ สำหรับเครื่องหมาย $\neq$ Leonhard Euler (ค.ศ. 1707–1783) นักคณิตศาสตร์ชาวสวิส เป็นผู้เผยแพร่เป็นครั้งแรก

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการอ่านและความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ของจำนวน

สัญลักษณ์	คำอ่าน	ความหมาย
$x < 2$	✤ x น้อยกว่า 2	x มีค่าน้อยกว่า 2
		x มีค่าไม่ถึง 2
$x > 2$	✤ x มากกว่า 2	x มีค่ามากกว่า 2
		x มีค่าเกิน 2
$x \neq 2$	✤ x ไม่เท่ากับ 2	จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 2
$x \leq 2$	✤ x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2	$x < 2$ หรือ $x = 2$
		x มีค่าไม่เกิน 2
		x มีค่าไม่มากกว่า 2
		x มีค่าอย่างมาก 2
$x \geq 2$	✤ x มากกว่าหรือเท่ากับ 2	$x > 2$ หรือ $x = 2$
		x มีค่าไม่น้อยกว่า 2
		x มีค่าอย่างน้อย 2
		x มีค่าตั้งแต่ 2 ขึ้นไป
$2 < x < 4$	✤ 2 น้อยกว่า x และ x น้อยกว่า 4 ✤ x มากกว่า 2 และ x น้อยกว่า 4 ✤ x มากกว่า 2 แต่น้อยกว่า 4	$x > 2$ และ $x < 4$
		x มีค่าอยู่ระหว่าง 2 และ 4
$2 \leq x \leq 4$	✤ 2 น้อยกว่าหรือเท่ากับ x และ x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 ✤ x มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และ x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 ✤ x มากกว่าหรือเท่ากับ 2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4	$x \geq 2$ และ $x \leq 4$
		x มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 4
		x มีค่าตั้งแต่ 2 แต่ไม่เกิน 4

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ผลบวกของสามกับแปดน้อยกว่าสิบสอง
2. จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสิบห้า
3. ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าเก้า
4. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสามไม่น้อยกว่าสิบ
5. เศษสี่ส่วนห้าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับแปดไม่เท่ากับสอง
6. สองเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เกินหก

มุมคณิต

นอกจากเครื่องหมายแสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันที่แนะนำข้างต้นแล้ว เราอาจพบเครื่องหมายแสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันแบบอื่น ๆ อีก เช่น

- $\not<$ แทนความสัมพันธ์ “ไม่น้อยกว่า”
- $\not\leq$ แทนความสัมพันธ์ “ไม่น้อยกว่าและไม่เท่ากับ”

ข้อความข้างต้นนี้ แสดงความสัมพันธ์ของจำนวน เมื่อให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง เราจะเขียนข้อความเหล่านั้นเป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. $3 + 8 < 12$
2. $x > 15$
3. $5x < 9$
4. $x + 3 \geq 10$
5. $\frac{4}{5}(x + 8) \neq 2$
6. $2(x - 4) \leq 6$ หรือ $2(4 - x) \leq 6$

ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันข้างต้น เป็นตัวอย่างของอสมการ

> **อสมการ (inequality)** เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์

ในอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ ถ้าอสมการมีตัวแปร ตัวแปรนั้นจะแทนจำนวน ในกรณีที่ไม่ระบุเงื่อนไขของตัวแปร ให้ถือว่าตัวแปรนั้นแทนจำนวนจริงใด ๆ

จากอสมการในข้อ 1 ถึงข้อ 6 ข้างต้น อสมการในข้อ 1 เป็นตัวอย่างของอสมการที่ไม่มีตัวแปร ส่วนอสมการในข้อ 2 ถึงข้อ 6 เป็นตัวอย่างของอสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 อสมการที่มีตัวแปรดังกล่าวนี้เป็นตัวอย่างของ**อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (linear inequality with one variable)**

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแต่ละข้อความต่อไปนี้ (ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง)
   1) สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เกิน 18
   2) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 7 ไม่ถึง 25
   3) ผลบวกของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6 ไม่น้อยกว่า 20
   4) เศษเจ็ดส่วนสิบห้าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เท่ากับ 105
   5) เศษสามส่วนสี่ของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 2 มากกว่า 40
   6) ห้าเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6 น้อยกว่า 30
   7) ผลบวกของสามในสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 8 ไม่เกิน 15
   8) สองเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 4 น้อยกว่าห้าเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนนั้นกับ 8

2. ในการใช้ถนนบางแห่งจะมีป้ายจราจรกำหนดว่า รถที่สามารถผ่านถนนเส้นนี้ได้จะต้องมีน้ำหนักของรถรวมกับน้ำหนักบรรทุกไม่เกินน้ำหนักที่แสดงบนป้าย

อิสระต้องขับรถบรรทุกหกล้อที่มีน้ำหนักของรถ 6 ตัน ไปส่งผลไม้ที่ตลาดผลไม้โดยผ่านสะพานข้ามคลองแห่งหนึ่งที่มีป้ายกำหนดน้ำหนักไว้ก่อนขึ้นสะพาน ดังรูป และมีผลไม้ที่ต้องนำไปส่งตามรายการดังนี้

ทุเรียนหมอนทอง	3 ตัน 300 กิโลกรัม
เงาะโรงเรียน	1 ตัน 800 กิโลกรัม
กระท้อนปุยฝ้าย	2 ตัน 500 กิโลกรัม
ลิ้นจี่จักรพรรดิ	1 ตัน 700 กิโลกรัม
ขนุนไพศาลทักษิณ	2 ตัน 200 กิโลกรัม
มะม่วงโชคอนันต์	1 ตัน 800 กิโลกรัม
ลำไยสีชมพู	2 ตัน 400 กิโลกรัม
ส้มโอขาวแตงกวา	1 ตัน 750 กิโลกรัม

อิสระจะต้องขับรถบรรทุกหกล้อคันนี้ไปส่งผลไม้อย่างน้อยกี่รอบ แต่ละรอบบรรทุกผลไม้ชนิดใดบ้าง และคิดเป็นน้ำหนักเท่าไร โดยแต่ละรอบจะต้องบรรทุกผลไม้ชนิดเดียวกันไปพร้อมกันทั้งหมด

เกร็ดน่ารู้

ป้ายจราจรที่เราพบเห็นโดยทั่วไป สามารถแบ่งประเภทตามลักษณะการใช้งานได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่

1. ป้ายบังคับ ใช้เพื่อการบังคับ ห้าม หรือจำกัดบางประการ เช่น

2. ป้ายเตือน ใช้เพื่อเตือนผู้ขับขี่ยวดยานให้ระมัดระวังสภาพเส้นทางที่อาจเกิดอันตราย เช่น

3. ป้ายแนะนำ ใช้เพื่อแนะนำข้อมูลการเดินทางกับผู้ขับขี่ยวดยานให้ไปสู่จุดหมายปลายทางได้อย่างถูกต้อง สะดวก และปลอดภัย เช่น

1.2 คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื่องจากอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ สำหรับอสมการที่ไม่มีตัวแปร เราสามารถบอกได้ว่า อสมการนั้นเป็นอสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

เช่น $2 < 5$ เป็นอสมการที่เป็นจริง

$7 > 10$ เป็นอสมการที่ไม่เป็นจริง

ส่วนอสมการที่มีตัวแปรนั้น เรายังไม่สามารถบอกได้เสมอไปว่า เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง เช่น อสมการ $x - 2 < 5$ เรายังบอกไม่ได้ว่า อสมการนี้เป็นอสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง เพราะขึ้นอยู่กับค่าของ x

- ถ้าแทน x ด้วย 5 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $3 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่เป็นจริง
- ถ้าแทน x ด้วย 6 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $4 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่เป็นจริง
- ถ้าแทน x ด้วย 7 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $5 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่ไม่เป็นจริง
- ถ้าแทน x ด้วย 8 ในอสมการ $x - 2 < 5$ จะได้ $6 < 5$ ซึ่งเป็นอสมการที่ไม่เป็นจริง

จำนวนที่แทน x ในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง เรียกว่า **คำตอบของอสมการ**

> **คำตอบของอสมการ (solution of an inequality)** คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อาจมีคำตอบได้หลายลักษณะ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของอสมการ $x \geq -3$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -3 ในอสมการ $x \geq -3$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $x \geq -3$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -3

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของอสมการ $a \neq 25$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน a ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 25 ในอสมการ $a \neq 25$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $a \neq 25$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 25

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของอสมการ $m + 1 < m + 2$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน m ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในอสมการ $m + 1 < m + 2$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $m + 1 < m + 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของอสมการ $z + 5 < z$

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดแทน z ในอสมการ $z + 5 < z$ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

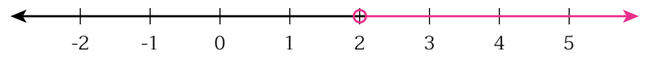
ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของอสมการ $z + 5 < z$

ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นถึงอสมการ 3 แบบ ตามลักษณะคำตอบดังนี้

1. อสมการที่มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2
2. อสมการที่มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 3
3. อสมการที่ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ เช่น อสมการในตัวอย่างที่ 4

คำตอบทั้งหมดของอสมการ อาจแสดงให้เห็นได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน ดังตัวอย่าง

1. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m > 2$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 2 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $m > 2$

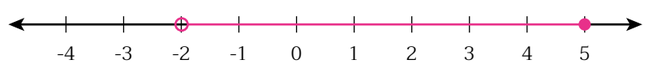
เนื่องจาก 2 ไม่ใช่คำตอบ จะเขียนวงกลมโปร่ง (○) ล้อมรอบจุดที่แทน 2 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน 2

2. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $w \leq 3$ เป็นดังนี้

กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $w \leq 3$

เนื่องจาก 3 เป็นคำตอบด้วย จะเขียนวงกลมทึบ (●) ทับจุดที่แทน 3 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 3

3. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $-2 < x \leq 5$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $-2 < x \leq 5$

เนื่องจาก -2 ไม่ใช่คำตอบ จะเขียนวงกลมโปร่งล้อมรอบจุดที่แทน -2 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน -2 และเนื่องจาก 5 เป็นคำตอบด้วย จะเขียนวงกลมทึบทับจุดที่แทน 5 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน 5

4. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $y \neq -1$ เป็นดังนี้

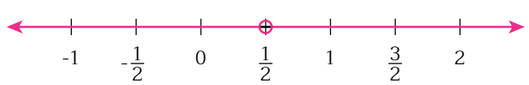
กราฟข้างต้นแสดงจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -1 ซึ่งเป็นคำตอบของอสมการ $y \neq -1$
เนื่องจาก -1 ไม่ใช่คำตอบ จะเขียนวงกลมโปร่งล้อมรอบจุดที่แทน -1 ไว้ เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน -1

ตัวอย่างที่ 5 จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1) $x \geq -20$
2) $y \neq \frac{1}{2}$

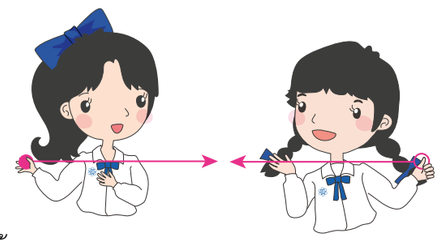
วิธีทำ 1) คำตอบของอสมการ $x \geq -20$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -20
กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \geq -20$ เป็นดังนี้

2) คำตอบของอสมการ $y \neq \frac{1}{2}$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ $\frac{1}{2}$
กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $y \neq \frac{1}{2}$ เป็นดังนี้



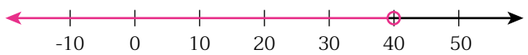
ชวนคิด 1.1

กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \leq 5$ เมื่อ x เป็นจำนวนเต็มบวก แสดงได้อย่างไร



ตัวอย่างที่ 6 จงหาว่ากราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้แสดงจำนวนใดบ้าง

1)

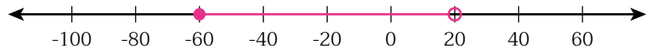


ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 40

2)

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -5

3)



ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -60 แต่น้อยกว่า 20

แบบฝึกหัด 1.2

1. จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $x \geq 18$
2) $a < -3$
3) $n \leq 12$
4) $x \neq 20$
5) $-9 < x < 9$
6) $18 \leq x < 24$

2. จงหาว่ากราฟแสดงคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้แสดงจำนวนใดบ้าง

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

3. กำหนดให้ $x \geq 20\frac{2}{3}$ จงหาค่า x ที่น้อยที่สุด

1) เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม
2) เมื่อ x เป็นจำนวนคู่
3) เมื่อ x เป็นจำนวนเฉพาะ
4) เมื่อ x เป็นจำนวนคี่
5) เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

ชวนคิด 1.2

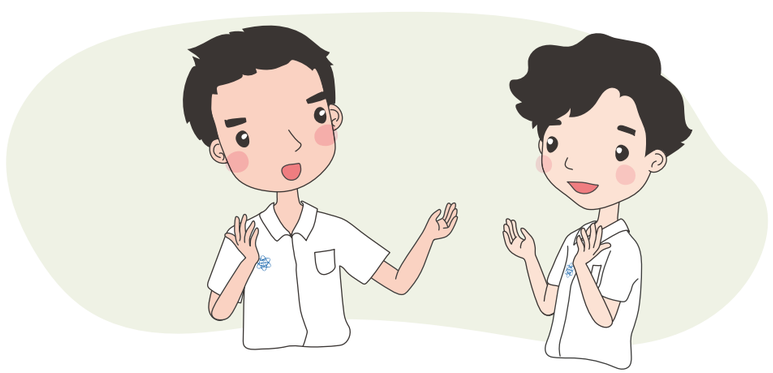
ค่า x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการ $-10 \leq x < 10$ มีกี่จำนวน

4. กำหนดให้ $-10 \leq x < 10$

1) จงหาค่า x ที่น้อยที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม
2) จงหาค่า x ที่มากที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม
3) จงหาค่า x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการที่กำหนดให้ เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม

1.3 การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้อสมการ คือ การหาคำตอบทั้งหมดของอสมการ ที่ผ่านมานักเรียนอาจแก้อสมการโดยการลองแทนค่าตัวแปรในอสมการ ในทางปฏิบัติอาจทำไม่ได้หรือไม่สะดวกเมื่ออสมการมีความซับซ้อน เช่น เมื่อต้องการแก้อสมการ $\frac{3x-5}{2} < 8$ นักเรียนจะพบว่าเป็นการยากที่จะหาคำตอบทั้งหมดของอสมการนี้โดยการลองแทนค่าตัวแปร เพื่อความรวดเร็วในการแก้อสมการ เราจะใช้**สมบัติของการไม่เท่ากัน (properties of inequality)** ในการหาคำตอบ เช่น สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน



เพื่อให้เข้าใจสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันต่อไปนี้

กิจกรรม : สำรวจสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

1. จากอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ในตารางต่อไปนี้ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

อสมการที่กำหนดให้	บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนต่อไปนี้	อสมการใหม่	อสมการใหม่	
			เป็นจริง	ไม่เป็นจริง
$2 < 6$	4	..... <		
$2 < 6$	-4	..... <		
$\pi < 2\pi$	π	..... <		
$\pi < 2\pi$	$-\pi$	..... <		
$-1 < 4$	5	..... <		
$-1 < 4$	-5	..... <		
$-4 < -2$	2.5	..... <		
$-4 < -2$	-2.5	..... <		

2. จากตารางในข้อ 1 ให้นักเรียนสังเกตและสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากัน เมื่อบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มุมเทคโนโลยี

นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ GSP เพื่อสำรวจเพิ่มเติมเกี่ยวกับการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการ ได้ที่ http://ipst.me/10689

จากกิจกรรม : สำรวจสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน จะเห็นว่า ถ้านำจำนวนใด ๆ มาบวกทั้งสองข้างของอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ แล้วอสมการใหม่ที่ได้ยังเป็นจริง นั่นคือ เมื่อนำจำนวนใด ๆ มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ เครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากันในอสมการนั้นจะยังคงเดิม ซึ่งเป็นไปตาม**สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน (additive property of inequality)** ดังนี้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$

ข้อสังเกต

จำนวนที่นำมาบวกทั้งสองข้างของอสมการ อาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบก็ได้

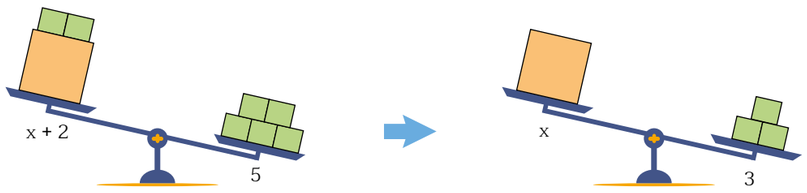
ในกรณีที่บวกด้วยจำนวนลบใด มีความหมายเหมือนกับนำจำนวนบวกที่เป็นจำนวนตรงข้ามของจำนวนลบนั้นมาลบออกจากจำนวนทั้งสองข้างของอสมการ เช่น

ถ้า $a < b$ แล้ว $a + (-8) < b + (-8)$
จะได้ $a - 8 < b - 8$

เช่น ถ้า $10 < 20$ แล้ว จะได้ $10 + 5 < 20 + 5$, $15 < 25$

ถ้า $a \leq -8$ แล้ว จะได้ $a + (-4) \leq -8 + (-4)$, $a - 4 \leq -12$

ถ้า $x + 2 < 5$ แล้ว $(x + 2) + (-2) < 5 + (-2)$
หรือ $(x + 2) - 2 < 5 - 2$
จะได้ $x < 3$



เนื่องจาก $a < b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b > a$
และ $a \leq b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b \geq a$
ดังนั้น สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันจึงเป็นจริงสำหรับกรณี $a > b$ และ $a \geq b$ ด้วยดังนี้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

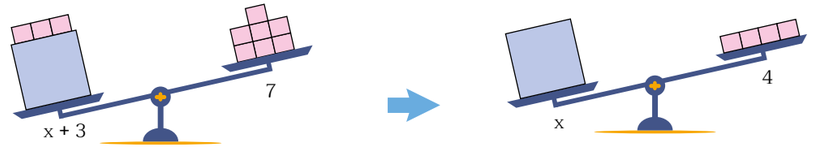
ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
2. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

เช่น ถ้า $-4 > -9$ แล้ว จะได้ $-4 + 10 > -9 + 10$, $6 > 1$

ถ้า $a \geq 4$ แล้ว จะได้ $a + (-8) \geq 4 + (-8)$, $a - 8 \geq -4$

ถ้า $x + 3 > 7$ แล้ว หรือ จะได้ $x + 3 + (-3) > 7 + (-3)$, $x + 3 - 3 > 7 - 3$, $x > 4$



พิจารณาการใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันในการแก้อสมการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1

$x - 4 < 20$
นำ 4 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $x - 4 + 4 < 20 + 4$
ดังนั้น $x < 24$

2

$x + 8 > 15$
นำ -8 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $x + 8 + (-8) > 15 + (-8)$
ดังนั้น $x > 7$

3

$30 + x \leq 12$
นำ -30 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $30 + x + (-30) \leq 12 + (-30)$
ดังนั้น $x \leq -18$

4

$x - 12 \geq -4$
นำ 12 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ
จะได้ $x - 12 + 12 \geq -4 + 12$
ดังนั้น $x \geq 8$

จากตัวอย่างข้างต้น เราใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ทำให้อสมการสุดท้ายอยู่ในรูป $x < c$, $x > c$, $x \leq c$ หรือ $x \geq c$ ซึ่งคำตอบทุกคำตอบของอสมการสุดท้ายจะเป็นคำตอบของอสมการแรก และคำตอบทุกคำตอบของอสมการแรกจะเป็นคำตอบของอสมการสุดท้าย ในกรณีนี้เรากล่าวว่า อสมการแรกและอสมการสุดท้าย**สมมูล (equivalent)** กัน และเมื่อสามารถหาอสมการที่สมมูลกับอสมการที่ต้องการหาคำตอบโดยมีการคำนวณในแต่ละขั้นตอนถูกต้องแล้วก็ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบ

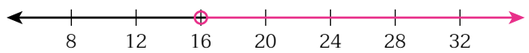
จากตัวอย่างข้างต้นจะได้อสมการที่สมมูลกันดังนี้

$x - 4 < 20$ สมมูลกับ $x < 24$
$x + 8 > 15$ สมมูลกับ $x > 7$
$30 + x \leq 12$ สมมูลกับ $x \leq -18$
$x - 12 \geq -4$ สมมูลกับ $x \geq 8$

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้อสมการ $x - 14 > 2$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ
จาก $x - 14 > 2$
จะได้ $x - 14 + 14 > 2 + 14$ (บวกด้วย 14 ทั้งสองข้างของอสมการ)
ดังนั้น $x > 16$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $x - 14 > 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 16 และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 จงแก้อสมการ $7 + x \leq 20$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ
จาก $7 + x \leq 20$
จะได้ $x \leq 20 - 7$ (บวกด้วย -7 ทั้งสองข้างของอสมการ)
ดังนั้น $x \leq 13$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $7 + x \leq 20$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 13 และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้

อสมการบางอสมการไม่สามารถใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันเพียงอย่างเดียวในการหาคำตอบ เช่น $8x + 10 > 24$ ในกรณีเช่นนี้ต้องใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันด้วย จึงจะสามารถหาคำตอบได้

เพื่อให้เข้าใจสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันต่อไปนี้

กิจกรรม : สำรวจสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

1. จากอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ในตารางต่อไปนี้ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

อสมการที่กำหนดให้	คูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนต่อไปนี้	อสมการใหม่	อสมการใหม่	
			เป็นจริง	ไม่เป็นจริง
$2 < 6$	4	..... <		
$2 < 6$	-4	..... <		
$\pi < 2\pi$	π	..... <		
$\pi < 2\pi$	$-\pi$	..... <		
$-1 < 4$	5	..... <		
$-1 < 4$	-5	..... <		
$-4 < -2$	2.5	..... <		
$-4 < -2$	-2.5	..... <		

2. จากตารางในข้อ 1 ให้นักเรียนเขียนสิ่งที่สังเกตได้จากการนำจำนวนที่เท่ากันมาคูณทั้งสองข้างของอสมการที่กำหนดให้

.....
.....
.....

มุมเทคโนโลยี

นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ GSP เพื่อสำรวจเพิ่มเติมเกี่ยวกับการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการ ได้ที่ http://ipst.me/10690

3. จากข้อสังเกตในข้อ 2 จะเขียนอสมการใหม่ที่ไม่เป็นจริงให้ได้เป็นอสมการที่เป็นจริง ได้อย่างไร

.....
.....
.....

4. จากข้อ 1–3 ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากัน เมื่อคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการ

.....
.....
.....

จากกิจกรรม : สำรวจสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน จะเห็นว่า ถ้านำจำนวนบวกใด ๆ มาคูณทั้งสองข้างของอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ อสมการใหม่ที่ได้ยังเป็นจริง นั่นคือ เมื่อนำจำนวนบวกใด ๆ มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ เครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากันในอสมการนั้นจะยังคงเดิม แต่ถ้านำจำนวนลบใด ๆ มาคูณทั้งสองข้างของอสมการที่เป็นจริงที่กำหนดให้ อสมการใหม่ที่ได้จะไม่เป็นจริง ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากันจึงจะได้อสมการที่เป็นจริง ซึ่งเป็นไปตาม**สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน (multiplicative property of inequality)** ดังนี้

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$
2. ถ้า $a \le b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \le bc$
3. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$
4. ถ้า $a \le b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \ge bc$

เช่น

ถ้า	$5 < 7$	แล้ว	5×2	$< 7 \times 2$
		จะได้	10	< 14
ถ้า	$a \le 15$	แล้ว	$a \times 3$	$\le 15 \times 3$
		จะได้	$3a$	≤ 45
ถ้า	$20 < 30$	แล้ว	$20 \times (-4)$	$> 30 \times (-4)$
		จะได้	-80	> -120
ถ้า	$y \le -5$	แล้ว	$y \times (-7)$	$\ge -5 \times (-7)$
		จะได้	$-7y$	≥ 35
ถ้า	$3m < 9$	แล้ว	$3m \times \frac{1}{3}$	$< 9 \times \frac{1}{3}$
		หรือ	$\frac{3m}{3}$	$< \frac{9}{3}$
		จะได้	m	< 3

ข้อสังเกต

ในกรณีที่คูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยส่วนกลับของจำนวนเต็ม มีความหมายเหมือนกับนำจำนวนเต็มนั้นมาหารจำนวนทั้งสองข้างของอสมการ เช่น

ถ้า $a < b$ แล้ว $a \times \frac{1}{8} < b \times \frac{1}{8}$

จะได้ $\frac{a}{8} < \frac{b}{8}$

เนื่องจาก $a < b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b > a$

และ $a \le b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b \ge a$

ดังนั้น สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันจึงเป็นจริงสำหรับกรณีที่ $a > b$ และ $a \ge b$ ด้วยดังนี้

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$
2. ถ้า $a \ge b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \ge bc$
3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac < bc$
4. ถ้า $a \ge b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \le bc$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้อสมการ $3x - 6 > -18$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

จาก $3x - 6 > -18$

จะได้ $3x - 6 + 6 > -18 + 6$ (บวกด้วย 6 ทั้งสองข้างของอสมการ)

ดังนั้น $3x > -12$

จะได้ $\frac{1}{3} \times (3x) > \frac{1}{3} \times (-12)$ (คูณด้วย $\frac{1}{3}$ ทั้งสองข้างของอสมการ)

ดังนั้น $x > -4$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $3x - 6 > -18$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า -4

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้อสมการ $7 - 3x > 3x + 37$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

จาก $7 - 3x > 3x + 37$

จะได้ $-3x > 3x + 30$

$-6x > 30$ (คูณด้วยจำนวนลบ ต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย > เป็น <)

ดังนั้น $x < -5$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $7 - 3x > 3x + 37$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า -5

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้อสมการ $5(x + 4) \le 6(2x - 6)$

วิธีทำ

จาก $5(x + 4) \le 6(2x - 6)$

จะได้ $5x + 20 \le 12x - 36$

$5x \le 12x - 56$

$-7x \le -56$ (คูณด้วยจำนวนลบ ต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย ≤ เป็น ≥)

ดังนั้น $x \ge 8$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $5(x + 4) \le 6(2x - 6)$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 8

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้อสมการ $\frac{2x + 5}{4} \ge 3x + 2$

วิธีทำ

จาก $\frac{2x + 5}{4} \ge 3x + 2$

จะได้ $2x + 5 \ge 12x + 8$

$-3 \ge 10x$

ดังนั้น $-\frac{3}{10} \ge x$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $\frac{2x + 5}{4} \ge 3x + 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $-\frac{3}{10}$

สำหรับการแก้อสมการที่มีเครื่องหมาย $\neq$ เช่น $x - 6 \neq 28$ และ $7x + 4 \neq 25$ เราจะไม่ใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน แต่จะใช้การแก้สมการเพื่อหาคำตอบ ซึ่งเมื่อได้คำตอบของสมการแล้วจะทำให้ได้คำตอบของอสมการที่มีเครื่องหมาย $\neq$ เป็นจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้นจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการนั้น

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้อสมการ $x + 15 \neq 36$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ พิจารณาการแก้สมการ $x + 15 = 36$

จาก $x + 15 = 36$

จะได้ $x = 21$

ดังนั้น 21 เป็นคำตอบของสมการ $x + 15 = 36$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $x + 15 \neq 36$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 21

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้

ข้าวหอมจ๊ะ เราจะหาคำตอบของอสมการในตัวอย่างที่ 7 โดยใช้วิธีอื่นได้หรือเปล่าจ๊ะ

แล้วเราจะใช้สมบัติของการไม่เท่ากันนี้ยังไงเหรอ

เราใช้สมบัติของการไม่เท่ากันในการหาคำตอบได้จ๊ะข้าวปั้น แต่เราไม่มีสมบัติของการไม่เท่ากันของความสัมพันธ์ไม่เท่ากับ ($\neq$) เราจึงต้องใช้สมบัติของการไม่เท่ากันของความสัมพันธ์น้อยกว่า ($<$) กับความสัมพันธ์มากกว่า ($>$) ในการหาคำตอบจ๊ะ

เราก็จะเขียนความสัมพันธ์ $\neq$ ในรูปของความสัมพันธ์ $<$ หรือความสัมพันธ์ $>$ ก่อนจ๊ะ เช่น $x \neq 5$ ก็จะมีความหมายเช่นเดียวกับ $x < 5$ หรือ $x > 5$ ไงล่ะจ๊ะ

อ๋อ...เข้าใจแล้ว จากอสมการ $x + 15 \neq 36$ ก็จะมีความหมายเช่นเดียวกับ $x + 15 < 36$ หรือ $x + 15 > 36$ ก็จะได้ว่า $x < 21$ หรือ $x > 21$ ดังนั้น คำตอบของอสมการนี้ก็คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 21 หรือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 21 ข้าวปั้นคิดถูกหรือเปล่า ข้าวหอม

ถูกแล้วจ้ะ หรือเราจะพูดง่าย ๆ ว่า คำตอบของอสมการนี้ก็คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 21 ซึ่งคำตอบก็จะได้เหมือนกับการพิจารณาจากการแก้สมการจ้ะ

แต่ถ้าเราใช้สมบัติของการไม่เท่ากันหาคำตอบของความสัมพันธ์ $\neq$ อย่าลืมว่าเราต้องพิจารณา 2 กรณีเสมอนะ ข้าวปั้น

อืมมม...ถ้าอย่างนั้น ข้าวปั้นใช้วิธีตามตัวอย่างดีกว่านะ

ตัวอย่างที่ 8 จงแก้อสมการ $\frac{4}{5}x \neq -20$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ พิจารณาการแก้สมการ $\frac{4}{5}x = -20$

จาก $\frac{4}{5}x = -20$

จะได้ $x = -25$

ดังนั้น -25 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{4}{5}x = -20$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $\frac{4}{5}x \neq -20$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -25

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 9 จงแก้อสมการ $\frac{3x+1}{2} \neq \frac{7x-2}{5}$

วิธีทำ จากสมการ $\frac{3x+1}{2} = \frac{7x-2}{5}$

จะได้ $5(3x+1) = 2(7x-2)$

$15x+5 = 14x-4$

$x = -9$

ดังนั้น -9 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{3x+1}{2} = \frac{7x-2}{5}$

นั่นคือ คำตอบของอสมการ $\frac{3x+1}{2} \neq \frac{7x-2}{5}$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -9

ชวนคิด 1.3

ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง ถ้าไม่เป็นจริงให้ยกตัวอย่างค้านมาอย่างน้อย 1 ตัวอย่าง

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$
2. ถ้า $a^2 < b^2$ แล้ว $a < b$
3. ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 - c^2 < b^2 - c^2$
4. ถ้า $a \neq b$ แล้ว $a^2 \neq b^2$

แบบฝึกหัด 1.3

1. จงแก้อสมการต่อไปนี้ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

1) $x + 5 \geq 12$
2) $10 - a > 8$
3) $\frac{c}{2} - 1 \leq 5$
4) $-\frac{x}{3} + 2 < -3$
5) $\frac{x}{4} + 2 \neq 3$
6) $3(m-1) < 18$
7) $\frac{x+1}{2} \geq 7$
8) $\frac{x+1}{8} \neq 14$
9) $b + 4 < 2b - 1$
10) $0.7a \neq 0.3a + 2$
11) $4x - 3 < 6x + 6$
12) $5n - 3 > \frac{1}{3}n + 2$

2. จงแก้อสมการต่อไปนี้

1) $2x - 7 > 45$
2) $-2x - 10 > 5x + 4$
3) $-\frac{2}{3}x \geq x + 5$
4) $\frac{3}{8}x + 2 \neq \frac{3}{2}x + 5$
5) $24x - 4.5 < 15(x + 0.3)$
6) $2(x - 15) \leq -(3x + 5)$
7) $\frac{x+1}{4} \geq 8 - 2x$
8) $\frac{2}{3}(2x+1) \leq \frac{1}{6}(10x - 3)$
9) $3\left(\frac{m-7}{2}\right) \leq -2\left(\frac{m+6}{3}\right)$
10) $2x + 3x \neq 4x + 5x$

1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นักเรียนเคยแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร
ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
ขั้นที่ 3 เขียนอสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
ขั้นที่ 4 แก้อสมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 1 ตุ๊กติ๊กซื้อน้ำดื่มขวดเล็กและขวดกลางมาขายรวม 200 ขวด เป็นเงิน 1,200 บาท ถ้าเขาขายน้ำดื่มขวดเล็กราคาขวดละ 5 บาท ขายน้ำดื่มขวดกลางราคาขวดละ 8 บาท เมื่อขายหมดจะได้กำไรมากกว่า 250 บาท อยากทราบว่าตุ๊กติ๊กซื้อน้ำดื่มขวดเล็กมาขายอย่างมากกี่ขวด

แนวคิด กำไร = ราคาขาย – ต้นทุน

ต้นทุน	ราคาขาย	กำไร
น้ำดื่มขวดเล็กและขวดกลาง รวม 200 ขวด เป็นเงิน 1,200 บาท	x ขวด ขายได้เงิน $5x$ บาท $200 - x$ ขวด ขายได้เงิน $8(200 - x)$ บาท รวมขายได้เงิน $5x + 8(200 - x)$ บาท	กำไร = ราคาขาย – ต้นทุน $= [5x + 8(200 - x)] - 1,200$ บาท

วิธีทำ ให้ ตุ๊กติ๊กซื้อน้ำดื่มขวดเล็กมาขาย x ขวด
จะได้ว่า ตุ๊กติ๊กซื้อน้ำดื่มขวดกลางมาขาย $200 - x$ ขวด
ขายน้ำดื่มขวดเล็ก ขวดละ 5 บาท ได้เงิน $5x$ บาท
ขายน้ำดื่มขวดกลาง ขวดละ 8 บาท ได้เงิน $8(200 - x)$ บาท
ตุ๊กติ๊กซื้อน้ำดื่มมาทั้งหมดเป็นเงิน 1,200 บาท

เนื่องจาก ขายน้ำดื่มทั้งหมดได้กำไรมากกว่า 250 บาท

จะได้อสมการเป็น

$$\begin{aligned}\left[5x + 8(200 - x)\right] - 1{,}200 &> 250\\ 5x + 1{,}600 - 8x - 1{,}200 &> 250\\ -3x + 400 &> 250\\ -3x &> -150\\ x &< 50\end{aligned}$$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนขวดน้ำดื่ม ซึ่งเป็นจำนวนนับ

จะได้ว่า จำนวนนับที่มากที่สุดและน้อยกว่า 50 คือ 49

ดังนั้น ตุ๊กติ๊กซื้อน้ำดื่มขวดเล็กมาขายอย่างมาก 49 ขวด

ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์
ถ้าตุ๊กติ๊กซื้อน้ำดื่มขวดเล็กมาขายอย่างมาก 49 ขวด
จะต้องซื้อน้ำดื่มขวดกลางมาขายอย่างน้อย 200 – 49 = 151 ขวด
ขายน้ำดื่มขวดเล็ก 49 ขวด ขวดละ 5 บาท ได้เงิน 5 × 49 = 245 บาท
ขายน้ำดื่มขวดกลาง 151 ขวด ขวดละ 8 บาท ได้เงิน 8 × 151 = 1,208 บาท
ขายน้ำดื่มทั้งหมดได้เงิน 245 + 1,208 = 1,453 บาท
คิดเป็นกำไร 1,453 – 1,200 = 253 บาท
กำไร 253 บาท มากกว่า 250 บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 2 เพนนีมีเงินสะสมอยู่จำนวนหนึ่ง วันหนึ่งพ่อให้เงินเพนนีเป็นพิเศษ 600 บาท วันรุ่งขึ้นเพนนีซื้ออาหารให้แมวและนกที่เลี้ยงไว้เป็นเงิน 420 บาท เพนนีรู้ว่ายังเหลือเงินอยู่ไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของเงินของเพนนีและเงินที่พ่อให้รวมกัน จงหาว่าเดิมเพนนีมีเงินสะสมอยู่อย่างน้อยกี่บาท

แนวคิด

วิธีทำ ให้ เดิมเพนนีมีเงินสะสมอยู่ x บาท

พ่อให้เงินเพนนี 600 บาท เพนนีจึงมีเงินรวมทั้งสิ้น x + 600 บาท

หลังจากเพนนีซื้ออาหารให้แมวและนก 420 บาท จะเหลือเงิน (x + 600) – 420 บาท

เนื่องจาก เพนนีเหลือเงินอยู่ไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของ x + 600 บาท

จะได้อสมการเป็น

$$\begin{aligned}(x + 600) - 420 &\geq \frac{1}{2}(x + 600)\\ x + 180 &\geq \frac{1}{2}x + 300\\ \frac{1}{2}x &\geq 120\\ x &\geq 240\end{aligned}$$

ไม่น้อยกว่า หมายถึง มากกว่าหรือเท่ากับ

ดังนั้น เดิมเพนนีมีเงินสะสมอยู่อย่างน้อย 240 บาท

ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์
ถ้าเพนนีมีเงินสะสมอยู่อย่างน้อย 240 บาท
เมื่อรวมกับเงินที่พ่อให้ 600 บาท เพนนีจะมีเงินรวมกันอย่างน้อย 240 + 600 = 840 บาท
หลังจากซื้ออาหารให้แมวและนก 420 บาท จะเหลือเงินอีกอย่างน้อย 840 – 420 = 420 บาท
เงิน 420 บาท ไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของ 840 บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 3 สามเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 จำนวนเต็มบวกนั้นเป็นจำนวนใดบ้าง

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเต็มบวกนั้น

สามเท่าของจำนวนเต็มบวกนั้นคือ 3x

เนื่องจาก สามเท่าของจำนวนเต็มบวกนั้นมากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9

จะได้อสมการเป็น $3x - 15 \leq 9$

$3x \leq 24$

จะได้ $x \leq 8$

จำนวนที่ไม่เกิน 9 คือจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 9

และเนื่องจากโจทย์กำหนดให้ สามเท่าของจำนวนเต็มบวกนั้นมากกว่า 15

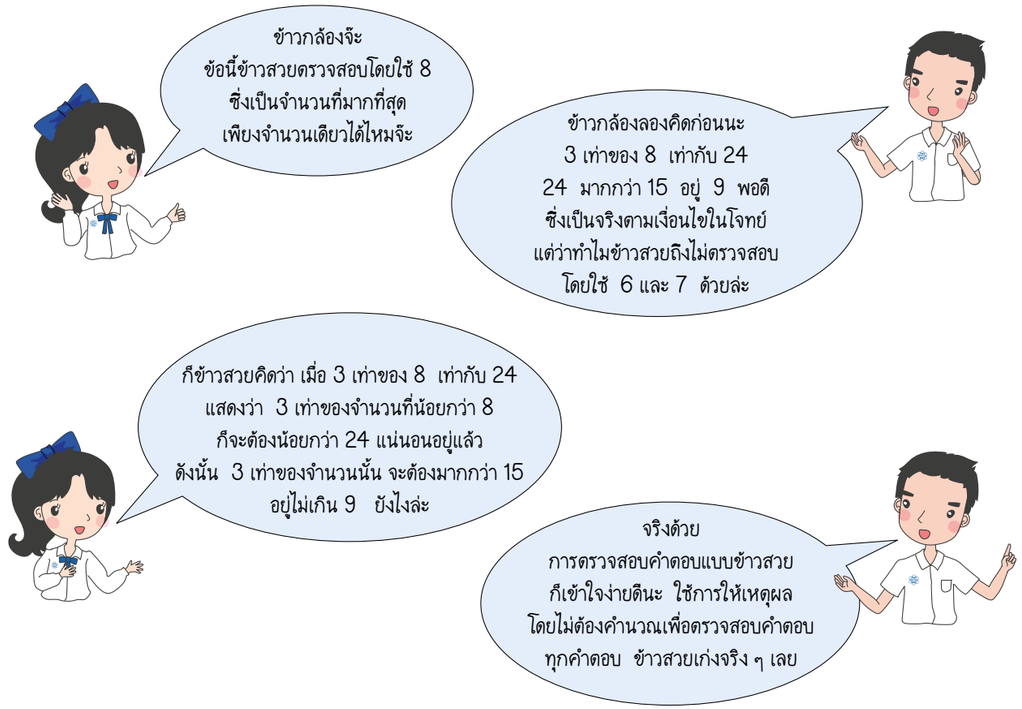
จึงได้อีกอสมการหนึ่งเป็น $3x > 15$

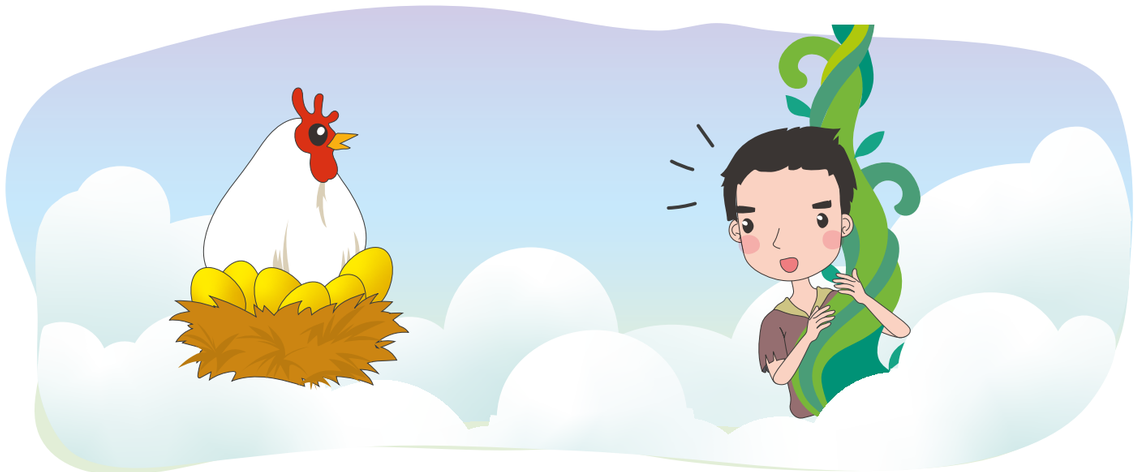
จะได้ $x > 5$

จาก $x \leq 8$ และ $x > 5$ อาจเขียนได้เป็น $5 < x \leq 8$

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกเหล่านั้นคือ 6, 7 และ 8

ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์
ถ้าจำนวนเต็มบวกคือ 6 จะได้ 3 × 6 = 18
และ 18 มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
ถ้าจำนวนเต็มบวกคือ 7 จะได้ 3 × 7 = 21
และ 21 มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์
ถ้าจำนวนเต็มบวกคือ 8 จะได้ 3 × 8 = 24
และ 24 มากกว่า 15 อยู่ไม่เกิน 9 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์





ตัวอย่างที่ 4 ในห้องเรียนห้องหนึ่งอัตราส่วนของน้ำหนักรวมของนักเรียนชายต่อน้ำหนักรวมของนักเรียนหญิงเป็น 3 : 4 ถ้าน้ำหนักรวมของนักเรียนชายเป็น 787.5 กิโลกรัม และน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิงน้อยกว่า 50 กิโลกรัม อยากทราบว่าในห้องนี้มีนักเรียนหญิงอย่างน้อยกี่คน

วิธีทำ ให้ น้ำหนักรวมของนักเรียนหญิง เป็น m กิโลกรัม

น้ำหนักรวมของนักเรียนชาย เป็น 787.5 กิโลกรัม

เนื่องจากอัตราส่วนของน้ำหนักรวมของนักเรียนชายต่อน้ำหนักรวมของนักเรียนหญิง เป็น 3 : 4

จะได้ $\frac{787.5}{m} = \frac{3}{4}$

$m \times 3 = 787.5 \times 4$

$m = 1{,}050$

ดังนั้น น้ำหนักรวมของนักเรียนหญิงเป็น 1,050 กิโลกรัม

เนื่องจาก น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิงน้อยกว่า 50 กิโลกรัม

ให้ ในห้องนี้มีนักเรียนหญิง n คน

จะได้น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิงเท่ากับ $\frac{1{,}050}{n}$ กิโลกรัม

และจะได้อสมการเป็น $\frac{1{,}050}{n} < 50$

$1{,}050 < 50n$

$21 < n$

ดังนั้น ในห้องนี้มีนักเรียนหญิงอย่างน้อย 22 คน

ตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์

ถ้าน้ำหนักรวมของนักเรียนหญิงเป็น 1,050 กิโลกรัม

จะได้อัตราส่วนของน้ำหนักรวมของนักเรียนชายต่อน้ำหนักรวมของนักเรียนหญิง

เป็น 787.5 : 1,050 หรือ 3 : 4 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

และถ้าในห้องนี้มีนักเรียนหญิงอย่างน้อย 22 คน จะทำให้ได้น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิงอย่างมาก $\frac{1{,}050}{22} \approx 47.73$ กิโลกรัม

จะเห็นว่า น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิงน้อยกว่า 50 กิโลกรัม ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

แบบฝึกหัด 1.4

1. มาวินอ่านหนังสือเล่มหนึ่ง วันแรกอ่านได้ $\frac{2}{5}$ ของเล่ม วันต่อมาอ่านได้อีก 25 หน้า รวมสองวันอ่านได้มากกว่าครึ่งเล่ม จงหาว่าหนังสือเล่มนี้มีจำนวนหน้าอย่างมากกี่หน้า

2. ปัญญามีเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทอยู่ในกระป๋องออมสินจำนวนหนึ่ง เมื่อเหรียญเต็มกระป๋อง เขาเทออกมานับพบว่ามีเหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 12 เหรียญ และนับเป็นเงินได้ไม่น้อยกว่า 300 บาท จงหาว่ามีเหรียญห้าบาทอยู่อย่างน้อยกี่เหรียญ

3. ถ้าสองเท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งมากกว่า 20 อยู่ไม่ถึง 6 จำนวนดังกล่าวเป็นจำนวนใดได้บ้าง

4. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีอัตราส่วนของความกว้างต่อความยาวเป็น 3 : 5 และมีความยาวรอบรูปไม่น้อยกว่า 48 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีพื้นที่อย่างน้อยเท่าไร

5. จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ $\frac{1}{3}$ ของผลบวกของจำนวนนั้นกับ 5 แล้วยังน้อยกว่า 7 จงหาว่าจำนวนดังกล่าวเป็นจำนวนใดได้บ้าง ถ้า
   1) จำนวนนั้นเป็นจำนวนนับ
   2) จำนวนนั้นเป็นจำนวนเต็ม

6. อาทิตย์สอบได้คะแนนวิชาวิทยาศาสตร์ครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 และครั้งที่ 3 เป็น 69, 75 และ 72 คะแนน ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน จงหาว่า อาทิตย์จะต้องได้คะแนนสอบครั้งที่ 4 อย่างน้อยเท่าไรจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน จึงจะทำให้คะแนนเฉลี่ยของการสอบทั้งสี่ครั้งเป็น 75 คะแนน ขึ้นไป

7. แม่ค้าต้องการบรรจุมะม่วงใส่ลังไม้ ซึ่งลังเปล่าแต่ละใบหนัก 2.5 กิโลกรัม มะม่วงแต่ละผลมีขนาดใกล้เคียงกัน หนักผลละ 0.3 กิโลกรัม เพื่อเป็นการประหยัดค่าใช้จ่ายในการขนส่งจึงต้องบรรจุมะม่วงให้ได้มากที่สุด แต่ต้องไม่หนักเกินไปจนเป็นปัญหาในการเคลื่อนย้าย จากประสบการณ์แม่ค้าพบว่า ถ้าจะให้คุ้มค่าขนส่งโดยมะม่วงไม่เสียหาย ต้องบรรจุมะม่วงให้แต่ละลังมีน้ำหนักของมะม่วงรวมกับน้ำหนักของลังแล้วไม่น้อยกว่า 19 กิโลกรัม แต่ไม่เกิน 25 กิโลกรัม จงหาว่าแม่ค้าควรบรรจุมะม่วงใส่ลังอย่างน้อยลังละกี่ผล และอย่างมากลังละกี่ผล

เกร็ดน่ารู้

ขนาดของไข่ไก่จะพิจารณาจากน้ำหนักต่อฟอง ขนาดของไข่ไก่ตามมาตรฐานสินค้าเกษตรและอาหารแห่งชาติเป็นไปตามน้ำหนัก ดังนี้

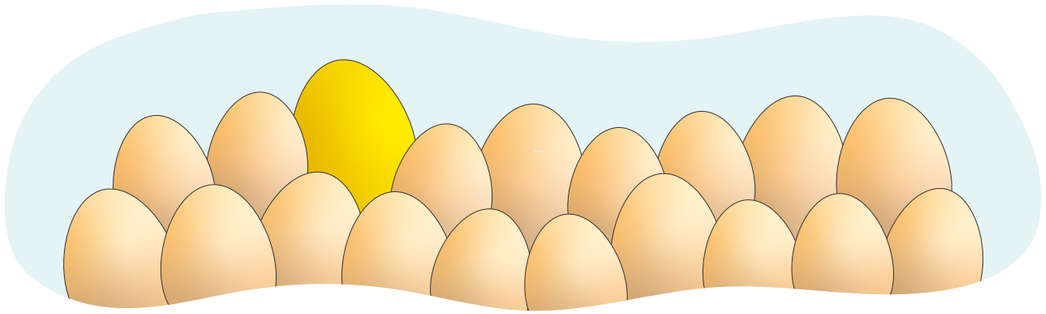
เบอร์	ขนาด	น้ำหนักขั้นต่ำต่อฟอง (กรัม)
0	ไข่ยักษ์ (jumbo)	มากกว่า 70
1	ไข่ใหญ่พิเศษ (extra large)	มากกว่า 65 ถึง 70
2	ใหญ่ (large)	มากกว่า 60 ถึง 65
3	กลาง (medium)	มากกว่า 55 ถึง 60
4	เล็ก (small)	มากกว่า 50 ถึง 55
5	จิ๋ว (pewee)	มากกว่า 45 ถึง 50

ที่มา : www.fti.or.th สืบค้นเมื่อ 14 กุมภาพันธ์ 2562

8. พัดชาซื้อเหมาไข่ไก่มา 1,000 ฟอง เป็นเงิน 3,600 บาท โดยมีไข่ไก่เบอร์ 0 และเบอร์ 1 คละกัน แล้วนำมาขายปลีกโดยขายไข่ไก่เบอร์ 0 ฟองละ 4 บาท และไข่ไก่ เบอร์ 1 ฟองละ 3.50 บาท จงหาว่า
   1) ต้องมีไข่ไก่เบอร์ 0 อย่างน้อยกี่ฟอง พัดชาจึงจะได้กำไร เมื่อขายไข่ไก่ได้ทั้งหมด
   2) ต้องมีไข่ไก่เบอร์ 1 ไม่เกินกี่ฟอง พัดชาจึงจะได้กำไรมากกว่า 325 บาท เมื่อขายไข่ไก่ได้ทั้งหมด

9. นิพิธได้รับเงินจากพ่อเพื่อเป็นค่าใช้จ่ายประจำสัปดาห์ เมื่อสิ้นสัปดาห์เขารวมรายจ่ายแล้วพบว่าได้ใช้เงินไปทั้งสิ้น 420 บาท และฝากธนาคารไว้ 100 บาท เมื่อนับเงินที่เหลือแล้วปรากฏว่าเหลือไม่ถึง 50 บาท จงหาว่านิพิธได้รับเงินจากพ่อเท่าไร

10. จำนวนนักเรียนห้อง ม. 3/1 น้อยกว่าจำนวนนักเรียนห้อง ม. 3/2 อยู่ 6 คน และ $\frac{2}{3}$ ของจำนวนนักเรียนห้อง ม. 3/1 มากกว่า $\frac{1}{2}$ ของจำนวนนักเรียนห้อง ม. 3/2 อยู่ไม่เกิน 5 คน จงหาว่าจำนวนนักเรียนห้อง ม. 3/1 เป็นจำนวนใดได้บ้าง



ตรวจสอบความเข้าใจ

รายการ	สบายมาก	ขอทบทวนอีกนิด
1. การเขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนข้อความที่เกี่ยวกับการไม่เท่ากัน		
2. คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟแสดงคำตอบ		
3. การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		

สรุปท้ายบท

- เครื่องหมายแสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน
  - $<$ แสดงความสัมพันธ์ น้อยกว่า
  - $>$ แสดงความสัมพันธ์ มากกว่า
  - $\neq$ แสดงความสัมพันธ์ ไม่เท่ากับ
  - $\leq$ แสดงความสัมพันธ์ น้อยกว่าหรือเท่ากับ
  - $\geq$ แสดงความสัมพันธ์ มากกว่าหรือเท่ากับ
- **อสมการ** เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์
- อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 เรียกว่า **อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**
- **คำตอบของอสมการ** คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง
- คำตอบทั้งหมดของอสมการ อาจแสดงให้เห็นได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน ด้วยการลากเส้นทึบทับจุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบ และใช้วงกลมโปร่ง (○) หรือวงกลมทึบ (●) ในการแสดงคำตอบด้วย โดยวงกลมโปร่งใช้เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทนจำนวนที่วงกลมล้อมรอบ สำหรับวงกลมทึบใช้เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทนจำนวนที่วงกลมทับ

- สมบัติของการไม่เท่ากัน

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$
3. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
4. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$
2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$
3. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$
4. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \geq bc$
5. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$
6. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$
7. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac < bc$
8. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \leq bc$

- การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย $<$, $>$, $\leq$ หรือ $\geq$ จะใช้สมบัติของการไม่เท่ากันในการหาคำตอบ แต่สำหรับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย $\neq$ จะใช้การแก้สมการเพื่อหาคำตอบ ซึ่งคำตอบของอสมการที่มีเครื่องหมาย $\neq$ เป็นจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้นจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการ
- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกันกับการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีขั้นตอน ดังนี้
  - ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร
  - ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
  - ขั้นที่ 3 เขียนอสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
  - ขั้นที่ 4 แก้อสมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
  - ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

กิจกรรมท้ายบท : Inequality Card Game

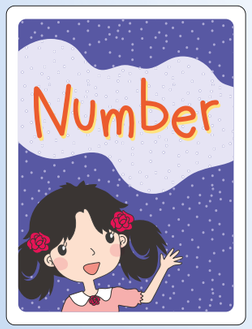
อุปกรณ์

- บัตรคำถาม 30 ใบ
- บัตรคำตอบ 75 ใบ ประกอบไปด้วย
  - บัตรตัวเลข 60 ใบ
  - บัตร number 5 ใบ ใช้แทนจำนวนใดก็ได้
  - บัตร double 5 ใบ ใช้สำหรับสั่งให้ผู้เล่นคนถัดไปลงบัตรตัวเลขหรือบัตร number อย่างน้อยสองใบ
  - บัตร skip 5 ใบ ใช้สำหรับสั่งห้ามผู้เล่นคนถัดไปเล่นในรอบนั้น

ตัวอย่างบัตรคำถาม

ตัวอย่างบัตรตัวเลข

ตัวอย่างบัตร number



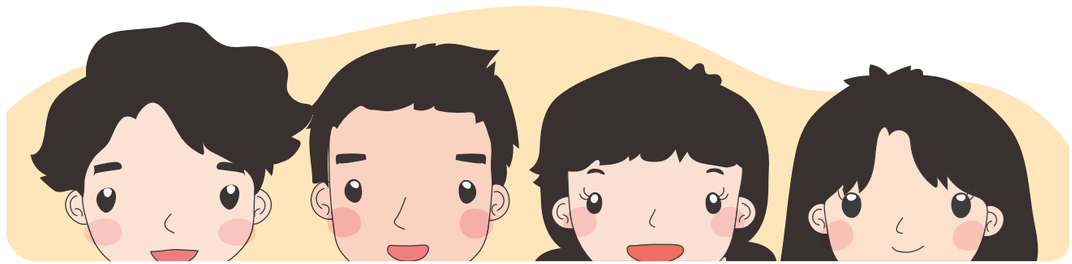
ตัวอย่างบัตร double

ตัวอย่างบัตร skip

นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ของบัตรทั้งหมดได้ที่ http://ipst.me/10691

ขั้นตอนการทำกิจกรรม

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4–5 คน
2. แจกบัตรคำตอบให้ผู้เล่นแต่ละคน คนละ 5 ใบ บัตรที่เหลือแยกวางไว้ แล้วให้นักเรียนเล่นเกมตามกติกาต่อไปนี้
   1) ผู้เล่นคนที่ 1 เปิดบัตรคำถาม 1 ใบ จากกอง จากนั้นเลือกบัตรตัวเลขของตนกี่ใบก็ได้ที่สอดคล้องกับบัตรคำถาม แล้ววางลงให้ผู้เล่นคนอื่น ๆ ดู
   2) ผู้เล่นคนถัดไปวางบัตรตัวเลขของตนกี่ใบก็ได้ที่สอดคล้องกับบัตรคำถามที่ผู้เล่นคนที่ 1 เปิดไว้ ทำเช่นนี้จนผู้เล่นวางบัตรครบทุกคน โดยในการวางบัตรตัวเลขแต่ละครั้ง ผู้เล่นทุกคนต้องช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของบัตรที่วางลงมาด้วย
   3) ในกรณีที่ผู้เล่นไม่สามารถวางบัตรตัวเลขของตนที่สอดคล้องกับบัตรคำถามได้ สามารถใช้บัตร number แทนจำนวนใดก็ได้ และกี่ใบก็ได้ ลงแทนบัตรตัวเลข แต่จะต้องบอกคำตอบที่สอดคล้องกับบัตรคำถาม หรืออาจลงบัตร skip แทน ซึ่งทำให้ผู้เล่นคนถัดไปไม่สามารถเล่นในรอบนั้นได้
   4) ในกรณีที่ผู้เล่นไม่มีบัตรคำตอบใดที่สามารถวางได้ ให้หยิบบัตรคำตอบเพิ่มเติมขึ้นมา 1 ใบ จากกอง มาเก็บไว้ เพื่อใช้ในการเล่นรอบต่อไป
   5) ในกรณีที่ผู้เล่นต้องการวางบัตร double ผู้เล่นนั้นจะต้องวางบัตรตัวเลขหรือบัตร number อย่างน้อย 2 ใบ ที่สอดคล้องกับบัตรคำถามพร้อมกับบัตร double ด้วย และส่งผลให้ผู้เล่นคนถัดไปต้องวางบัตรตัวเลขหรือบัตร number อย่างน้อย 2 ใบ เช่นกัน หากผู้เล่นไม่สามารถวางบัตรได้ ให้ผู้เล่นนั้นหยิบบัตรคำตอบเพิ่มเติมมา 2 ใบจากกอง มาเก็บไว้เพื่อใช้ในการเล่นรอบต่อไป
   6) เมื่อเล่นครบ 1 รอบ แล้ว ให้ผู้เล่นคนถัดไปเป็นคนเปิดบัตรคำถามจากกองเพื่อเริ่มเกมในรอบถัดไป
   7) ในการเล่น ผู้เล่นคนใดไม่มีบัตรเหลืออยู่เป็นคนแรก จะเป็นผู้ชนะ



แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงแก้อสมการต่อไปนี้ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

   1) $3x + 1 \geq 7 + 2x$
   2) $\frac{x}{3} + 1 \leq 3x + 4$
   3) $10x - 9 \geq 12x - 14$
   4) $3 - 3(5 - 2x) > 0$
   5) $11(x - 2) < -x + 2$
   6) $\frac{3}{5}x - 5 \neq \frac{4}{5}x + 2$
   7) $\frac{2}{3}(16 - 5x) < 2x$
   8) $7(x + 3) - 5 \leq 4x + 8$
   9) $\frac{3}{2}(4x - 3) \neq 17x + 2$
   10) $5\left(4x + \frac{3}{5}\right) \geq 17(x - 2) + 4$
   11) $\frac{5(x - 11)}{3} < 2(x - 4) + 1$
   12) $\frac{3x + 2}{2} - 7 \neq x - 8$

2. จำนวนเต็มบวกสองจำนวนต่างกันอยู่ 8 ถ้านำ 3 เท่าของจำนวนน้อยบวกกับจำนวนมาก จะได้ผลบวกมากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68 จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อยคือจำนวนใด

3. ชมขวัญมีเหรียญห้าบาทและเหรียญบาทในกระปุกออมสินที่เก็บไว้คิดเป็นเงิน 110 บาท ปรากฏว่ามีเหรียญมากกว่า 50 เหรียญ แต่ไม่ถึง 60 เหรียญ จงหาว่าเหรียญห้าบาทที่ชมขวัญเก็บไว้มีกี่เหรียญ

4. พละเตรียมเงินไปซื้อของขวัญวันเด็กสำหรับบุตร 2 คน โดยตั้งใจว่าของขวัญสำหรับบุตรชายต้องมีราคาไม่เกิน $\frac{1}{3}$ ของเงินที่เตรียมไป และของขวัญสำหรับบุตรสาวจะแพงกว่าของบุตรชายไม่เกิน 50 บาท เมื่อเขาซื้อของได้เรียบร้อยแล้วปรากฏว่าจ่ายเงินไปไม่เกิน 500 บาท อยากทราบว่า พละเตรียมเงินไปเท่าไร บุตรชายและบุตรสาวได้รับของขวัญมีราคาไม่เกินกี่บาท

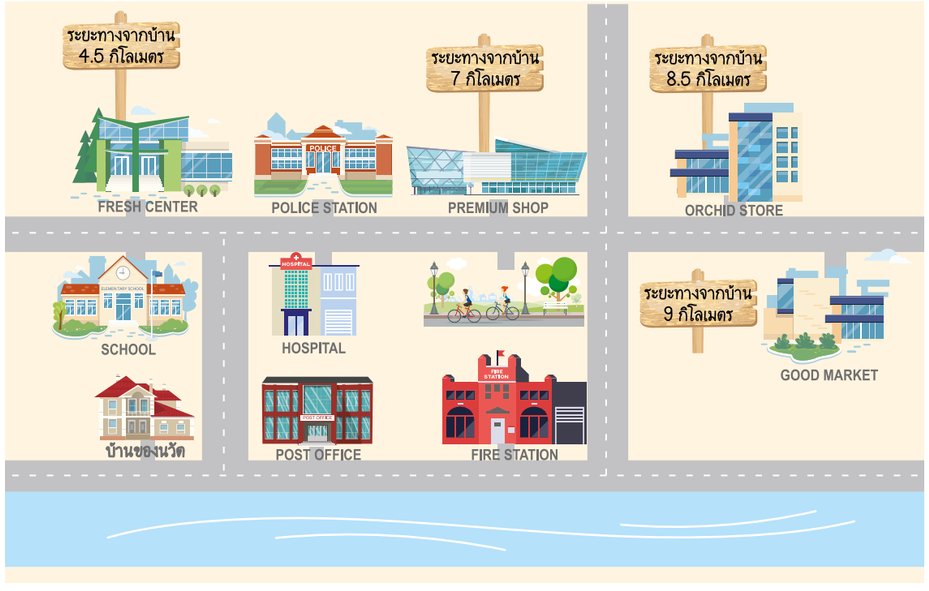
5. ในการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ มีการสอบเก็บคะแนน 3 ครั้ง รวมคะแนนเต็ม 200 คะแนน โดยมีเกณฑ์การประเมินผล ดังนี้

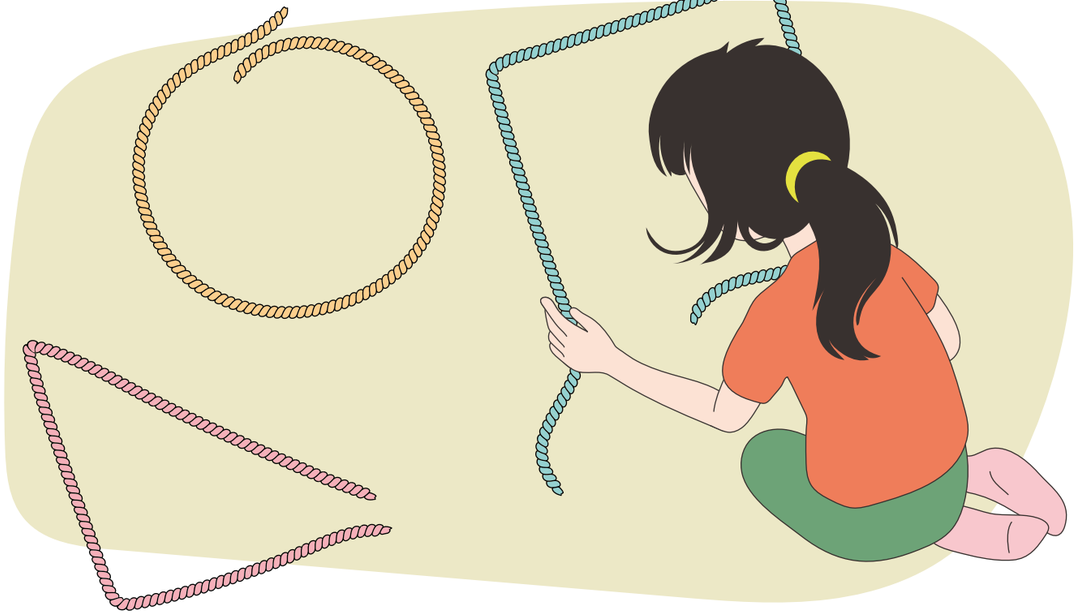
เกณฑ์การประเมินผล	ผลการเรียน
คะแนนตั้งแต่ 80% ขึ้นไป	4.00
คะแนนตั้งแต่ 75% ขึ้นไป แต่ไม่ถึง 80%	3.50
คะแนนตั้งแต่ 70% ขึ้นไป แต่ไม่ถึง 75%	3.00
คะแนนตั้งแต่ 65% ขึ้นไป แต่ไม่ถึง 70%	2.50
คะแนนตั้งแต่ 60% ขึ้นไป แต่ไม่ถึง 65%	2.00
คะแนนตั้งแต่ 55% ขึ้นไป แต่ไม่ถึง 60%	1.50
คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป แต่ไม่ถึง 55%	1.00
คะแนนไม่ถึง 50%	0

ในการสอบ นุ่มนิ่มสอบเก็บคะแนนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 ได้คะแนน 42 และ 40 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน ตามลำดับ จากข้อมูลข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ในการสอบเก็บคะแนนครั้งที่ 3 มีคะแนนเต็ม 100 คะแนน นุ่มนิ่มจะต้องทำคะแนนให้ได้อย่างน้อยกี่คะแนน จึงจะได้ผลการเรียนเป็น 4.00
2) ในการประกาศผลคะแนนสอบในครั้งที่ 2 ปรากฏว่า มีการประกาศผลคะแนนของนุ่มนิ่มสลับกับเพื่อน ทำให้คะแนนของนุ่มนิ่มลดลงจากที่ประกาศ 6 คะแนน นักเรียนคิดว่า นุ่มนิ่มยังสามารถทำคะแนนสอบในครั้งที่ 3 เพื่อให้ได้ผลการเรียนเป็น 4.00 ได้หรือไม่ ถ้าได้ นุ่มนิ่มจะต้องได้คะแนนสอบครั้งที่ 3 อย่างน้อยกี่คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน จึงจะได้ผลการเรียนเป็น 4.00

6. นวัตต้องการขึ้นรถรับจ้างเพื่อไปซื้อของใช้ที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง โดยรถรับจ้างคิดค่าบริการเริ่มต้นที่ 40 บาท และคิดค่าบริการเพิ่มเติมอีกกิโลเมตรละ 5 บาท เมื่อกลับมาถึงบ้าน นวัตต้องจดบันทึกรายรับและรายจ่ายประจำวัน แต่ปรากฏว่า นวัตทำใบเสร็จรับเงินค่าบริการรถรับจ้างหายไป แต่นวัตจำได้ว่า จ่ายค่าบริการรถรับจ้างไป–กลับระหว่างบ้านกับห้างสรรพสินค้าทั้งหมดเป็นเงินมากกว่า 140 บาท แต่ไม่เกิน 160 บาท อยากทราบว่า นวัตขึ้นรถรับจ้างไปห้างสรรพสินค้าใด และจ่ายค่าบริการรถรับจ้างไปทั้งหมดกี่บาท



7. ฮานะต้องการนำเชือกมาล้อมเป็นรูปเรขาคณิตแต่เชือกยาวเพียง 280 เซนติเมตร อยากทราบว่า
   1) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่มากที่สุดที่ฮานะสร้างได้จากเชือกเส้นนี้ จะมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร
   2) ฮานะจะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวมากกว่าความกว้าง 20 เซนติเมตร ได้หรือไม่ และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น จะมีพื้นที่มากที่สุดกี่ตารางเซนติเมตร
   3) รูปวงกลมที่มีพื้นที่มากที่สุดที่ฮานะสร้างได้จากเชือกเส้นนี้ จะมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร
   4) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีพื้นที่มากที่สุดที่ฮานะสร้างได้จากเชือกเส้นนี้ จะมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

8. เจ้าของฟาร์มเลี้ยงสัตว์แห่งหนึ่งพบว่าอัตราส่วนของจำนวนเป็ด ไก่ และห่าน ที่เขาเลี้ยงเป็น 3 : 2 : 1 ต่อมาเขาขายเป็ดไป 500 ตัว ขายไก่ไป 200 ตัว เมื่อนับจำนวนสัตว์แล้วปรากฏว่าเหลือไม่ถึงครึ่งหนึ่งของจำนวนสัตว์ทั้งหมด จงหาจำนวนสัตว์เลี้ยงทั้งหมดที่เป็นไปได้ที่เจ้าของฟาร์มเลี้ยงไว้