



หนังสือเรียน

# รายวิชาพื้นฐาน

## คณิตศาสตร์

ชั้น

## มัธยมศึกษาปีที่ ๕

ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)  
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่ ๑

ISBN 978-616-576-409-4

จำนวน ๑๕๐,๐๐๐ เล่ม พ.ศ. ๒๕๖๗

จัดจำหน่ายโดย

องค์การค้ำของ สกสศ. พิมพ์ที่โรงพิมพ์ สกสศ. ลาดพร้าว

๒๒๔๙ ถนนลาดพร้าว วังทองหลาง กรุงเทพมหานคร

❖ มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ



ประกาศสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
เรื่อง อนุญาตให้ใช้สื่อการเรียนรู้ในสถานศึกษา

---

ด้วยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้พิจารณาแล้วอนุญาตให้ใช้ ในสถานศึกษาได้

ประกาศ ณ วันที่ ๑๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๗

ว่าที่ร้อยตรี

(ธนุ วงษ์จินดา)

เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

# คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีอำนาจหน้าที่ในการพัฒนาหลักสูตร วิธีการเรียนรู้ การประเมินผล การจัดทำหนังสือเรียน แบบฝึกหัด และสื่อการเรียนรู้ทุกประเภทที่ใช้ประกอบการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน

หนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ นี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จัดทำขึ้นตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยให้มีการปรับปรุงให้ทันสมัย คำนึงถึงการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็น สอดคล้องกับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ ๒๑ เป็นสำคัญ รวมทั้งเน้นด้านการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ และการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาคุณภาพชีวิตของตนเอง

กระทรวงศึกษาธิการหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนบุคคลและหน่วยงานอื่น ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้

ว่าที่ร้อยตรี



(ธนุ วงษ์จินดา)

เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

## คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อต้องการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งในปีการศึกษา ๒๕๖๑ เป็นต้นไปนี้ โรงเรียนจะต้องใช้ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ สสวท. จึงได้จัดทำหนังสือเรียนที่เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตรเพื่อโรงเรียนได้ใช้สำหรับจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ นี้ ประกอบด้วยเรื่อง เลขยกกำลัง ฟังก์ชัน และลำดับและอนุกรม ซึ่งจัดเนื้อหาตามพัฒนาการของผู้เรียน ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ การฝึกปฏิบัติการตอบคำถาม การตรวจสอบความเข้าใจ และสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ตลอดจนมีกิจกรรมให้ผู้เรียนได้นำความรู้ที่เรียนในบทมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหา ในการจัดทำหนังสือเรียนเล่มนี้ ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดีอย่างยิ่งจากผู้ทรงคุณวุฒิ นักวิชาการอิสระ คณาจารย์ ครูผู้สอน และนักวิชาการ จากสถาบันและสถานศึกษาทั้งภาครัฐและเอกชน จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้

สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์แก่ผู้เรียน และผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่าย ที่จะช่วยให้การจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้หนังสือเรียนเล่มนี้ มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วย จะขอบคุณยิ่ง

(รองศาสตราจารย์ธีระเดช เจียรสุขสกุล)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

แนะนำการใช้หนังสือเรียน

ส่วนนี้เป็นส่วนแนะนำโครงสร้างของหนังสือเรียนเพื่อการใช้หนังสือเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ

ในหนังสือเล่มนี้จะแบ่งบทเรียนเป็น 3 บท โดยแต่ละบทจะมีส่วนประกอบ ดังนี้

“

”

ส่วนนำของบท

เกริ่นนำบทด้วยข้อมูลที่น่าสนใจ รวมถึงการนำไปใช้ในชีวิตจริง เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการเรียนเนื้อหาในบท

จุดมุ่งหมาย

เป้าหมายที่นักเรียนควรไปถึงหลังจากเรียนจบบทนี้

ความรู้ก่อนหน้า

ความรู้ที่นักเรียนจำเป็นต้องมีก่อนที่จะเรียนบทนี้

เสริมสมอง

เกร็ดความรู้หลากหลายรูปแบบเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เช่น ประวัตินักคณิตศาสตร์ ตัวอย่างการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง การเชื่อมโยงเนื้อหาในบทกับวิชาอื่น

กิจกรรม

กิจกรรมที่นักเรียนสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยพัฒนาทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม (learning and innovation skills) ที่จำเป็นสำหรับศตวรรษที่ 21 อันได้แก่ การคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (creativity and innovation) การคิดแบบมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหา (critical thinking and problem solving) การสื่อสาร (communication) และการร่วมมือ (collaboration)

|                                                                                     |                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
|    | จุดมุ่งหมาย     |
|    | ความรู้ก่อนหน้า |
|  | เสริมสมอง       |
|  | กิจกรรม         |



เทคโนโลยี

โจทย์ที่มีไอคอนนี้สามารถใช้เทคโนโลยีช่วยในการคิดได้ โดยอาจใช้เครื่องคิดเลข โปรแกรมสำเร็จรูปในคอมพิวเตอร์ โปรแกรมประยุกต์ในโทรศัพท์สมาร์ทโฟน การค้นหาข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต และอื่น ๆ ตามความเหมาะสม



โจทย์ท้าทาย

โจทย์ที่มีไอคอนนี้เป็นโจทย์ที่ค่อนข้างยากและซับซ้อนกว่าโจทย์แบบฝึกหัดทั่วไป เพื่อท้าทายความสามารถของนักเรียนที่ต้องการพัฒนาทักษะเพิ่มเติม นอกเหนือจากการเรียนตามจุดมุ่งหมายของบท

แบบฝึกหัด

โจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้ระหว่างเรียน มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนสามารถตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเองได้



แบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดท้ายบท

แบบฝึกหัดท้ายบทแบ่งประเภทได้เป็น

- โจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้หลังเรียนจบบท มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของบท โดยจะมีแถบสี
- โจทย์ท้าทาย
- โจทย์เพื่อฝึกทักษะ ที่มีความน่าสนใจ โดยจะไม่มีแถบสีและไม่มีไอคอนหน้าเลขข้อ



แบบฝึกหัดท้ายบท

1. ....

2. ....

3. ....

บทที่ 1 จะใช้สี



บทที่ 2 จะใช้สี



บทที่ 3 จะใช้สี



| สารบัญ | บทที่ 1 – 2                                   |      |
|--------|-----------------------------------------------|------|
| บทที่  | เนื้อหา                                       | หน้า |
| 1      | บทที่ 1 เลขยกกำลัง                            | 1    |
|        | 1.1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม   | 3    |
|        | 1.2 รากที่ $n$ ของจำนวนจริง                   | 8    |
|        | 1.3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ | 18   |
|        | เลขยกกำลัง                                    |      |
| 2      | บทที่ 2 ฟังก์ชัน                              | 41   |
|        | 2.1 ฟังก์ชัน                                  | 43   |
|        | 2.2 ฟังก์ชันเชิงเส้น                          | 57   |
|        | 2.3 ฟังก์ชันกำลังสอง                          | 72   |
|        | 2.4 ฟังก์ชันชันบันได                          | 78   |
|        | 2.5 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล                   | 82   |
|        | ฟังก์ชัน                                      |      |

| สารบัญ | บทที่ 3                          |      |
|--------|----------------------------------|------|
| บทที่  | เนื้อหา                          | หน้า |
| 3      | บทที่ 3 ลำดับและอนุกรม           | 105  |
|        | 3.1 ลำดับ                        | 107  |
|        | 3.1.1 ความหมายของลำดับ           | 107  |
|        | 3.1.2 ลำดับเลขคณิต               | 112  |
|        | 3.1.3 ลำดับเรขาคณิต              | 120  |
|        | 3.2 อนุกรม                       | 129  |
|        | 3.2.1 อนุกรมเลขคณิต              | 129  |
|        | 3.2.2 อนุกรมเรขาคณิต             | 136  |
|        | 3.3 การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม | 142  |
|        | ลำดับและอนุกรม                   |      |
|        | บรรณานุกรม                       | 168  |
|        | ภาคผนวก                          | 171  |
|        | คณะผู้จัดทำ                      | 174  |

บทที่

| เลขยกกำลัง

1



1.1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

1.2 รากที่  $n$  ของจำนวนจริง

1.3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

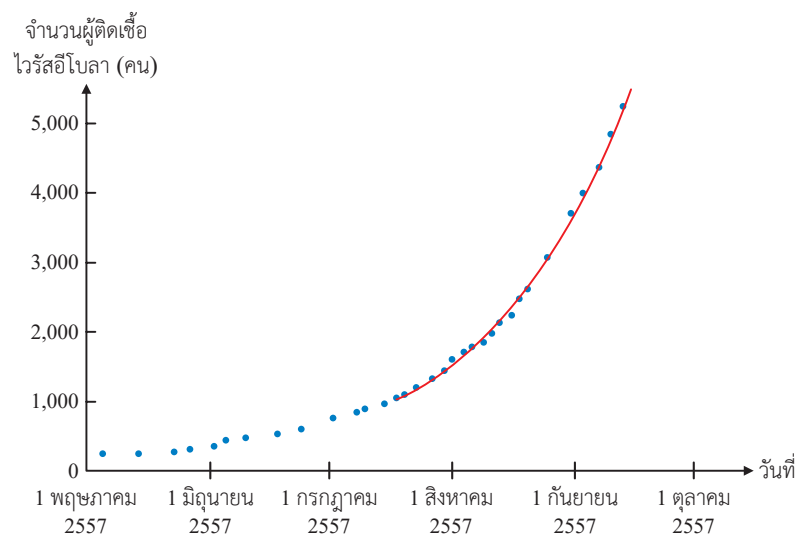


จุดมุ่งหมาย

1. หารากที่  $n$  ของจำนวนจริง เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ในการแก้ปัญหา
3. ใช้ความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะในการแก้ปัญหา



ในเดือนมีนาคม พ.ศ. 2557 ได้เกิดการระบาดของโรคไวรัสอีโบล่าขึ้นในแอฟริกาตะวันตก โดยถ่ายทอดผ่านทางสารคัดหลั่งของผู้ติดเชื้อ จำนวนผู้ติดเชื้อในเดือนพฤษภาคมถึงเดือนกันยายน พ.ศ. 2557 แสดงได้ดังกราฟ



จะเห็นว่าตั้งแต่ประมาณกลางเดือนกรกฎาคมจนถึงกลางเดือนกันยายน พ.ศ. 2557 จำนวนผู้ติดเชื้อเพิ่มสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยอาจนำเลขยกกำลังมาช่วยในการอธิบายการเพิ่มจำนวนของผู้ติดเชื้อ กล่าวคือ จำนวนผู้ติดเชื้อเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า ทุก ๆ 24.3 วัน นั่นคือ ถ้ากลางเดือนกรกฎาคม พ.ศ. 2557 มีผู้ติดเชื้อประมาณ 1,000 คน เมื่อเวลาผ่านไปทุก 24.3 วัน จะมีจำนวนผู้ติดเชื้อประมาณ  $1000, 2(1000), 4(1000), 8(1000), 16(1000), 32(1000), 64(1000), \dots$  หรืออาจกล่าวได้ว่าจำนวนผู้ติดเชื้อหาได้จาก  $2^n(1000)$  เมื่อ  $n$  แทนระยะเวลาที่ผ่านไป โดยเป็นจำนวนเท่าของ 24.3 วัน ถ้าปล่อยให้การเพิ่มขึ้นของผู้ติดเชื้อเป็นไปเช่นนี้เรื่อย ๆ จะทำให้ผู้ติดเชื้อมีจำนวนเพิ่มขึ้นเร็วมากจนเป็นอันตรายต่อมนุษยชาติ จึงจำเป็นที่จะต้องมีการจัดการในการป้องกันการติดเชื้อ



## ความรู้ก่อนหน้า

- ความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังและกรณีที่สองในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



ipst.mc/8446

## 1.1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ในหัวข้อนี้ จะทบทวนบทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม โดยไม่มีการพิสูจน์

### บทนิยาม 1

ให้  $a$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก “ $a$  ยกกำลัง  $n$ ” หรือ “ $a$  กำลัง  $n$ ” เขียนแทนด้วย  $a^n$  มีความหมาย ดังนี้

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

$$a^0 = 1 \quad \text{เมื่อ } a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{เมื่อ } a \neq 0$$

เรียก  $a^n$  ว่าเลขยกกำลัง

เรียก  $a$  ว่าฐานของเลขยกกำลัง และ

เรียก  $n$  ว่าเลขชี้กำลัง

ตัวอย่างเช่น

1.  $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
2.  $(0.1)^4 = 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.0001$
3.  $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$
4.  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$
5.  $(-3)^0 = 1$
6.  $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$
7.  $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = -\frac{1}{8}$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม มีดังนี้

### ทฤษฎีบท 1

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ และ  $m, n$  เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า

1.  $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2.  $(a^m)^n = a^{mn}$
3.  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
4.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
5.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

### ตัวอย่างที่ 1

จงเขียน  $8^6 \times 4^5$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} 8^6 \times 4^5 &= (2^3)^6 \times (2^2)^5 \\ &= 2^{18} \times 2^{10} \\ &= 2^{18+10} \\ &= 2^{28} \end{aligned}$$

### ตัวอย่างที่ 2

จงเขียน  $\left(\frac{6}{5}\right)^3 \times 10^5$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \left(\frac{6}{5}\right)^3 \times 10^5 &= \left(\frac{3 \times 2}{5}\right)^3 \times (2 \times 5)^5 \\ &= \frac{3^3 \times 2^3}{5^3} \times 2^5 \times 5^5 \\ &= 3^3 \times 2^{3+5} \times 5^{5-3} \\ &= 3^3 \times 2^8 \times 5^2 \end{aligned}$$

### ตัวอย่างที่ 3

จงเขียน  $\frac{6^3 \times 3^2}{2^4 \times 3^{-2}}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{6^3 \times 3^2}{2^4 \times 3^{-2}} &= \frac{(2 \times 3)^3 \times 3^2}{2^4 \times 3^{-2}} \\ &= \frac{2^3 \times 3^3 \times 3^2}{2^4 \times 3^{-2}} \\ &= 2^{3-4} \times 3^{3+2-(-2)} \\ &= 2^{-1} \times 3^7 \\ &= \frac{3^7}{2} \end{aligned}$$

เพื่อความสะดวกจะเขียน  $a \cdot b$  หรือ  $ab$  แทน  $a \times b$

## ตัวอย่างที่ 4

ให้  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ จงทำให้พจน์ต่อไปนี้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลัง  
ทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

$$1) \left(\frac{x}{y}\right)^3 \left(\frac{y^2 x}{z}\right) \quad 2) (x^{-3} y^{-2} z^0)^{-2}$$

วิธีทำ 1) 
$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{y}\right)^3 \left(\frac{y^2 x}{z}\right) &= \frac{x^3 y^2 x}{y^3 z} \\ &= \frac{x^{3+1}}{y^{3-2} z} \\ &= \frac{x^4}{yz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) (x^{-3} y^{-2} z^0)^{-2} &= (x^{-3} y^{-2} (1))^{-2} \\ &= (x^{-3} y^{-2})^{-2} \\ &= (x^{-3})^{-2} (y^{-2})^{-2} \\ &= x^{(-3)(-2)} y^{(-2)(-2)} \\ &= x^6 y^4 \end{aligned}$$



เสริมสมอง : Google

Larry Page และ Sergey Brin นักศึกษาปริญญาเอก มหาวิทยาลัย Stanford ชาวอเมริกัน ได้ร่วมกันจัดทำโปรแกรมค้นหา (search engine) ซึ่งในปัจจุบันรู้จักกันในชื่อ Google และได้ก่อตั้ง Google Inc. ขึ้นใน ค.ศ. 1998 คำว่า Google มาจาก “googol” ซึ่งหมายถึง  $10^{100}$  โดยชื่อ Google เป็นสิ่งที่สะท้อนให้เห็นว่าผู้ก่อตั้งต้องการจะสื่อถึงการจัดระเบียบข้อมูลบนโลกออนไลน์ที่มีปริมาณมหาศาล



## แบบฝึกหัด 1.1

1. จงหา

$$1) 1^{100} \quad 2) (-1)^{2019}$$

$$3) (-8.43)^0 \quad 4) \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$$

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

$$1) (3^{-2} \times 15^8)^0 \quad 2) 2^3 \times 4^{-2} \times (32^{-2} \times 8)^{-1}$$

$$3) \frac{2^2 \times 10^3}{5^4 \times 2^5} \quad 4) \frac{2^{-3} \times 3^{-5}}{3^{-5} \times 2^0}$$

3. ให้  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ จงทำให้พจน์ต่อไปนี้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

$$1) (x^3 y^{-2})(x^{-5} y^3) \quad 2) \left(\frac{x^4}{2y^{-2}}\right)^{-2} (2xy^2)^3$$

$$3) y^4 \left(\frac{1}{3} y^2\right) (12y^{-8}) \quad 4) (x^{-5} y^7)(x^{-2} y^{-7} z^0)$$

$$5) \left(\frac{1}{2} x^{-3} y^2\right)^{-4} \quad 6) \frac{(x^2 y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2 y}$$

## 1.2 รากที่ $n$ ของจำนวนจริง

### บทนิยาม 2

ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง

$y$  เป็นรากที่สองของ  $x$  ก็ต่อเมื่อ  $y^2 = x$

เนื่องจากกำลังสองของจำนวนจริงใด ๆ ต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ จะเป็นจำนวนจริงลบไม่ได้ ดังนั้น จะมีรากที่สองของจำนวนจริงบวกหรือศูนย์เท่านั้น นั่นคือ  $x$  ในบทนิยามข้างต้นต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ เช่น

4 เป็นรากที่สองของ 16 เพราะ  $4^2 = 16$

$-\frac{1}{3}$  เป็นรากที่สองของ  $\frac{1}{9}$  เพราะ  $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

0 เป็นรากที่สองของ 0 เพราะ  $0^2 = 0$

ถ้า  $x \geq 0$  แล้ว  $x$  จะมีรากที่สองที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ เรียกรากนี้ว่า **รากที่สองที่ไม่เป็นจำนวนจริงลบ** ของ  $x$  และแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sqrt{x}$  โดยเครื่องหมาย  $\sqrt{\phantom{x}}$  เรียกว่า **เครื่องหมายกรณฑ์ (radical sign)**

เมื่อ  $y$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้  $(-y)^2 = y^2$  ดังนั้น ถ้ามีจำนวนจริง  $y$  ยกกำลังสอง แล้วได้  $x$  กำลังสองของ  $-y$  ก็จะเป็น  $x$  ด้วย

ดังนั้น สำหรับ  $x > 0$  จะมีรากที่สองของ  $x$  สองราก คือ  $\sqrt{x}$  และ  $-\sqrt{x}$  โดยที่  $\sqrt{x}$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $-\sqrt{x}$  เป็นจำนวนจริงลบ

ถ้า  $x = 0$  แล้วจะมีจำนวนจริงจำนวนเดียว คือ 0 เป็นรากที่สองของ  $x$  นั่นคือ  $\sqrt{0} = 0$

ถ้า  $x < 0$  แล้วจะไม่มีรากที่สองของ  $x$  ที่เป็นจำนวนจริง

ดังนั้น  $\sqrt{x} = y$  เมื่อ  $x \geq 0$  หมายความว่า  $y^2 = x$  และ  $y \geq 0$

### ตัวอย่างที่ 5

จงหา

- 1) รากที่สองของ 16
- 2) รากที่สองของ  $\frac{1}{9}$
- 3) รากที่สองของ 2
- 4) รากที่สองของ 3

**วิธีทำ** 1) เนื่องจาก  $4^2 = 16$  และ  $(-4)^2 = 16$

ดังนั้น รากที่สองของ 16 คือ 4 และ -4

2) เนื่องจาก  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$  และ  $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

ดังนั้น รากที่สองของ  $\frac{1}{9}$  คือ  $\frac{1}{3}$  และ  $-\frac{1}{3}$

3) เนื่องจาก  $(\sqrt{2})^2 = 2$  และ  $(-\sqrt{2})^2 = 2$

ดังนั้น รากที่สองของ 2 คือ  $\sqrt{2}$  และ  $-\sqrt{2}$

4) เนื่องจาก  $(\sqrt{3})^2 = 3$  และ  $(-\sqrt{3})^2 = 3$

ดังนั้น รากที่สองของ 3 คือ  $\sqrt{3}$  และ  $-\sqrt{3}$

## ตัวอย่างที่ 6

จงหา

1)  $\sqrt{9}$

2)  $\frac{1}{\sqrt{25}}$

**วิธีทำ** 1) เนื่องจาก  $3^2 = 9$  และ  $3 \geq 0$  ดังนั้น  $\sqrt{9} = 3$ 2) เนื่องจาก  $5^2 = 25$  และ  $5 \geq 0$  ดังนั้น  $\sqrt{25} = 5$ 

จะได้  $\frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$

## ทฤษฎีบท 2

ให้  $x \geq 0$  และ  $y \geq 0$  จะได้

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$$

## ทฤษฎีบท 3

ให้  $x \geq 0$  และ  $y > 0$  จะได้

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

## ตัวอย่างที่ 7

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$

2)  $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$

**วิธีทำ** 1)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{3 \times 3 \times 2} = 3\sqrt{2}$ 

2)  $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{14}{2}} = \sqrt{7}$

ในกรณีทั่วไป รากที่  $n$  ของจำนวนจริง มีบทนิยามดังนี้

## บทนิยาม 3

ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1  
 $y$  เป็นรากที่  $n$  ของ  $x$  ก็ต่อเมื่อ  $y^n = x$ **หมายเหตุ** ถ้า  $n$  เป็นจำนวนคี่แล้ว รากที่  $n$  ของ  $x$  ที่เป็นจำนวนจริง จะมีรากเดียว  
และถ้า  $n$  เป็นจำนวนคู่แล้ว เมื่อ  $x > 0$  รากที่  $n$  ของ  $x$  ที่เป็นจำนวนจริง จะมีสองราก

## ตัวอย่างที่ 8

จงพิจารณาว่า

- 1) 2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2) -2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 3) -3 เป็นรากที่ 5 ของ -243 หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 4) 3 เป็นรากที่ 5 ของ -243 หรือไม่ เพราะเหตุใด

- วิธีทำ**
- 1) 2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 เพราะ  $2^4 = 16$
  - 2) -2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 เพราะ  $(-2)^4 = 16$
  - 3) -3 เป็นรากที่ 5 ของ -243 เพราะ  $(-3)^5 = -243$
  - 4) 3 ไม่เป็นรากที่ 5 ของ -243 เพราะ  $3^5 = 243$  และ  $243 \neq -243$  ■

## ตัวอย่างที่ 9

จงหา

- 1) รากที่ 4 ของ 16
- 2) รากที่ 5 ของ -243

- วิธีทำ**
- 1) เนื่องจาก  $2^4 = 16$  และ  $(-2)^4 = 16$   
ดังนั้น รากที่ 4 ของ 16 มีสองราก คือ 2 และ -2
  - 2) เนื่องจาก  $(-3)^5 = -243$   
ดังนั้น รากที่ 5 ของ -243 มีรากเดียว คือ -3 ■

ค่าหลักของรากที่  $n$ 

## บทนิยาม 4

ให้  $x, y$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1  
 $y$  เป็นค่าหลักของรากที่  $n$  ของ  $x$  ก็ต่อเมื่อ

1.  $y$  เป็นรากที่  $n$  ของ  $x$  และ
2.  $xy \geq 0$

แทนค่าหลักของรากที่  $n$  ของ  $x$  ด้วย  $\sqrt[n]{x}$  อ่านว่า กรณฑ์ที่  $n$  ของ  $x$  หรือ ค่าหลักของรากที่  $n$  ของ  $x$

- หมายเหตุ**
1. การระบุกรณฑ์ที่  $n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 ทำได้โดยการเขียน  $n$  ทางด้านซ้ายของเครื่องหมายกรณฑ์ ดังนี้  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  และจะเรียก  $n$  ว่าเป็น **อันดับที่** หรือ **ดัชนี (index)** ของกรณฑ์ แต่ถ้า  $n = 2$  นิยมเขียน  $\sqrt{\phantom{x}}$  แทน  $\sqrt[2]{\phantom{x}}$
  2. จากบทนิยาม 4 จะได้ว่า ถ้า  $y$  เป็นค่าหลักของรากที่  $n$  ของ  $x$  แล้ว  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวกทั้งคู่ หรือเป็นจำนวนจริงลบทั้งคู่ หรือเป็นศูนย์ทั้งคู่

## ตัวอย่างที่ 10

จงหา

- 1) ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 16
- 2) ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -125
- 3) ค่าหลักของรากที่ 4 ของ -16

- วิธีทำ**
- 1) เนื่องจากรากที่ 4 ของ 16 คือ 2 และ -2  
และ  $16(2) > 0$  แต่  $16(-2) < 0$   
ดังนั้น ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 16 คือ 2
  - 2) เนื่องจากรากที่ 3 ของ -125 มีรากเดียว คือ -5  
และ  $(-125)(-5) > 0$   
ดังนั้น ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -125 คือ -5
  - 3) เนื่องจากจำนวนจริงบวกและจำนวนจริงลบยกกำลังด้วยจำนวนคู่ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้น จึงไม่มีรากที่ 4 ของ -16 ในระบบจำนวนจริง  
จะได้ว่าไม่มีค่าหลักของรากที่ 4 ของ -16 ในระบบจำนวนจริง ■

## ทฤษฎีบท 4

ให้  $x, y$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 โดยที่  $x$  และ  $y$  มีรากที่  $n$  จะได้

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

## ทฤษฎีบท 5

ให้  $x, y$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 โดยที่  $x$  และ  $y$  มีรากที่  $n$  และ  $y \neq 0$  จะได้

$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

**หมายเหตุ** 1. ถ้า  $x < 0$  หรือ  $y < 0$  แล้วจะใช้ทฤษฎีบท 4 และ 5 ได้ เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคี่บวก เท่านั้น

2. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนคี่บวก แล้ว  $\sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x}$

3. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 แล้ว

1)  $\sqrt[n]{x^n} = x$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคี่

$$\text{เช่น } \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

2)  $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคู่

$$\text{เช่น } \sqrt[4]{2^4} = 2 \text{ และ } \sqrt[4]{(-2)^4} = -(-2) = 2$$

## ตัวอย่างที่ 11

จงหา

1)  $\sqrt{125}$

2)  $\sqrt[3]{8}$

3)  $\sqrt[3]{81}$

4)  $\sqrt[5]{-1}$

5)  $\sqrt[4]{16}$

6)  $\sqrt[3]{-1000}$

**วิธีทำ** 1)  $\sqrt{125} = \sqrt{5 \times 5 \times 5} = 5\sqrt{5}$

2)  $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$

3)  $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3\sqrt[3]{3}$

4)  $\sqrt[5]{-1} = \sqrt[5]{(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)} = -1$

5)  $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2$

6)  $\sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{(-10)(-10)(-10)} = -10$

## ตัวอย่างที่ 12

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}$

2)  $\sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{3}$

3)  $\frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{6}}$

**วิธีทำ** 1)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2 \times 3} = \sqrt[3]{6}$

2)  $\sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{(-2) \times 3} = \sqrt[3]{-6} = -\sqrt[3]{6}$

3)  $\frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{\frac{72}{6}} = \sqrt[3]{12}$

## ตัวอย่างที่ 13

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปที่ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

1)  $\frac{6}{\sqrt{2}}$

2)  $\frac{15}{\sqrt[3]{9}}$

**วิธีทำ** 1)  $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

2)  $\frac{15}{\sqrt[3]{9}} = \frac{15}{\sqrt[3]{3 \times 3}} = \frac{15}{\sqrt[3]{3 \times 3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{15\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}} = \frac{15\sqrt[3]{3}}{3} = 5\sqrt[3]{3}$

จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ที่มีอันดับที่เดียวกันและมีจำนวนภายใต้เครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกัน สามารถบวกหรือลบกันได้โดยใช้สมบัติการแจกแจงของจำนวนจริง

## ตัวอย่างที่ 14

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

$$1) 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \qquad 2) 4\sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}$$

**วิธีทำ**  $1) 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = (2+5-4)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} 2) 4\sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} &= 4\sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ &= \left(4 + \frac{2}{3}\right)\sqrt{3} \\ &= \frac{14}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$

## ตัวอย่างที่ 15

จงเขียน  $(3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

**วิธีทำ**  $(3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = (3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5}) - (3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(3\sqrt{2})$

$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - 3\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} \\ &= 15 + 7\sqrt{10} - 9\sqrt{10} - 42 \\ &= -27 - 2\sqrt{10} \end{aligned}$$



## แบบฝึกหัด 1.2

1. จงหา

- |                               |                                 |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) รากที่ 2 ของ 64            | 2) รากที่ 2 ของ 5               |
| 3) รากที่ 4 ของ 4             | 4) รากที่ 3 ของ -343            |
| 5) ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 625 | 6) ค่าหลักของรากที่ 4 ของ -1296 |

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

- |                              |                             |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $\sqrt{144}$              | 2) $\sqrt[4]{256}$          |
| 3) $\sqrt[3]{64}$            | 4) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$ |
| 5) $\frac{3}{\sqrt[3]{-27}}$ | 6) $\sqrt{(-11)^2}$         |

3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปที่ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

- |                                   |                                      |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $\sqrt{\frac{5}{2}}$           | 2) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{15}}$     |
| 3) $\sqrt{\frac{3}{20}}$          | 4) $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{12}}$    |
| 5) $\frac{3\sqrt{8}}{4\sqrt{12}}$ | 6) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4}}$ |

4. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

- |                                                   |                                                       |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{20}$                    | 2) $(7\sqrt{5} - 3\sqrt{5}) + (3\sqrt{2} + \sqrt{2})$ |
| 3) $(2\sqrt{3} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7})$ | 4) $(2 + \sqrt{3})^2$                                 |
| 5) $3\sqrt{8} - 4\sqrt{18} + 7\sqrt{2}$           | 6) $2\sqrt{5} + \sqrt{125} - \frac{8}{\sqrt{20}}$     |

5. จงเติมเครื่องหมาย < หรือ = หรือ > ใน  ที่ทำให้แต่ละข้อความต่อไปนี้เป็นจริง พร้อมแสดงแนวคิด

1)  $\sqrt{(-7)^2}$    $-7$

2)  $\sqrt[3]{-32}$    $-\sqrt[3]{32}$

3)  $\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$    $\sqrt[3]{9} \sqrt[3]{24}$

4)  $\frac{12}{\sqrt{8}}$    $\sqrt{18}$

5)  $\frac{6}{\sqrt[3]{4}}$    $\sqrt[3]{18} \sqrt[3]{6}$

### 1.3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

สำหรับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะที่จะกล่าวต่อไปนี้ จะเริ่มจากบทนิยามของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น  $\frac{1}{n}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 ดังนี้

#### บทนิยาม 5

ให้  $a$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 ถ้า  $a$  มีรากที่  $n$  แล้ว

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

จากบทนิยามข้างต้น ถ้า  $a \geq 0$  แล้วหา  $a^{\frac{1}{n}}$  ได้เสมอ  
แต่ถ้า  $a < 0$  แล้วจะหา  $a^{\frac{1}{n}}$  ได้เฉพาะกรณีที่  $n$  เป็นจำนวนคี่  
เช่น  $8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} = \sqrt{4} \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$   
 $(-64)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-64} = -4$

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ มีบทนิยามดังนี้

#### บทนิยาม 6

ให้  $a$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  $a \neq 0$  และ  $r$  เป็นจำนวนตรรกยะที่  $r = \frac{p}{q}$  โดย  $p$  และ  $q$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง  $q > 0$  และ ห.ร.ม. ของ  $p$  และ  $q$  เป็น 1  
ถ้า  $a^{\frac{1}{q}}$  เป็นจำนวนจริง แล้ว

$$a^r = a^{\frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$$

- หมายเหตุ** 1. จากบทนิยาม เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะจะนิยามเมื่อเลขชี้กำลังเขียนอยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำเท่านั้นและ  $a^{\frac{1}{q}}$  ต้องเป็นจำนวนจริง เช่น
- $$(-8)^{\frac{14}{6}} = (-8)^{\frac{7}{3}} = (\sqrt[3]{-8})^7 = (\sqrt[3]{(-2)^3})^7 = (-2)^7 = -128$$
- แต่  $(-9)^{\frac{3}{2}}$  ไม่นิยาม เพราะ  $(-9)^{\frac{1}{2}}$  ไม่เป็นจำนวนจริง
2. ในกรณีที่  $a = 0$  และ  $r$  เป็นจำนวนตรรกยะบวก สามารถนิยาม  $0^r = 0$  แต่จะไม่นิยาม  $0^r$  เมื่อ  $r$  เป็นจำนวนตรรกยะลบหรือศูนย์

## ตัวอย่างที่ 16

จงหา

1)  $27^{\frac{2}{3}}$

$$2) \ 16^{\frac{2}{4}}$$

$$3) \quad (-32)^{\frac{3}{5}}$$

$$4) (-125)^{\frac{2}{6}}$$

**วิธีทำ** 1)  $27^{\frac{2}{3}} = \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{27}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{3^3}\right)^2 = 3^2 = 9$

$$2) \quad 16^{\frac{2}{4}} = 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$3) \quad (-32)^{\frac{3}{5}} = \left( (-32)^{\frac{1}{5}} \right)^3 = \left( \sqrt[5]{-32} \right)^3 = \left( \sqrt[5]{(-2)^5} \right)^3 = (-2)^3 = -8$$

$$4) \quad (-125)^{\frac{2}{6}} = (-125)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-125} = \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ มีดังนี้

## ทฤษฎีบท 6

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ และ  $m, n$  เป็นจำนวนตรรกยะ โดยที่  $a^m, a^n$  และ  $b^n$  เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$2. \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. \quad (ab)^n = a^n b^n$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

## ตัวอย่างที่ 17

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริงบวก

$$1) \ 100^{\frac{3}{2}}$$

$$2) \quad 81^{-\frac{5}{4}}$$

$$3) \left( \sqrt[3]{36} \right)^2$$

4)  $36^{\frac{2}{3}} \times 36^{\frac{11}{6}}$

$$5) \left(1,000^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{4}{9}}$$

$$6) \frac{24^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}}$$

**วิธีทำ** 1)  $100^{\frac{3}{2}} = (10^2)^{\frac{3}{2}} = 10^{2 \times \frac{3}{2}} = 10^3$

$$2) \quad 81^{-\frac{5}{4}} = \frac{1}{81^{\frac{5}{4}}} = \frac{1}{(3^4)^{\frac{5}{4}}} = \frac{1}{3^{4 \times \frac{5}{4}}} = \frac{1}{3^5}$$

$$3) \quad \left(\sqrt[3]{36}\right)^2 = \left(\left(6^2\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(6^2\right)^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{4}{3}}$$

$$4) \quad 36^{\frac{2}{3}} \times 36^{\frac{11}{6}} = 36^{\left(\frac{2}{3} + \frac{11}{6}\right)} = (6^2)^{\frac{15}{6}} = 6^5$$

$$5) \left(1,000^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{4}{9}} = 1,000^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{1,000^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{(10^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{10^2}$$

$$6) \quad \frac{24^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{24}{3}\right)^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^2$$

## ตัวอย่างที่ 18

จงเขียน  $(27a^3)^{\frac{1}{6}}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เมื่อ  $a > 0$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned}(27a^3)^{\frac{1}{6}} &= (3^3 a^3)^{\frac{1}{6}} \\ &= ((3a)^3)^{\frac{1}{6}} \\ &= (3a)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

## ตัวอย่างที่ 19

จงเขียน  $\frac{(8ab^2)^{\frac{1}{3}}}{(16a^2b^2)^{\frac{1}{4}}}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เมื่อ  $a > 0$  และ  $b > 0$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned}\frac{(8ab^2)^{\frac{1}{3}}}{(16a^2b^2)^{\frac{1}{4}}} &= \frac{(2^3 ab^2)^{\frac{1}{3}}}{(2^4 a^2 b^2)^{\frac{1}{4}}} \\ &= \frac{2a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}}{2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} \\ &= a^{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)} b^{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)} \\ &= a^{-\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} \\ &= \frac{b^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{6}}} \\ &= \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{6}}\end{aligned}$$

## ตัวอย่างที่ 20

จงเขียน  $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned}\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3} &= \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} - \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= (2+3-1)\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

## ตัวอย่างที่ 21

จงเขียน  $3\sqrt[3]{5} - 4\sqrt[3]{40} + \frac{320^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[6]{1,600}}$  ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

**วิธีทำ** เนื่องจาก

$$\begin{aligned}4\sqrt[3]{40} &= 4(2^3 \times 5)^{\frac{1}{3}} \\ &= 4 \times 2^{3 \times \frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \\ &= 4 \times 2 \times 5^{\frac{1}{3}} \\ &= 8\sqrt[3]{5}\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}\frac{320^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[6]{1,600}} &= \frac{(2^6 \times 5)^{\frac{2}{3}}}{(2^6 \times 5^2)^{\frac{1}{6}}} \\ &= \frac{2^{6 \times \frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}}{2^{6 \times \frac{1}{6}} \times 5^{2 \times \frac{1}{6}}} \\ &= \frac{2^4 \times 5^{\frac{2}{3}}}{2 \times 5^{\frac{1}{3}}} \\ &= 2^3 \times 5^{\frac{1}{3}} \\ &= 8\sqrt[3]{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } 3\sqrt[3]{5} - 4\sqrt[3]{40} + \frac{320^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{1,600}} &= 3\sqrt[3]{5} - 8\sqrt[3]{5} + 8\sqrt[3]{5} \\ &= 3\sqrt[3]{5}\end{aligned}$$

### ตัวอย่างที่ 22

กำหนดให้  $n$  แทนจำนวนประชากรเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ปี โดยที่  $n = n_0(1+r)^t$  ซึ่ง  $n_0$  แทนจำนวนประชากรตอนเริ่มต้น และ  $r$  แทนอัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากรต่อปี ใน พ.ศ. 2559 พบว่า โลกมีประชากรทั้งหมด 7.4 พันล้านคน ถ้าอัตราการเพิ่มของประชากรโลกเป็น 1.13% ต่อปี แล้วใน พ.ศ. 2569 โลกจะมีประชากรประมาณเท่าใด

**วิธีทำ** ในที่นี้  $n_0 = 7.4$ ,  $r = \frac{1.13}{100} = 0.0113$  และ  $t = 10$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } n &= 7.4(1+0.0113)^{10} \\ &\approx 8.3\end{aligned}$$

ดังนั้น ใน พ.ศ. 2569 โลกจะมีประชากรประมาณ 8.3 พันล้านคน

### ตัวอย่างที่ 23

กำหนดให้  $r$  แทนความยาวของรัศมีของทรงกลม (มีหน่วยเป็นเซนติเมตร) และ  $V$  แทนปริมาตรของทรงกลม (มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร) โดยที่  $r = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$  ถ้าทรงกลมมีปริมาตร 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร แล้วรัศมียาวประมาณเท่าใด

**วิธีทำ** จาก  $r = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$  และ  $V = 1,000$

$$\text{จะได้ } r = \left(\frac{3(1,000)}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 6.2$$

ดังนั้น รัศมีของทรงกลมที่มีปริมาตร 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ยาวประมาณ 6.2 เซนติเมตร

## การคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น

การคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นเป็นกลไกที่นำดอกเบี้ยที่ได้รับทบเข้าไปกับเงินต้น ทำให้เงินต้นใหม่มียอดสูงขึ้น ดังนั้น เมื่อคิดดอกเบี้ยรอบใหม่ ดอกเบี้ยก็จะสูงขึ้น และเมื่อทบเข้าไปกับเงินต้นใหม่จะทำให้มีมูลค่าเงินสูงขึ้นเรื่อย ๆ โดยทั่วไปสถาบันการเงินจะแจ้งให้ทราบว่าคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นเมื่อสิ้นสุดระยะเวลาแต่ละงวดเท่าใด เช่น จำนวนดอกเบี้ยทุก 3 เดือน ทุก 6 เดือน หรือทุกปี เมื่อนำดอกเบี้ยที่คำนวณได้ไปรวมกับเงินต้น จะเรียกผลรวมนี้ว่าเงินรวม ซึ่งจะเป็นเงินต้นของการคำนวณดอกเบี้ยในงวดถัดไป ทำเช่นเดียวกันนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะครบระยะเวลาที่ลงทุน

### ตัวอย่างที่ 24

ฝากเงิน 10,000 บาท กับธนาคารที่ให้อัตราดอกเบี้ย 3% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี จงหา

- 1) เงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 1 ปี
- 2) เงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 2 ปี

**วิธีทำ** 1) เงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 1 ปี หาได้จาก จำนวนเงินต้นรวมกับดอกเบี้ยของเงินต้น  
ดังนั้น เงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 1 ปี คือ  $10,000 + 10,000(0.03) = 10,300$  บาท  
2) เงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 2 ปี หาได้จาก เงินรวมของปีแรกรวมกับดอกเบี้ยที่ได้รับในปีที่สอง  
ดังนั้น เงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 2 ปี คือ  $10,300 + 10,300(0.03) = 10,609$  บาท

### ตัวอย่างที่ 25

ฝากเงิน 10,000 บาท กับธนาคารที่ให้อัตราดอกเบี้ย 5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี จงหาสูตรการคิดจำนวนเงินในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่  $n$  โดยที่ไม่มีการฝากและถอนเงินในระหว่างนี้

**วิธีทำ** ให้  $P$  แทนเงินต้น และ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  แทนจำนวนเงินในบัญชีหลังจากคิดดอกเบี้ยเมื่อสิ้นปีที่ 1, 2, 3,  $\dots$ ,  $n$  ตามลำดับ

เมื่อสิ้นปีที่ 1 จะได้  $a_1$  = จำนวนเงินในบัญชีตอนต้นปีที่ 1 + ดอกเบี้ยปีที่ 1  
 $= P + (0.05)P = (1.05)P$

เมื่อสิ้นปีที่ 2 จะได้  $a_2$  = จำนวนเงินในบัญชีตอนต้นปีที่ 2 + ดอกเบี้ยปีที่ 2  
 $= (1.05)P + (0.05)((1.05)P)$   
 $= (1 + 0.05)(1.05)P = (1.05)^2 P$

เมื่อสิ้นปีที่ 3 จะได้  $a_3$  = จำนวนเงินในบัญชีตอนต้นปีที่ 3 + ดอกเบี้ยปีที่ 3  
 $= (1.05)^2 P + (0.05)((1.05)^2 P)$   
 $= (1 + 0.05)(1.05)^2 P = (1.05)^3 P$

⋮

เมื่อสิ้นปีที่  $n$  จะได้  $a_n$  = จำนวนเงินในบัญชีตอนต้นปีที่  $n$  + ดอกเบี้ยปีที่  $n$   
 $= (1.05)^{n-1} P + (0.05)((1.05)^{n-1} P)$   
 $= (1 + 0.05)(1.05)^{n-1} P = (1.05)^n P$

เมื่อแทน  $P$  ด้วย 10,000 จะได้ สูตรการคิดจำนวนเงินในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่  $n$  คือ  
 $a_n = (1.05)^n (10000)$

ในกรณีทั่วไป ถ้าเริ่มฝากเงินด้วยเงินต้น  $P$  บาท และอัตราดอกเบี้ย  $i\%$  ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี เมื่อกำหนดให้  $r = \frac{i}{100}$  จะสามารถหาจำนวนเงินรวมเมื่อสิ้นปีที่  $n$  ได้ดังนี้

- เมื่อสิ้นปีที่ 1 ได้รับดอกเบี้ย  $Pr$  บาท รวมกับเงินต้น  $P$  บาท  
 จะได้เงินรวม  $P + Pr = P(1+r)$  บาท ซึ่งเงินจำนวนนี้จะเป็นเงินต้นของปีถัดไป
- เมื่อสิ้นปีที่ 2 ได้รับดอกเบี้ย  $P(1+r) \cdot r$  บาท รวมกับเงินต้น  $P(1+r)$  บาท  
 จะได้เงินรวม  $P(1+r) + P(1+r) \cdot r = P(1+r)(1+r) = P(1+r)^2$  บาท

ในทำนองเดียวกัน

- เมื่อสิ้นปีที่ 3 จะได้เงินรวม  $P(1+r)^3$  บาท
- ⋮
- เมื่อสิ้นปีที่  $n$  จะได้เงินรวม  $P(1+r)^n$  บาท

ซึ่งสรุปได้ดังนี้

### ทฤษฎีบท 7

ถ้าเริ่มฝากเงินด้วยเงินต้น  $P$  บาท ได้รับอัตราดอกเบี้ย  $i\%$  ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี (ปีละครั้ง) แล้วเมื่อสิ้นปีที่  $n$  จะได้ เงินรวม  $P(1+r)^n$  บาท เมื่อ  $r = \frac{i}{100}$

### ตัวอย่างที่ 26

- ธนาคารแห่งหนึ่งกำหนดอัตราดอกเบี้ย 0.5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นเป็นรายปี จงหาว่า
- 1) ถ้าฝากเงิน 30,000 บาท โดยไม่มีการถอนเงิน แล้วจำนวนเงินฝากในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่ 5 เป็นเท่าใด และดอกเบี้ยทั้งหมดที่ได้รับเป็นเท่าใด
  - 2) ถ้าต้องการให้มีเงินในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่ 9 เป็นจำนวนเงิน 100,000 บาท แล้วต้องฝากเงินอย่างน้อยเท่าใด

**วิธีทำ** 1) ในที่นี้  $P = 30000, n = 5$  และ  $r = \frac{0.5}{100} = 0.005$

จากทฤษฎีบท 7 จะมีจำนวนเงินฝากเมื่อสิ้นปีที่ 5 คือ

$$30,000(1+0.005)^5 \approx 30,757.54 \text{ บาท}$$

ดอกเบี้ยทั้งหมดที่ได้รับ คือ ผลต่างระหว่างเงินรวมกับเงินต้น ซึ่งเท่ากับ

$$30,757.54 - 30,000 = 757.54 \text{ บาท}$$

2) ในที่นี้  $n = 9$ ,  $r = \frac{0.5}{100} = 0.005$  และเงินรวมเมื่อสิ้นปีที่ 9 เท่ากับ 100,000 บาท

ให้  $P$  คือ เงินต้น จากทฤษฎีบท 7 จะได้

$$\begin{aligned} P(1+0.005)^9 &= 100,000 \\ P &= 100,000(1.005)^{-9} \\ &\approx 95,610.47 \end{aligned}$$

จะได้ว่าถ้าต้องการให้มีเงินในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่ 9 เป็นจำนวนเงิน 100,000 บาท แล้วต้องฝากเงินอย่างน้อย 95,610.47 บาท

### ตัวอย่างที่ 27

ปรีดีฝากเงิน 100,000 บาท กับธนาคารแห่งหนึ่งที่คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี เป็นเวลา 10 ปี โดยที่ไม่มีการฝากและถอนเงินในระหว่างนี้ เมื่อครบ 10 ปี พบว่ามีเงินรวม 110,462.21 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารกำหนดสำหรับเงินฝากนี้

**วิธีทำ** ในที่นี้  $P = 100,000$ ,  $n = 10$  และเงินรวมเมื่อสิ้นปีที่ 10 เท่ากับ 110,462.21 บาท

ให้อัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารกำหนด คือ  $i\%$  ต่อปี และ  $r = \frac{i}{100}$  จากทฤษฎีบท 7 จะได้

$$\begin{aligned} 100,000(1+r)^{10} &= 110,462.21 \\ (1+r)^{10} &= \frac{110,462.21}{100,000} \\ (1+r)^{10} &= 1.1046221 \\ 1+r &= (1.1046221)^{\frac{1}{10}} \\ 1+r &\approx 1.009999977 \\ r &\approx 0.01 \end{aligned}$$

นั่นคือ  $i \approx 1$

ดังนั้น อัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารกำหนดสำหรับเงินฝากนี้ประมาณ 1%

### ตัวอย่างที่ 28

บริษัทแห่งหนึ่งกำหนดเงินเดือนเริ่มต้นสำหรับพนักงานวุฒิปริญญาตรี 15,000 บาท ซึ่งบริษัทจะเพิ่มเงินเดือนให้ทุกปี โดยเงินเดือนจะเพิ่มขึ้นร้อยละ 5 ต่อปี ถ้าวิวัฒน์มีวุฒิปริญญาตรีและเริ่มทำงานที่บริษัทแห่งนี้เมื่ออายุ 22 ปี จงหาว่า

- 1) เมื่อวิวัฒน์อายุ 35 ปี จะได้รับเงินเดือนเท่าใด
- 2) ถ้าเงินเดือนสูงสุดที่พนักงานวุฒิปริญญาตรีจะได้รับ คือ 70,000 บาท แล้ววิวัฒน์จะได้รับเงินเดือนสูงสุดเมื่ออายุเท่าใด

**วิธีทำ** จากโจทย์ สามารถใช้แนวคิดเดียวกับการคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น โดยให้  $P$  แทนเงินเดือนเริ่มต้นสำหรับพนักงานวุฒิปริญญาตรี  $i$  แทนร้อยละของเงินเดือนที่เพิ่มขึ้นต่อปี

$$\text{และ } r = \frac{i}{100}$$

$$\text{จะได้ } P = 15,000 \text{ และ } r = \frac{5}{100} = 0.05$$

1) ในที่นี้  $n = 35 - 22 = 13$

จากทฤษฎีบท 7 จะได้ว่าเมื่อวิวัฒน์มีอายุ 35 ปี เขาจะได้รับเงินเดือนประมาณ  $15,000(1+0.05)^{13} \approx 28,284.74$  บาท

2) จากโจทย์ เงินเดือนสูงสุดที่พนักงานวุฒิปริญญาตรีจะได้รับ คือ 70,000 บาท จากทฤษฎีบท 7 จะได้

$$\begin{aligned} 15,000(1+0.05)^n &= 70,000 \\ (1.05)^n &= \frac{70,000}{15,000} \\ &\approx 4.66667 \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $(1.05)^{31} \approx 4.53804$  และ  $(1.05)^{32} \approx 4.76494$

จะได้  $15,000(1.05)^{31} \approx 68,070.60$  และ  $15,000(1.05)^{32} \approx 71,474.10$

นั่นคือ เมื่อวิวัฒน์ทำงานไปแล้ว 31 ปี เงินเดือนจะยังไม่ถึง 70,000 บาท แต่เมื่อวิวัฒน์ทำงานไปแล้ว 32 ปี จึงจะได้รับเงินเดือนสูงสุด 70,000 บาท ดังนั้น วิวัฒน์จะได้รับเงินเดือนสูงสุดเมื่ออายุ  $22 + 32 = 54$  ปี



## แบบฝึกหัด 1.3

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริงบวก

1)  $\frac{27^{\frac{2}{3}}}{3^2}$

2)  $(0.25)^{\frac{3}{2}}$

3)  $\left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{2}{3}}$

4)  $(-27)^{\frac{2}{3}}$

5)  $3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}$

6)  $\left(7^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{7}{2}}$

7)  $(-1000)^{-\frac{4}{3}}$

8)  $5^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{4}{3}}$

9)  $8^{\frac{5}{3}} \times 8^{-\frac{4}{3}}$

10)  $(0.5)^{\frac{7}{2}} \times (0.5)^{-\frac{3}{2}}$

11)  $10^{\frac{5}{3}} \times 10^{-\frac{8}{3}}$

12)  $\frac{2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{5}{2}}}{2}$

13)  $\frac{2^3 \times 8^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{8}}$

14)  $\frac{8^{\frac{1}{3}} + 7}{27^{\frac{1}{3}}}$

15)  $\frac{88^{\frac{2}{3}}}{11^{\frac{2}{3}}}$

16)  $\frac{2^{\frac{2}{3}} \times 12^{\frac{2}{3}}}{18^{\frac{1}{3}}}$

17)  $\frac{30^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}}$

18)  $\frac{8 \times 3^{\frac{5}{3}} \times 6^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{5}{2}}}$

2. ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวก จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริงบวก

1)  $\left(\frac{x^{-4}}{4y^6}\right)^{\frac{1}{2}}$

2)  $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{-\frac{3}{2}}}\right)^3$

3)  $9x^{\frac{3}{2}}(3x)^{-\frac{1}{2}}$

4)  $\left(\frac{27x^6}{y^{\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{2}{3}}$

3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $(\sqrt[3]{10})^3$

2)  $\sqrt[3]{(-12)^3}$

3)  $\sqrt{14}\sqrt{56}$

4)  $\sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{36}$

5)  $\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$

6)  $5\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{108}$

7)  $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{192}$

8)  $3\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt[4]{64}$

9)  $\sqrt{5}(2\sqrt{3} - 2\sqrt{5})$

10)  $(\sqrt{7} + 4\sqrt{5})^2$

11)  $\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{8}} - \sqrt[8]{1024} + \frac{\sqrt[8]{324}}{\sqrt[4]{9}}$

12)  $4(9)^{\frac{1}{6}} + 3(24)^{\frac{1}{3}} - \frac{2(48^{\frac{2}{3}})}{144^{\frac{1}{6}}}$

4. ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวก จงทำให้พจน์ต่อไปนี้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt{72x^3}$

2)  $\sqrt{54xy^4}$

3)  $\sqrt{\frac{32x^4}{y^2}}$

4)  $\sqrt[4]{(3x^2)^4}$

5)  $x^2\sqrt{4x^3} - 2x\sqrt{x^5} + \sqrt{9x^7}$

6)  $(\sqrt{12x^3y})(\sqrt{27xy})$

5. จงเติมเครื่องหมาย  $<$  หรือ  $=$  หรือ  $>$  ใน  $\square$  ที่ทำให้แต่ละข้อความต่อไปนี้เป็นจริง พร้อมแสดงแนวคิด

1)  $27^{\frac{2}{3}}$   $\square$   $9^{\frac{3}{2}}$

2)  $2\left(18^{\frac{1}{2}}\right)$   $\square$   $3\left(4^{\frac{1}{4}}\right)$

3)  $18^{\frac{2}{3}}12^{\frac{2}{3}}$   $\square$   $6^{\frac{3}{2}}6^{\frac{1}{2}}$

4)  $7^37^{\frac{1}{5}}$   $\square$   $49^{\frac{1}{10}}$

5)  $\left(4^{\frac{3}{2}}\right)^2$   $\square$   $\frac{4^{\frac{3}{2}}}{8^{-2}}$

6. ในวันที่มีอากาศสดใส ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนชั้นสูงสุดของตึก เขาสามารถมองไปได้ไกลเป็นระยะที่สามารถคำนวณได้จาก  $d = 3.57\sqrt{h}$  เมื่อ  $d$  แทนระยะที่สามารถมองไปได้ (มีหน่วยเป็นกิโลเมตร) และ  $h$  แทนความสูงของตึก ณ จุดที่ยืน (มีหน่วยเป็นเมตร) จงหาว่าถ้าเขาอยู่บนตึกที่สูง 49 เมตร แล้วเขาจะสามารถมองไปได้ไกลที่สุดประมาณกี่กิโลเมตร

7. ถ้าน้ำหนักของวาฬสามารถคำนวณได้จาก  $W = (0.0016)L^{\frac{12}{5}}$  เมื่อ  $W$  แทนน้ำหนักของวาฬ (มีหน่วยเป็นตัน) และ  $L$  แทนความยาวของวาฬ (มีหน่วยเป็นฟุต) จงหาว่าถ้าวาฬมีความยาว 32 ฟุต แล้ววาฬจะมีน้ำหนักประมาณกี่ตัน

8. กำหนดให้  $n$  แทนจำนวนประชากรเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ปี โดยที่  $n = n_0(1+r)^t$  เมื่อ  $n_0$  แทนจำนวนประชากรตอนเริ่มต้น และ  $r$  แทนอัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากรต่อปี ถ้าใน พ.ศ. 2561 จังหวัดหนึ่งมีประชากร 112,000 คน และมีอัตราการเพิ่มของประชากร 4% ต่อปี แล้วใน พ.ศ. 2571 จังหวัดนี้จะมีประชากรประมาณเท่าใด

9. ธนาคารแห่งหนึ่งกำหนดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 0.75 ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี

- ถ้าฝากเงิน 50,000 บาท โดยไม่มีการถอนเงิน จงหาจำนวนเงินฝากในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่ 10 และดอกเบี้ยทั้งหมดที่ได้รับ
- ถ้าต้องการให้มีเงินในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่ 15 เป็นจำนวนเงิน 150,000 บาท จะต้องฝากเงินต้นไว้อย่างน้อยเท่าใด

10. ธนิกฝากเงิน 20,000 บาท กับธนาคารแห่งหนึ่งที่คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปีเป็นเวลา 5 ปี โดยที่ไม่มีการฝากและถอนเงินในระหว่างนี้ เมื่อครบ 5 ปี พบว่ามีเงินรวม 22,081.62 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารกำหนดสำหรับเงินฝากนี้

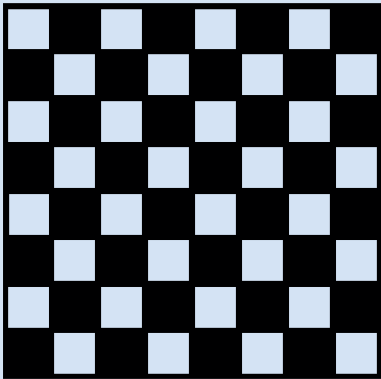
11. บริษัทแห่งหนึ่งกำหนดเงินเดือนเริ่มต้นสำหรับพนักงานวุฒิปริญญาตรี 18,000 บาท โดยเงินเดือนจะเพิ่มขึ้นร้อยละ 7 ต่อปี และเงินเดือนสูงสุดที่พนักงานวุฒิปริญญาตรีจะได้รับคือ 80,000 บาท ถ้าสายธารมีวุฒิปริญญาตรีและเริ่มทำงานที่บริษัทแห่งนี้เมื่ออายุ 24 ปี จงหาว่า

- เมื่อสายธารอายุ 30 ปี จะได้รับเงินเดือนเท่าใด
- สายธารต้องทำงานอย่างน้อยกี่ปีจึงจะได้รับเงินเดือนเกิน 50,000 บาท
- สายธารจะได้รับเงินเดือนสูงสุดเมื่ออายุเท่าใด



กิจกรรม : ปัญหาพระราช

ตามตำนานอินเดียโบราณ Sissa Ben Dahir เป็นขุนนางของพระราช Shirham โดย Sissa ได้คิดค้นเกมที่ใช้เล่นบนกระดาน ซึ่งเรียกว่า “หมากรุก” ขึ้น



กระดานหมากรุก ขนาด 8 × 8

พระราชชาติตัดสินใจที่จะให้รางวัล Sissa สำหรับความทุ่มเทของเขา พระราชจึงได้ตรัสถาม Sissa ว่าต้องการสิ่งใดเป็นรางวัล Sissa ได้คิดอย่างรอบคอบและขอสิ่งต่อไปนี้จากพระราช

- ขอข้าว 1 เมล็ด สำหรับช่องที่ 1 ของกระดานหมากรุก
- ขอข้าว 2 เมล็ด สำหรับช่องที่ 2 ของกระดานหมากรุก
- ขอข้าว 4 เมล็ด สำหรับช่องที่ 3 ของกระดานหมากรุก
- ขอข้าว 8 เมล็ด สำหรับช่องที่ 4 ของกระดานหมากรุก
- ขอข้าว 16 เมล็ด สำหรับช่องที่ 5 ของกระดานหมากรุก

และเพิ่มเมล็ดข้าวในรูปแบบเดียวกันนี้ต่อไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 64 ช่อง

พระราชตรัสว่า นี่คือการขอที่เล็กน้อยมาก และตกลงจะมอบรางวัลให้ตามที่ Sissa ขอ

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. เติมจำนวนเมล็ดข้าวลงในตารางให้สมบูรณ์

| กระดานหมากรุกช่องที่ | จำนวนเมล็ดข้าว | จำนวนเมล็ดข้าวสะสม |
|----------------------|----------------|--------------------|
| 1                    |                |                    |
| 2                    |                |                    |
| 3                    |                |                    |
| 4                    |                |                    |
| 5                    |                |                    |
| 6                    |                |                    |
| 7                    |                |                    |
| 8                    |                |                    |
| 9                    |                |                    |
| 10                   |                |                    |

2. ใช้ข้อมูลจากตารางในข้อ 1 เขียนแสดงจำนวนเมล็ดข้าวสำหรับกระดานหมากรุกช่องที่  $n$  ในรูปเลขยกกำลัง
3. พระราชต้องหาเมล็ดข้าวจำนวนเท่าใดสำหรับช่องกระดานช่องสุดท้ายของกระดานหมากรุก
4. ใช้ข้อมูลจากตารางในข้อ 1 เขียนแสดงจำนวนเมล็ดข้าวสะสมช่องที่ 1 จนถึงช่องที่  $n$  ในรูปเลขยกกำลัง
5. จำนวนเมล็ดข้าวที่ Sissa จะได้รับทั้งหมดเป็นเท่าใด
6. ถ้าเมล็ดข้าว 1 เมล็ดหนัก 0.000008 กิโลกรัมโดยประมาณแล้ว จงหาน้ำหนักรวมของเมล็ดข้าวทั้งหมดที่ Sissa ขอจากพระราช
7. ถ้าในแต่ละปีมีผลผลิตข้าวในโลกรวมทั้งหมดประมาณ 580 ล้านตัน แล้วจะต้องใช้เวลาอย่างน้อยกี่ปี จึงจะมีจำนวนเมล็ดข้าวครบตามที่ Sissa ขอจากพระราช (1 ตัน เท่ากับ 1,000 กิโลกรัม)



แบบฝึกหัดท้ายบท

1 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

1)  $\frac{2 \times 5^0 \times 3^{-3}}{3^{-3} \times 8}$

2)  $\frac{2 \times 6^{-2} \times 3^3}{9^{-3} \times 8}$

3)  $(3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 + 3^5)^0$

4)  $\frac{12^3 \times 10^{-1} \times 30^2}{4^2 \times 15^2 \times 6^{-2}}$

2 ให้  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ จงทำให้พจน์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

1)  $\frac{x^2 y^{-3}}{x^4 y^2}$

2)  $\frac{x^9 (2x)^4}{x^3}$

3)  $\frac{(6x^2 y^{-5} z)^2}{2(x^{-2} yz)^3}$

4)  $(2xy^{-1})(xy^2)^{-2}$

5)  $\left(\frac{1}{3x^2 y^{-3}}\right)^{-2}$

6)  $\left(\frac{x^{-1} yz^{-2}}{y^{-5} zx^{-8}}\right)^{-1}$

3 จงหา

1) รากที่ 2 ของ 121

2) รากที่ 3 ของ 396

3) รากที่ 4 ของ -81

4) รากที่ 5 ของ -32

4 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $(0.027)^{\frac{2}{3}}$

2)  $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$

3)  $16^{-\frac{1}{4}}$

4)  $(-125)^{-\frac{1}{3}}$

5)  $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$

6)  $0.5^{\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{3}{2}}$

7)  $\left(4^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{7}{5}}$

8)  $\frac{12^{\frac{2}{3}}}{18^{\frac{1}{3}}}$

9)  $\frac{5^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}}}{10^{\frac{2}{3}}}$

10)  $\frac{5^{\frac{2}{3}} \times 32^{\frac{2}{3}}}{50^{\frac{1}{3}}}$

11)  $\frac{2^{\frac{2}{3}} \times 10^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}}$

12)  $\frac{2 \times 6^{-\frac{3}{2}} \times 3}{9^{-\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{3}{2}}}$

5 จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1)  $\sqrt[3]{3^2 \times 4^2 \times 6}$

2)  $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{375}$

3)  $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 2\sqrt{5}$

4)  $(5\sqrt{2} + 1)(5\sqrt{2} - 1)$

5)  $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$

6)  $3\sqrt{5}(\sqrt{10} + 2\sqrt{5})$

7)  $(\sqrt{5} - 2)(2\sqrt{5} - 1)$

8)  $(\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)$

9)  $(2\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - 3\sqrt{7})$

10)  $(\sqrt{98} - \sqrt{18})(\sqrt{8} + \sqrt{50})$

11)  $\frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[3]{5}}$

12)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{1296} + \frac{\sqrt{867}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{32}}{\sqrt[4]{4}} \right)$

13)  $\frac{15}{\sqrt[3]{135}} - \frac{15}{\sqrt[3]{25}} + \frac{15}{\sqrt[3]{125}}$

14)  $2^{\frac{1}{3}} \left( 2 \left( 108^{\frac{1}{3}} \right) - \frac{3}{432^{\frac{1}{3}}} - \frac{288^{\frac{1}{3}}}{24^{\frac{2}{3}}} \right)$

6 ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวก จงทำให้พจน์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริงบวก

1)  $3\sqrt{4x^5} - 5x\sqrt{36x^3}$

2)  $x\sqrt[3]{8x} - 4\sqrt[3]{27x^4} + \frac{\sqrt[3]{675x^6}}{\sqrt[3]{25x^2}}$

3)  $\left(\frac{27x^3}{y^6}\right)^{\frac{2}{3}}$

4)  $\left(\frac{125x^3 y^4}{27x^{-6} y}\right)^{\frac{1}{3}}$

5)  $\left(6x^{\frac{1}{2}} y\right)^{-2} \left(3xy^{\frac{1}{2}}\right)^2$

6)  $\left(\frac{x^{-2} y^{-\frac{3}{2}}}{27xy^{\frac{1}{2}}}\right)^{-\frac{2}{3}}$

- 7 ให้  $a, b, x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวก จงทำให้พจน์ต่อไปนี้อยู่ในรู้อย่างง่ายและตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

1)  $\frac{\sqrt{432a^3b^5}}{\sqrt{144ab^2}}$

2)  $\sqrt[3]{\frac{5a^3}{27b}}$

3)  $\sqrt{\frac{40x^2y^5}{3a^2b^5}}$

4)  $\left(\sqrt{\frac{11a^3b}{2xy^3}}\right)\left(\sqrt{\frac{22x^2y}{25ab}}\right)$

- 8 จงเติมเครื่องหมาย  $<$  หรือ  $=$  หรือ  $>$  ใน  $\square$  ที่ทำให้แต่ละข้อความต่อไปนี้เป็นจริง พร้อมแสดงแนวคิด

1)  $2\sqrt{2}\sqrt{5} \square 3\sqrt{5}$

2)  $(\sqrt[3]{-56})(\sqrt[3]{-49}) \square (\sqrt[3]{48})(\sqrt[3]{36})$

3)  $(-8)^{\frac{2}{3}} \square (-64)^{\frac{1}{3}}$

4)  $3(-27)^{\frac{2}{3}} \square -2(9)^{\frac{3}{2}}$

5)  $2(-8)^{\frac{1}{3}} \square -3(2)^{\frac{1}{2}}$

6)  $2^{-1}4^{\frac{1}{2}}8^{\frac{3}{2}} \square \frac{4^{\frac{1}{2}}}{8^{-\frac{3}{2}}}$

7)  $3^13^{\frac{3}{2}}3^{\frac{2}{3}} \square \frac{\sqrt[4]{54}\sqrt[4]{6}}{\sqrt[3]{8}}$

- 9 กำหนดให้  $n$  แทนจำนวนประชากรเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ปี โดยที่  $n = n_0(1+r)^t$  เมื่อ  $n_0$  แทนจำนวนประชากรตอนเริ่มต้น และ  $r$  แทนอัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากรต่อปี ใน พ.ศ. 2559 พบว่า โลกมีประชากรทั้งหมด 7.4 พันล้านคน ถ้าอัตราการเพิ่มของประชากรโลกเป็น 1.13% ต่อปี แล้วโลกจะมีจำนวนประชากรประมาณเท่าใดใน พ.ศ. 2586

- 10 ในเมืองหนึ่งมีประชากรอาศัยอยู่ 10,000 คน ถ้า  $n$  แทนจำนวนประชากรเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ปี โดยที่  $n = 10000(1.3)^{\frac{t}{10}}$  แล้วในอีก 10 ปีข้างหน้า จะมีจำนวนประชากรในเมืองนี้ประมาณกี่คน

- 11 กำหนดให้  $S$  แทนค่าประมาณของพื้นที่ของผิวหนังของมนุษย์ (มีหน่วยเป็นตารางฟุต) หาได้จาก  $S = (0.1091)(wh)^{0.5}$  เมื่อ  $h$  แทนความสูง (มีหน่วยเป็นนิ้ว) และ  $w$  แทนน้ำหนัก (มีหน่วยเป็นปอนด์) จงหาค่าประมาณของพื้นที่ของผิวหนังของคนที่สูง 5 ฟุต 4 นิ้ว และหนัก 180 ปอนด์

- 12 ในการปรับปริมาณการให้ยาชนิดหนึ่งกับคนไข้ พบว่า เมื่อรับประทานยาแล้ว ร่างกายจะขับยาที่เป็นส่วนเกินออกทางปัสสาวะ ให้  $A$  เป็นปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ชั่วโมง (มีหน่วยเป็นมิลลิกรัม) ถ้าคนไข้ได้รับยาชนิดนี้ 10 มิลลิกรัม จะได้ว่า  $A = 10(0.8)^t$  ถ้าต้องการให้ปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายน้อยกว่า 1 มิลลิกรัม แล้วจะต้องใช้เวลาอย่างน้อยกี่ชั่วโมง

- 13 เมื่อ ค.ศ. 1609 – 1618 โยฮันเนส เคพลอร์ (Johannes Kepler) นักดาราศาสตร์ชาวเยอรมัน ได้สร้างกฎของเคพลอร์ (Kepler's Laws) ซึ่งสามารถหาระยะทางเฉลี่ยจากดาวเคราะห์ไปยังดวงอาทิตย์ได้จากสมการ  $a = p^{\frac{2}{3}}$  เมื่อ  $a$  แทนระยะทางเฉลี่ยจากดาวเคราะห์ไปยังดวงอาทิตย์มีหน่วยเป็น AU (Astronomical Unit) และ  $p$  แทนเวลาที่ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์ 1 รอบ มีหน่วยเป็นปี ถ้าดาวเนปจูนมีเวลาโคจรรอบดวงอาทิตย์ประมาณ 165 ปี แล้วระยะทางเฉลี่ยจากดาวเนปจูนไปยังดวงอาทิตย์เป็นเท่าใด



เสริมสมอง : ดาราศาสตร์

ระยะทาง 1 หน่วยดาราศาสตร์ (Astronomical Unit: AU) คือ ระยะทางเฉลี่ยจากโลกถึงดวงอาทิตย์มีค่าประมาณ  $1.496 \times 10^{11}$  เมตร

- 14 ธนาคารแห่งหนึ่งกำหนดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4 ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี
- 1) กรฝากเงินไว้กับธนาคารแห่งนี้ 100,000 บาท ถ้าเขาปิดบัญชีกับธนาคารเมื่อฝากครบ 50 ปี แล้วจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด
  - 2) ถ้าต้องการให้มีเงินในบัญชีเมื่อสิ้นปีที่ 30 เป็นจำนวนเงิน 10,000,000 บาท แล้วต้องฝากเงินต้นไว้อย่างน้อยเท่าใด
- 15 ญาติฝากเงิน 50,000 บาท กับธนาคารแห่งหนึ่งที่คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปีเป็นเวลา 10 ปี โดยที่ไม่มีการฝากและถอนเงินในระหว่างนี้ เมื่อครบ 10 ปี พบว่ามีเงินรวม 67,195.82 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารกำหนดสำหรับเงินฝากนี้
- 16 นายแพทย์ศุภกุลอายุ 24 ปี เป็นแพทย์ที่ได้รับปริญญาแพทยศาสตรบัณฑิตและได้รับใบอนุญาตประกอบวิชาชีพเวชกรรม ได้เงินเดือนเริ่มต้นเดือนละ 17,920 บาท และแพทย์หญิงวัฒนาอายุ 27 ปี เป็นแพทย์ที่ได้รับวุฒิปัตร์แสดงความรู้ความชำนาญในการประกอบวิชาชีพเวชกรรมของแพทยสภาที่มีกำหนดเวลาศึกษาอบรมไม่น้อยกว่า 3 ปี ต่อจากวุฒิปริญญาแพทยศาสตรบัณฑิตและได้รับใบประกอบวิชาชีพเวชกรรม ได้เงินเดือนเริ่มต้นเดือนละ 20,000 บาท กำหนดให้เงินเดือนของแพทย์เพิ่มขึ้นร้อยละ 6 ต่อปี จงหาว่า
- 1) เมื่อทั้งสองคนมีอายุ 30 ปี ใครจะมีเงินเดือนมากกว่ากันและมากกว่ากันเท่าใด
  - 2) ถ้าเงินเดือนสูงสุดที่แพทย์จะได้รับ คือ 76,800 บาท แล้วนายแพทย์ศุภกุลและแพทย์หญิงวัฒนาจะได้รับเงินเดือนสูงสุดเมื่ออายุเท่าใด