

คำอธิบายรายวิชา

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เวลาเรียน 100 ชั่วโมง จำนวน 2.5 หน่วยกิต

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการให้เหตุผลในสาระต่อไปนี้
เซต ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซตและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต สมาชิกของเซต การเขียนแทนเซต ประเภทของเซต ความสัมพันธ์ระหว่างเซตสองเซต สับเซต เพาเวอร์เซต การดำเนินการของเซต (ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต) แผนภาพเวนนิง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต และแผนภาพเวนนิง

ตรรกศาสตร์ ประพจน์ การเชื่อมประพจน์ การหาค่าความจริงของประพจน์ การสร้างตารางค่าความจริง รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน สัจนิรันดร์ การอ้างเหตุผล ประโยคเปิด ตัวบ่งปริมาณ ค่าความจริงของประโยค ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

จำนวนจริง จำนวนจริง ระบบจำนวนจริง พหุนามตัวแปรเดียว การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการพหุนามตัวแปรเดียว เศษส่วนของพหุนาม สมการเศษส่วนของพหุนาม การไม่เท่ากันของจำนวนจริง อสมการ พหุนามตัวแปรเดียว ค่าสัมบูรณ์ สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ทักษะ และสมรรถนะในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ส่งเสริมให้นักเรียนเห็นคุณค่า และมีเจตคติที่ดี ต่อคณิตศาสตร์ ใฝ่เรียนรู้ ฝึกฝนด้วยความมุ่งมั่น ซื่อสัตย์ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีวิจารณญาณ และสามารถ นำความรู้ ทักษะ และสมรรถนะที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในการศึกษาต่อและการดำรงชีวิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ผลการเรียนรู้

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล
- เข้าใจจำนวนจริงและใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหา
- แก้สมการและอสมการพหุนามตัวแปรเดียว ดีกรีไม่เกินสี่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
- แก้สมการและอสมการเศษส่วนของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
- แก้สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

รวมทั้งหมด 6 ผลการเรียนรู้

หนังสือเรียน
รายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔
เล่ม ๑



ผู้เรียบเรียง

อาจารย์สุวรรณี ทองพันชั่ง

ผู้ตรวจ

ดร.กิตติปกรณ อัมเถื่อน

อาจารย์เจริญ ราคาแก้ว

อาจารย์ภาณุวัฒน์ เกียรติณฤมณ

บรรณาธิการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิรัช นิลสระคู

สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)

๑๒๕๖/๙ ถนนนครไชยศรี แขวงถนนนครไชยศรี เขตดุสิต กรุงเทพฯ ๑๐๓๐๐

โทร. ๐-๒๒๔๓-๘๐๐๐ (อัตโนมัติ ๑๕ สาย), ๐-๒๒๔๑-๘๙๙๙

แฟกซ์ : ทุกหมายเลข, แฟกซ์อัตโนมัติ : ๐-๒๒๔๑-๔๑๓๑, ๐-๒๒๔๓-๗๖๖๖

website : www.iadth.com

สงวนลิขสิทธิ์

บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

พ.ศ. ๒๕๖๗

พิมพ์ครั้งที่ ๑ จำนวน ๑๐,๐๐๐ เล่ม

ISBN : 978-616-05-5119-4

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 นี้ เป็นหนังสือที่จัดทำขึ้นตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเนื้อหาในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เล่มนี้ มีทั้งหมด 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตรรกศาสตร์ และหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนจริง

เนื้อหาภายในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมจะประกอบด้วย เนื้อหาเพื่อให้เกิดการต่อยอดองค์ความรู้และเรียนรู้อย่างลึกซึ้งจากการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์รายวิชาพื้นฐาน มีเนื้อหาที่ไม่ได้เชื่อมโยงกับการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์รายวิชาพื้นฐาน เช่น สาระการวัดและเรขาคณิต และสาระแคลคูลัส มีสรุปความคิดรวบยอด ตัวอย่าง เกร็ดความรู้ แบบฝึกหัดที่เหมาะสม และมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อที่จะมุ่งส่งเสริมพัฒนาความรู้ ความเข้าใจ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้เกิดการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง อีกทั้งมีการส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลายและพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนตามศักยภาพ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการเน้นบทบาทของผู้เรียนเป็นสำคัญ

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 นี้ จะเป็นประโยชน์ในการเรียนรู้ ส่งเสริมพัฒนาเด็กไทยให้รักและมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอในการพัฒนาคุณภาพชีวิต สามารถใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นสูงต่อไปได้เป็นอย่างดี

อาจารย์สุวรรณ์ ทองพันธุ์
สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)

สารบัญ

หน้า

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

1

เซต

5

1. เซต	6
2. การดำเนินการระหว่างเซต	25
2.1 อินเตอร์เซกชัน (intersection)	25
2.2 ยูเนียน (union)	28
2.3 คอมพลีเมนต์ (complement)	31
2.4 ผลต่างระหว่างเซต (difference of sets)	33
3. การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและแผนภาพเวนน	40
แบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 1	49

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

2

ตรรกศาสตร์

53

1. ประพจน์	54
2. การเชื่อมประพจน์	56
2.1 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ (and)”	57
2.2 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ (or)”	57
2.3 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว... (if...then...)”	59
2.4 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ (if and only if)”	59
2.5 นิเสธ (negation) ของประพจน์	60
3. การหาค่าความจริงของประพจน์	64
4. การสร้างตารางค่าความจริง	67
5. รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน	69
6. สัจนิรันดร์	73
7. การอ้างเหตุผล	76
8. ประโยคเปิด	81
9. ตัวบ่งปริมาณ	82
10. ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว	84
11. สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ	88
แบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 2	92

หน่วยการเรียนรู้ที่

3

จำนวนจริง

97

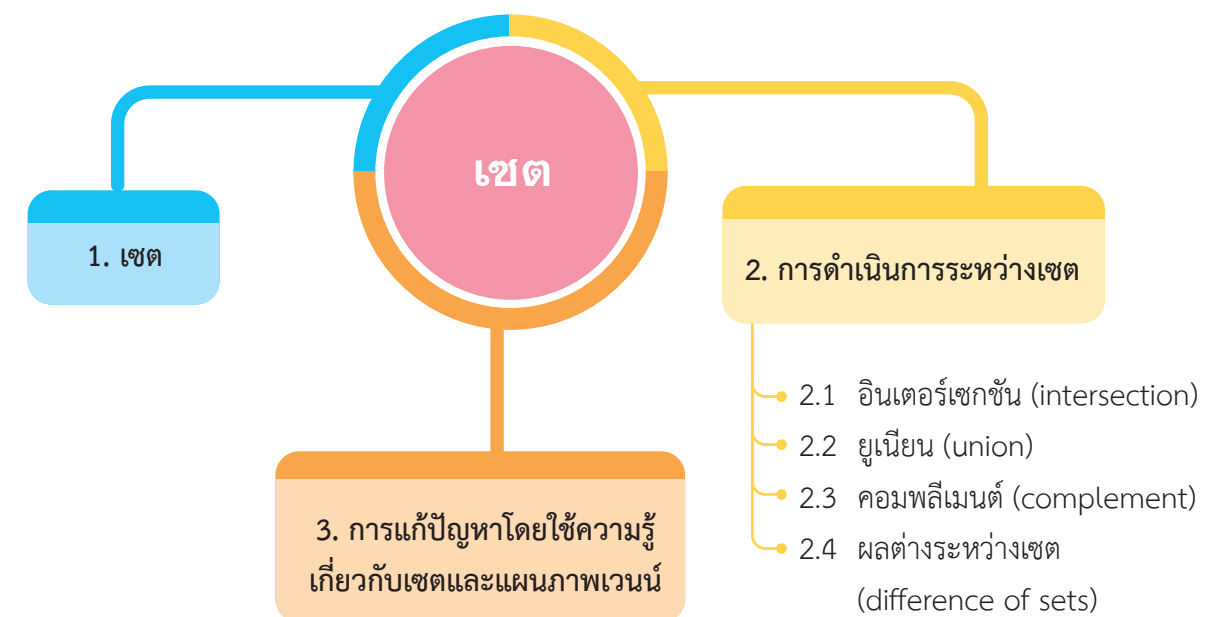
1. จำนวนจริง	98
2. ระบบจำนวนจริง	102
3. พหุนามตัวแปรเดียว	108
4. การแยกตัวประกอบของพหุนาม	115
5. สมการพหุนามตัวแปรเดียว	124
6. เศษส่วนของพหุนาม	127
7. สมการเศษส่วนของพหุนาม	131
8. การไม่เท่ากันของจำนวนจริง	134
9. อสมการพหุนามตัวแปรเดียว	136
10. ค่าสัมบูรณ์	146
11. สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว	148

แบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

156



แผนผังสาระการเรียนรู้



ผลการเรียนรู้

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

1. เซต

เซต (set) เป็นคำที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์เพื่อกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งอาจรวมกันเป็นกลุ่มหมวดหมู่ ประเภท ชุด กอง พวก ผุ้ง หรืออื่น ๆ โดยเมื่อกล่าวถึงกลุ่มใดแล้วจะต้องสามารถระบุได้อย่างแน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม และสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม เช่น

- เซตของชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์ ประกอบไปด้วย วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ วันเสาร์ และวันอาทิตย์
- เซตของสระในภาษาอังกฤษ ประกอบไปด้วย a, e, i, o, u และ y
- เซตของจังหวัดที่มีชื่อขึ้นต้นด้วยตัวอักษร “ต” ประกอบไปด้วย ตรัง ตราด และตาก
- เซตของเลขโดด ประกอบไปด้วย 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9



ควรระวัง

กลุ่มของสิ่งที่ไม่สามารถทราบแน่ชัดว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม เราจะไม่เรียกว่าเป็นเซต เช่น เซตของคนสวยหรือเซตของคนดี เพราะคำว่าสวยและดีเป็นสิ่งที่ไม่สามารถวัดได้อย่างชัดเจน และแต่ละคนอาจมีความคิดเห็นไม่เหมือนกัน

ข้อตกลงเกี่ยวกับเซต

- โดยทั่วไป เรานิยมใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ A, B, C, ..., Z แทนชื่อของเซต เช่น
 - A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่หาร 30 ลงตัว
 - B เป็นเซตของจำนวนนับที่มีค่าไม่เกิน 10
 - C เป็นเซตของเดือนที่มี 30 วัน
 และนิยมใช้สัญลักษณ์ของอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก a, b, c, ..., z แทนสมาชิกของเซต
- กำหนดสัญลักษณ์แทนเซตของจำนวนต่าง ๆ ดังนี้
 - R แทน เซตของจำนวนจริง
 - R^+ แทน เซตของจำนวนจริงบวก
 - R^- แทน เซตของจำนวนจริงลบ
 - Q แทน เซตของจำนวนตรรกยะ
 - Q^+ แทน เซตของจำนวนตรรกยะบวก
 - Q^- แทน เซตของจำนวนตรรกยะลบ
 - I แทน เซตของจำนวนเต็ม
 - I^+ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก
 - I^- แทน เซตของจำนวนเต็มลบ
 - N แทน เซตของจำนวนนับ
 - P แทน เซตของจำนวนเฉพาะ

สมาชิกของเซต (element or member)

สมาชิกของเซต หมายถึงสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในเซต เช่น เซตของจำนวนเฉพาะที่มีค่าไม่เกิน 10 มีสมาชิก ได้แก่ 2, 3, 5 และ 7 เซตของคำตอบของสมการ $x^2 + 3x - 28 = 0$ มีสมาชิก ได้แก่ -7 และ 4

ใช้สัญลักษณ์ “ $\in$ ” แทนคำว่า “เป็นสมาชิกของ”

“ $\notin$ ” แทนคำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ”

เช่น ถ้า A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่หาร 30 ลงตัว จะได้ว่า

$$1 \in A$$

$$5 \in A$$

$$7 \notin A$$

$$\text{มกราคม} \notin A$$

$$\sqrt{5} \notin A$$



ควรรู้

ถ้าให้ A แทนเซต จำนวนสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย $n(A)$

การเขียนแสดงเซต สามารถเขียนได้ 2 แบบ ดังนี้

1) **แบบแจกแจงสมาชิก** ให้เขียนสมาชิกทุกตัวของเซตในเครื่องหมายปีกกา “{ }” และใช้เครื่องหมายจุลภาค “,” คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น

A เป็นเซตของจำนวนเฉพาะที่มีค่าน้อยกว่า 50

จะได้ว่า $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$

B เป็นเซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษ

จะได้ว่า $B = \{a, b, c, d, \dots, z\}$

C เป็นเซตของจำนวนเต็ม

จะได้ว่า $C = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$



ข้อสังเกต

- จาก B เราจะเห็นว่า ในกรณีที่เซตนั้นมีสมาชิกจำนวนมากไม่สะดวกที่จะเขียนได้ครบทุกตัว เราจะใช้สัญลักษณ์ “...” เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกตัวอื่น ๆ ในเซตอีก
- จาก C เราจะเห็นว่าในกรณีที่เซตนั้นมีสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน เราจะใช้สัญลักษณ์ “...” เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกต่อไปอีกเรื่อย ๆ ไม่มีที่สิ้นสุด

เราเรียกเซตที่ไม่มีสมาชิกว่า **เซตว่าง (empty set หรือ null set)**

เขียนแทนด้วย { } หรือ $\emptyset$ เช่น

$$E = \{x \in I^- \mid x + 3 = 5\}$$

จะได้ว่า $E = \emptyset$

ข้อตกลงในการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

- สมาชิกในเซตสามารถเขียนสลับตำแหน่งกันได้ โดยถือว่าเป็นเซตเดียวกัน เช่น $\{a, b\}$ และ $\{b, a\}$
- เราจะเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น นั่นคือ สมาชิกแต่ละตัวที่เราแจกแจงต้องไม่ซ้ำกัน หรือถ้าซ้ำกันถือว่าเป็นเซตเดียวกัน เช่น เซตของพยัญชนะในคำว่า “บรรจง” คือ $\{บ, ร, ร, จ, ง\} = \{บ, ร, จ, ง\}$

2) **แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก** เป็นวิธีการเขียนเซตโดยใช้ตัวแปรแทนสมาชิกและเขียนระบุสมบัติหรือเงื่อนไข โดยใช้เครื่องหมาย “|” แทนคำว่า “โดยที่” เช่น

$$A = \{ก, ข, ช, ค, \dots, ฮ\}$$

$$\text{จะได้ } A = \{x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะในภาษาไทย}\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$\text{จะได้ } B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกคี่}\}$$

$$B = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$$

$$B = \{x \mid x^2 = 5\}$$

ตัวอย่างที่ 1 เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก พร้อมทั้งระบุจำนวนสมาชิกของเซต

$$1) A = \{x \mid x \text{ เป็นจังหวัดในประเทศไทยที่ขึ้นต้นด้วยคำว่า “นคร”}\}$$

$$\text{ตอบ } A = \{\text{นครนายก, นครปฐม, นครสวรรค์, นครพนม, นครราชสีมา, นครศรีธรรมราช}\}$$

$$n(A) = 6$$

$$2) B = \{x \in \mathbb{N} \mid -3 \leq x < 6\}$$

$$\text{ตอบ } B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$n(B) = 5$$

$$3) C = \{x \in \mathbb{I} \mid x^2 = 16\}$$

$$\text{ตอบ } C = \{-4, 4\}$$

$$n(C) = 2$$

$$4) D = \{x \mid x = \frac{n}{n+1} \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N}\}$$

$$\text{ตอบ } D = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\right\}$$

จำนวนสมาชิกของ D มีมากมายนับไม่ถ้วน

$$5) E = \{x \in \mathbb{Q}^+ \mid x^3 = -1\}$$

$$\text{ตอบ } E = \emptyset$$

$$n(E) = 0$$



ควรระวัง

เซต B ระบุว่า x ที่ต้องการเป็นสมาชิกของเซตของจำนวนนับ ดังนั้น $-3, -2, -1, 0 \notin B$

ตัวอย่างที่ 2 เขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

$$1) A = \{\text{ปทุมธานี, อุตรธานี, อุทัยธานี, อุบลราชธานี, สุราษฎร์ธานี}\}$$

$$\text{ตอบ } A = \{x \mid x \text{ เป็นจังหวัดในประเทศไทยที่ลงท้ายด้วยคำว่า “ธานี”}\}$$

$$2) B = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\text{ตอบ } B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่บวกที่มีค่าน้อยกว่า 8}\}$$

$$3) C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$\text{ตอบ } C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวก}\} \text{ หรือ}$$

$$C = \{x \mid x = 2n \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N}\}$$

$$4) D = \{\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots\}$$

$$\text{ตอบ } D = \{x \in \mathbb{I} \mid 3 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว}\} \text{ หรือ}$$

$$D = \{x \mid x = 3n \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{I}\}$$



ข้อสังเกต

บางเซตอาจเขียนแสดงเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้หลายแบบ แต่ต้องตรวจสอบว่าเงื่อนไขที่เขียนนั้นตรงกับสมาชิกทุกตัวของเซตที่เราสนใจหรือไม่

เซตจำกัดและเซตอนันต์

เซตจำกัด (finite set) คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือศูนย์ เช่น

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{x \mid 2x^2 - 2 = 0\} = \{-1, 1\}$$

จะเห็นได้ว่า เซต A มีสมาชิก 4 ตัว คือ 1, 2, 3 และ 4

เซต B มีสมาชิก 2 ตัว คือ -1 และ 1

เราจึงเรียก เซต A และเซต B ว่า เซตจำกัด

เซตอนันต์ (infinite set) คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เช่น

$$A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มลบ และ } x < -5\}$$

$$C = \{x \mid x^2 > 1\}$$

จะเห็นได้ว่า A, B และ C มีจำนวนสมาชิกมากมายไม่จำกัด เราเรียกเซต A, B และ C ว่า เซตอนันต์



ควรรู้

เซตว่างมีสมาชิกเท่ากับศูนย์ จึงได้ว่าเซตว่างเป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 3 ระบุจำนวนสมาชิกและประเภทของเซตต่อไปนี้

เซต	จำนวนสมาชิก	เซตจำกัด	เซตอนันต์
1) เซตของจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากกว่า -10	9	✓	
2) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มลบที่มากกว่า } 0\}$	0	✓	
3) $\{x \mid x^2 < 0\}$	0	✓	
4) $\{x \in \mathbb{I} \mid 3 \leq x < 10\}$	7	✓	
5) เซตของตัวประกอบเฉพาะของ 60	3	✓	
6) $\{x \in \mathbb{I} \mid \sqrt{x^2} = x \}$	มีมากมายไม่จำกัด		✓
7) $\{x \mid 2x + 3 = 2 + x\}$	1	✓	
8) $\{0, \{1\}, \{2, 3, \dots\}\}$	3	✓	
9) $\{x \mid -2 < x < 2\}$	มีมากมายไม่จำกัด		✓
10) $\{x \mid x^2 \geq 0\}$	มีมากมายไม่จำกัด		✓
11) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง } 9 \text{ และ } 10\}$	0	✓	
12) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ } 1 \text{ ถึง } 2\}$	2	✓	
13) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนตั้งแต่ } 1 \text{ และ } 2\}$	มีมากมายไม่จำกัด		✓
14) $\{\emptyset\}$	1	✓	
15) $\mathbb{R}$	มีมากมายไม่จำกัด		✓

เอกภพสัมพัทธ์ (relative universe) หมายถึง เซตที่ใช้ระบุขอบเขตของสิ่งที่กำลังจะพิจารณา ซึ่งมักเขียนแทนด้วย $\mathcal{U}$ โดยเมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใด ๆ จะไม่กล่าวถึงสมาชิกอื่นที่นอกเหนือจากสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์นั้น เช่น

กำหนดให้ $\mathcal{U}$ เป็นเซตของจำนวนจริง

ถ้า $A = \{x \mid x^2 = 16\}$ จะได้ $A = \{-4, 4\}$

ถ้า $B = \{x \mid x^3 = -8\}$ จะได้ $B = \{-2\}$

แต่ถ้า $\mathcal{U}$ เป็นเซตของจำนวนนับ จะได้ $A = \{4\}$ และ $B = \emptyset$



ควรระวัง

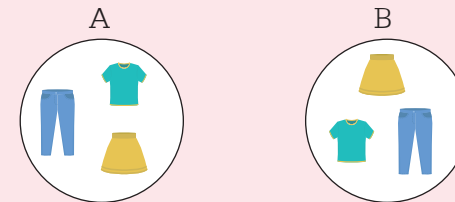
จะเห็นว่า เมื่อเอกภพสัมพัทธ์ต่างกัน จะได้สมาชิกของเซตที่ไม่เหมือนกันด้วย

เซตที่เท่ากัน (equal sets หรือ identical sets)



บทนิยาม

สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $A = B$



จากภาพ จะได้ว่า เซต A และเซต B มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว นั่นคือ $A = B$



ควรรู้

เซต A ไม่เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A \neq B$ หมายความว่า มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A

ตัวอย่างที่ 4

$$\begin{aligned}
 \text{กำหนดให้ } A &= \{0, 1, 3\} \\
 B &= \{-3, 4\} \\
 C &= \{0, \{1\}, 3\} \\
 D &= \{x \mid x^2 - x - 12 = 0\} \\
 E &= \{x \in \mathbb{I} \mid x^3 - 4x^2 + 3x = 0\}
 \end{aligned}$$

วิธีทำ

เขียนเซตทั้งหมดแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น

$$A = \{0, 1, 3\}$$

$$B = \{-3, 4\}$$

$$C = \{0, \{1\}, 3\}$$

$$D = \{-3, 4\}$$

$$E = \{0, 1, 3\}$$

ตอบ

$$A = E \text{ และ } B = D$$

เซตที่เทียบเท่ากัน (equivalent set)

เซต A จะเทียบเท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อจำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับจำนวนสมาชิกของเซต B หรือสมาชิกสามารถจับคู่กันได้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

เซต A เทียบเท่าเซต B เขียนแทนด้วย $A \leftrightarrow B$ หรือ $A \sim B$

เช่น $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{1, 3, 5\}$

เนื่องจาก $n(A) = 3$ และ $n(B) = 3$ แต่สมาชิกไม่เหมือนกันทุกตัว ดังนั้น $A \leftrightarrow B$

ตัวอย่างที่ 5 พิจารณาว่าเซตแต่ละคู่ต่อไปนี้ เป็นเซตที่เท่ากัน หรือเซตที่เทียบเท่ากัน

- 1) $A = \{\emptyset\}$ $B = \{\{\emptyset\}\}$
- 2) $C = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$ $D = \{x \mid (x+1)(x-3) = 0\}$
- 3) $E = \{x \in I^+ \mid x < 20\}$ $F = \{1, 2, \dots, 20\}$
- 4) $G = \{4, 3, \frac{8}{3}, \frac{5}{2}\}$ $H = \{x \mid x = 2 + \frac{2}{a} \text{ เมื่อ } a \in N \text{ และ } a < 5\}$

ตอบ

- 1) $A = \{\emptyset\}$
 $B = \{\{\emptyset\}\}$
 เนื่องจาก $n(A) = 1$ และ $n(B) = 1$ แต่สมาชิกไม่เหมือนกัน
 ดังนั้น $A \not\leftrightarrow B$
- 2) $C = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$
 $D = \{x \mid (x+1)(x-3) = 0\}$
 เนื่องจาก $C = \{-1, 3\}$ และ $D = \{-1, 3\}$
 ดังนั้น $C = D$
- 3) $E = \{x \in I^+ \mid x < 20\}$
 $F = \{1, 2, \dots, 20\}$
 เนื่องจาก $E = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$
 ดังนั้น $E \neq F$
- 4) $G = \{4, 3, \frac{8}{3}, \frac{5}{2}\}$
 $H = \{x \mid x = 2 + \frac{2}{a} \text{ เมื่อ } a \in N \text{ และ } a < 5\}$
 จะได้ว่า $H = \{4, 3, \frac{8}{3}, \frac{5}{2}\}$
 เนื่องจาก สมาชิกของ G และ H เหมือนกันทุกตัว
 ดังนั้น $G = H$



แบบฝึกหัดที่ 1

1. เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- 1) เซตของจังหวัดในประเทศไทยที่ลงท้ายด้วยคำว่า “บุรี”
- 2) เซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่ถึง 20
- 3) เซตของจำนวนเต็มที่มีมากกว่า -5 แต่ไม่เกิน 5
- 4) เซตของสระในคำว่า “umbrella”
- 5) เซตของจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ $12x^2 + 5x - 2 = 0$
- 6) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มลบ และ } x < -8\}$
- 7) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะที่มีมากกว่า 11}\}$
- 8) $\{x \mid x \in I\}$
- 9) $\{x \mid x \in I^+ \text{ และ } -5 \leq x \leq 10\}$
- 10) $\{x \in I \mid x^2 \leq 1\}$

2. เขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

- 1) $A = \{0, 1, 2, \dots, 100\}$
- 2) $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- 3) $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- 4) $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- 5) $E = \{0, 1, 8, 27, 64, \dots\}$
- 6) $F = \{-1\}$
- 7) $G = \{-5, -4, -3, \dots, 7\}$
- 8) $H = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$
- 9) $J = \{-2, -4\}$
- 10) $K = \emptyset$

3. หาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

- 1) $A = \{1234\}$
- 2) $B = \{1, 2, 2, 2, 3, 4\}$
- 3) $C = \{1, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}$
- 4) $D = \{\{R\}\}$
- 5) $E = \{x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะในคำว่า “mississippi”}\}$
- 6) $G = \{x \mid x \in I^+ \text{ และ } -100 \leq x \leq 100\}$
- 7) $H = \{x \mid x^2 + 2 = 0\}$

4. เซตต่อไปนี้ เป็นเซตว่าง เซตจำกัด หรือเซตอนันต์

- 1) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 2x = 2x - 3\}$
- 2) $B = \{x \mid x^2 \geq 0\}$
- 3) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } \sqrt{x} = x\}$
- 4) $D = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x^2 + 12x + 35 = 0\}$
- 5) $E = \{x \mid -3 < x < 1\}$
- 6) $F = \{\mathbb{N}\}$
- 7) $G =$ เซตของจำนวนเต็มหาร 0 ลงตัว
- 8) $H = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x^2 = 7\}$
- 9) $J = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x \geq 4x\}$
- 10) $K = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 3 และ 4}\}$

5. พิจารณาว่าเซตต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่เท่ากัน

- 1) $A = \{1, 1, 2, 3, 3, 3, 3\}$
 $B = \{3, 3, 1, 2\}$
- 2) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x \text{ หารด้วย 2 ลงตัว}\}$
 $B = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$
- 3) $A = \left\{x \mid x = \frac{1}{n} - 2 \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N} \text{ และ } n < 4\right\}$
 $B = \left\{-1, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right\}$
- 4) $A = \{4, 7, 10, \dots, 298\}$
 $B = \{x \mid x = 3n + 1 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า 100}\}$
- 5) $A = \{x \mid x \text{ แทนพยัญชนะในคำว่า "สรรเสริญ"}\}$
 $B = \{x \mid x \text{ แทนพยัญชนะในคำว่า "สำราญ"}\}$

สับเซต (subset)

พิจารณา $A = \{3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{-3, -1\}$ และ $D = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } -4 < x < 0\}$

จะเห็นได้ว่า สมาชิกทุกตัวของเซต A คือ 3 และ 4 เป็นสมาชิกของเซต B

และ สมาชิกทุกตัวของเซต C คือ -3 และ -1 เป็นสมาชิกของเซต D

ในกรณีนี้ เราเรียก A ว่าเป็นสับเซตของ B และเรียก C ว่าเป็นสับเซตของ D



บทนิยาม

เซต A เป็นสับเซตของ B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B

เซต A เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อมีสมาชิกของ A อย่างน้อยหนึ่งตัวที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

เช่น $A = \{3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $C = \{1, 2, 3\}$

จะได้ว่า $A \subset C$ เพราะ $4 \in A$ แต่ $4 \notin C$

$B \not\subset C$ เพราะ $4 \in B$ แต่ $4 \notin C$



ควรรู้

1. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง นั่นคือ ถ้าเซต A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $A \subset A$
2. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต นั่นคือ ถ้าเซต A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $\emptyset \subset A$

ตัวอย่างที่

6

พิจารณาว่าเซตต่อไปนี้ เป็นสับเซตกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $A = \{1, 5, 3\}$ $B = \{5, 3, 3, 1, 1\}$
 จะได้ว่า $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B
 นอกจากนี้ จะได้ว่า $B \subset A$ ด้วย เพราะสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A
 เช่นกัน
 เมื่อ $A \subset B$ และ $B \subset A$ จึงทำให้ได้ว่า $A = B$
2. $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ $B = \{3, 9, 11\}$
 จะได้ว่า $B \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A
 แต่สมาชิกบางตัวของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B
 ดังนั้น $B \neq A$ เราจึงเรียกเซต B ว่าเป็นสับเซตแท้ของ A



บทนิยาม

เซต A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$



ควรรู้

ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$

การหาจำนวนสับเซต

กำหนดให้ $A = \emptyset$

สับเซตทั้งหมดของเซต A คือ $\emptyset$

ดังนั้นจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A เท่ากับ 1 เซต

กำหนดให้ $B = \{a\}$

สับเซตทั้งหมดของเซต B คือ $\emptyset, \{a\}$

ดังนั้นจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต B เท่ากับ 2 เซต

กำหนดให้ $C = \{a, b\}$

สับเซตทั้งหมดของเซต C คือ $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

ดังนั้นจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต C เท่ากับ 4 เซต

กำหนดให้ $D = \{a, b, c\}$

สับเซตทั้งหมดของเซต D คือ $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

ดังนั้นจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต D เท่ากับ 8 เซต



ควรรู้

- ถ้าเซต A เป็นเซตจำกัดใด ๆ ที่มีจำนวนสมาชิก n ตัว แล้วจำนวนสับเซตของเซต A จะเท่ากับ 2^n เซต
- ถ้า $n(A) = n$ แล้วจำนวนสับเซตแท้ของเซต A เท่ากับ $2^n - 1$ เซต (ไม่รวมตัวมันเอง)

ตัวอย่างที่

7

หาจำนวนสับเซต สับเซต จำนวนสับเซตแท้ และสับเซตแท้ของเซตต่อไปนี้

1. $A = \{2, 3\}$

ตอบ เนื่องจาก $n(A) = 2$ จะได้จำนวนสับเซต เท่ากับ $2^2 = 4$ สับเซต

สับเซตทั้งหมดของ A ได้แก่

- 1) $\emptyset$ 2) $\{2\}$ 3) $\{3\}$ 4) $\{2, 3\}$

เนื่องจาก $n(A) = 2$ จะได้จำนวนสับเซตแท้ เท่ากับ $2^2 - 1 = 3$ สับเซต

สับเซตแท้ทั้งหมดของ A ได้แก่

- 1) $\emptyset$ 2) $\{2\}$ 3) $\{3\}$

2. $B = \{\emptyset, 1, \{2\}\}$

ตอบ เนื่องจาก $n(B) = 3$ จะได้จำนวนสับเซต เท่ากับ $2^3 = 8$ สับเซต

สับเซตทั้งหมดของ B ได้แก่

- 1) $\emptyset$ 2) $\{\emptyset\}$ 3) $\{1\}$ 4) $\{\{2\}\}$
5) $\{\emptyset, 1\}$ 6) $\{\emptyset, \{2\}\}$ 7) $\{1, \{2\}\}$ 8) $\{\emptyset, 1, \{2\}\}$

เนื่องจาก $n(B) = 3$ จะได้จำนวนสับเซตแท้ เท่ากับ $2^3 - 1 = 7$ สับเซต

สับเซตแท้ทั้งหมดของ B ได้แก่

- 1) $\emptyset$ 2) $\{\emptyset\}$ 3) $\{1\}$ 4) $\{\{2\}\}$
5) $\{\emptyset, 1\}$ 6) $\{\emptyset, \{2\}\}$ 7) $\{1, \{2\}\}$

3. $C = \{x \mid x \in I^+ \text{ และ } 3 \leq x < 7\}$

ตอบ $C = \{3, 4, 5, 6\}$

เนื่องจาก $n(C) = 4$ จะได้จำนวนสับเซต เท่ากับ $2^4 = 16$ สับเซต

สับเซตทั้งหมดของ C ได้แก่

- 1) $\emptyset$ 2) $\{3\}$ 3) $\{4\}$ 4) $\{5\}$
5) $\{6\}$ 6) $\{3, 4\}$ 7) $\{3, 5\}$ 8) $\{3, 6\}$
9) $\{4, 5\}$ 10) $\{4, 6\}$ 11) $\{5, 6\}$ 12) $\{3, 4, 5\}$
13) $\{3, 4, 6\}$ 14) $\{3, 5, 6\}$ 15) $\{4, 5, 6\}$ 16) $\{3, 4, 5, 6\}$



ควรรู้

สับเซต คือ การสร้างเซตย่อย ๆ ที่มีสมาชิก 0 ตัว, 1 ตัว, 2 ตัว, 3 ตัว, ...
จนกว่าจะครบทุกสมาชิกที่มีในเซตนั้น

เนื่องจาก $n(C) = 4$ จะได้จำนวนสับเซตแท้ เท่ากับ $2^4 - 1 = 15$ สับเซต
สับเซตแท้ทั้งหมดของ C ได้แก่

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $\emptyset$ | 2) $\{3\}$ | 3) $\{4\}$ | 4) $\{5\}$ |
| 5) $\{6\}$ | 6) $\{3, 4\}$ | 7) $\{3, 5\}$ | 8) $\{3, 6\}$ |
| 9) $\{4, 5\}$ | 10) $\{4, 6\}$ | 11) $\{5, 6\}$ | 12) $\{3, 4, 5\}$ |
| 13) $\{3, 4, 6\}$ | 14) $\{3, 5, 6\}$ | 15) $\{4, 5, 6\}$ | |

เพาเวอร์เซต (power set)



บทนิยาม

ให้ A เป็นเซตจำกัดใด ๆ เพาเวอร์เซตของเซต A คือเซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A
เพาเวอร์เซตของเซต A เขียนแทนด้วย $P(A)$

กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2\}$

จะได้ สับเซตทั้งหมดของ A คือ $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

เซตของสับเซตทั้งหมดของ A คือ $\{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$

นั่นคือ $P(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$



ควรรู้

เมื่อ A, B, C เป็นเซตใด ๆ

- ถ้า A เป็นเซตจำกัด มีสมาชิก n ตัว จะได้ว่าจำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ 2^n เซต
- ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว $P(A)$ เป็นเซตอนันต์
- $P(A) \neq \emptyset$ สำหรับทุก ๆ เซต A
- $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$

ตัวอย่างที่ 8

กำหนดให้ $A = \{1, \{3, 4\}\}$

$B = \{0, 1, 2, \{3\}\}$

บอกจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตที่กำหนดให้ พร้อมทั้งเขียนสมาชิกทั้งหมดของเพาเวอร์เซต

ตอบ เนื่องจาก A มีสมาชิก 2 ตัว จะได้ว่า $P(A)$ มีสมาชิก 4 ตัว

$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{\{3, 4\}\}, \{1, \{3, 4\}\}\}$

เนื่องจาก B มีสมาชิก 4 ตัว จะได้ว่า $P(B)$ มีสมาชิก 16 ตัว

$P(B) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{\{3\}\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, \{3\}\}, \{1, 2\}, \{1, \{3\}\}, \{2, \{3\}\},$
 $\{0, 1, 2\}, \{0, 1, \{3\}\}, \{0, 2, \{3\}\}, \{1, 2, \{3\}\}, \{0, 1, 2, \{3\}\}\}$



ควรรู้

ถ้าเซต A เป็นเซตจำกัดใด ๆ ที่มีจำนวนสมาชิก n ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ A
เท่ากับ 2^n ตัว

นั่นคือ $n(P(A)) = 2^n$ ตัว



แบบฝึกหัดที่ 2

- กำหนดให้ $A = \{\emptyset, 1, \{2\}, \{3, 4\}\}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

- $\emptyset \in A$
- $\emptyset \subset A$
- $\{2\} \subset A$
- $\{\{3, 4\}\} \subset A$
- $2 \notin A$
- $\{2\}, \{3, 4\} \notin A$
- $\{1, \{2\}\} \subset A$
- $\{\emptyset, 1, \{2\}, \{3, 4\}\} \in A$

- หาสับเซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้

- $A = \{-2, 3\}$
- $B = \{\emptyset, \{1\}, \{2, 3\}\}$
- $C = \{a, 1, \{b\}, 2\}$
- $D = \{x \mid x \in I^+ \text{ และ } (x+3)(x-2)(x-5) = 0\}$
- $E = \{x \mid x \in N \text{ และ } -4 < x \leq 3\}$

- หาเพาเวอร์เซตของเซตต่อไปนี้

- $A = \{\{0\}\}$
- $B = \{\emptyset, 1, \{2\}\}$
- $C = \{x \mid 6x^2 + 6x - 3 = 0\}$
- $D = \{x \mid x \in N \text{ และ } x \leq 0\}$

- กำหนดให้ $A = \emptyset$

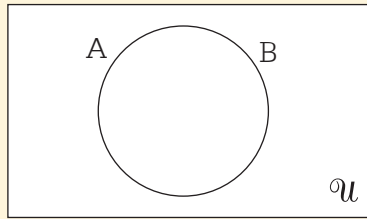
- $P(A)$
- $P(P(A))$
- $P(P(P(A)))$

แผนภาพเวนน์ (venn diagram)

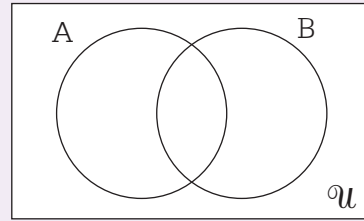
เราใช้แผนภาพแทนเซตเพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับเซตได้ชัดเจนขึ้น แผนภาพดังกล่าว เรียกว่า แผนภาพเวนน์

การเขียนแผนภาพมักจะแทนเอกภพสัมพัทธ์ (U) ด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปปิดใด ๆ และเขียนแทนเซต A, B, C ใด ๆ ที่เป็นสับเซตของ U ด้วยวงกลม วงรี หรือรูปที่มีพื้นที่จำกัดภายในรูปสี่เหลี่ยม

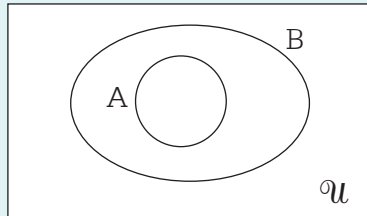
ถ้า A และ B เป็นสับเซตของ U จะเขียนแสดงแผนภาพแทนความสัมพันธ์ระหว่าง A และ B ในกรณีต่าง ๆ ดังนี้



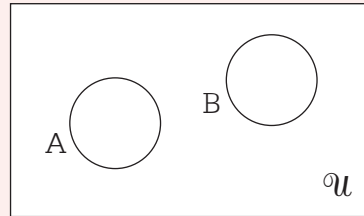
แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $A = B$
($A \subset B$ และ $B \subset A$)



แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ A และ B มีสมาชิกซ้ำกันบางตัว แต่ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset A$



แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $A \subset B$ และ $A \neq B$ (A เป็นสับเซตแท้ของ B)

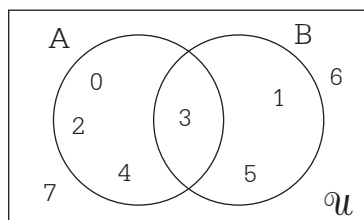


แผนภาพแสดงเซต A และ B ซึ่งเป็นสับเซตของ U และเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย

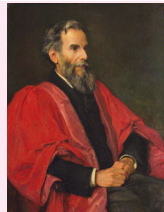
ตัวอย่างที่ 9

กำหนดให้ $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $A = \{0, 2, 3, 4\}$
 $B = \{1, 3, 5\}$

สามารถเขียนแผนภาพเวนน์แทนเซตที่กำหนด ได้ดังนี้



เกร็ดน่ารู้



John Venn เป็นนักคณิตศาสตร์ นักปรัชญา และนักตรรกศาสตร์ชาวอังกฤษ เวนน์ได้เขียนหนังสือ Symbolic Logic ซึ่งเป็นการต่อยอดจากทฤษฎีของจอร์จ บูล ซึ่งในเวลาต่อมาเรารู้จักกันในชื่อ “แผนภาพเวนน์” นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 10

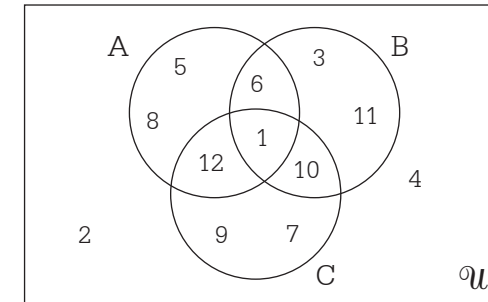
กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$

$A = \{1, 5, 6, 8, 12\}$

$B = \{1, 3, 6, 10, 11\}$

$C = \{1, 7, 9, 10, 12\}$

สามารถเขียนแผนภาพเวนน์แทนเซตที่กำหนด ได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 11

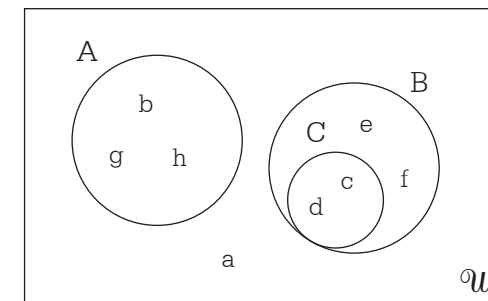
กำหนดให้ $U = \{a, b, c, \dots, h\}$

$A = \{b, h, g\}$

$B = \{c, d, e, f\}$

$C = \{c, d\}$

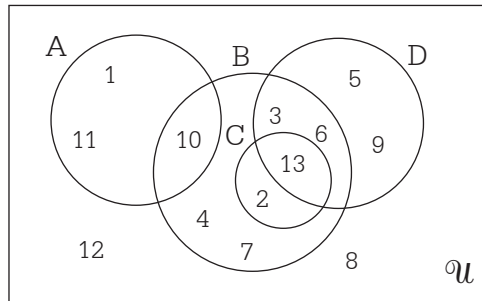
เนื่องจาก $C \subset B$ และ A ไม่มีสมาชิกที่มีร่วมกับ B และ C เราจึงสามารถเขียนแผนภาพเวนน์แทนเซตที่กำหนด ได้ดังนี้



ตัวอย่างที่

12

กำหนดแผนภาพเวรน์ ดังนี้



- หา
- 1) U
 - 2) A
 - 3) B
 - 4) C
 - 5) D
 - 6) สมาชิกที่อยู่ทั้งในเซต B, C และ D
 - 7) สมาชิกที่ไม่อยู่ในเซต A
 - 8) สมาชิกที่ไม่อยู่ในเซต B และไม่อยู่ในเซต C
 - 9) สมาชิกที่ไม่อยู่ในเซต A, B, C และ D
 - 10) สมาชิกที่อยู่ในเซต C แต่ไม่อยู่ในเซต D

ตอบ

- 1) $U = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$
- 2) $A = \{1, 10, 11\}$
- 3) $B = \{2, 3, 4, 6, 7, 10, 13\}$
- 4) $C = \{2, 13\}$
- 5) $D = \{3, 5, 6, 9, 13\}$
- 6) สมาชิกที่อยู่ทั้งในเซต B, C และ D ได้แก่ 13
- 7) สมาชิกที่ไม่อยู่ในเซต A ได้แก่ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12 และ 13
- 8) สมาชิกที่ไม่อยู่ในเซต B และไม่อยู่ในเซต C ได้แก่ 1, 5, 8, 9, 11 และ 12
- 9) สมาชิกที่ไม่อยู่ในเซต A, B, C และ D ได้แก่ 8 และ 12
- 10) สมาชิกที่อยู่ในเซต C แต่ไม่อยู่ในเซต D ได้แก่ 2



แบบฝึกหัดที่ 3

1. เขียนแผนภาพเวรน์แทนเซตต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1) \quad U &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \\ A &= \{1, 3, 5, 7\} \\ B &= \{3, 4, 5, 9\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad U &= \{1, 2, 3, \dots, 8\} \\ A &= \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} \\ B &= \{2, 3, 4, 5\} \\ C &= \{1, 2, 3, 4\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad U &= \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 10\} \\ A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{1, 3, 5, 9, 10\} \\ C &= \{1, 2, 5, 7, 9\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad U &= \{x \in \mathbb{I} \mid -5 \leq x \leq 5\} \\ A &= \{-4, -3, 0, 4, 5\} \\ B &= \{-4, -1, 1, 2, 3\} \\ C &= \{-3, -1, 0, 1, 4\} \end{aligned}$$

2. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ U และเซต A, B, C, D โดยที่ $B \subset A$, $C \subset B$, $D \subset B$ และ C, D เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน เขียนแผนภาพเวรน์แทนเซตข้างต้น



กิจกรรม

เราและเพื่อน

วัสดุ/อุปกรณ์

- 1) กระดาษฟลิปชาร์ต กลุ่มละ 1 แผ่น
- 2) ปากกาเมจิก กลุ่มละ 1 ชุด

สถานที่

ห้องเรียน

ขั้นตอนการจัดกิจกรรม

- 1) นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-10 คน
- 2) นักเรียนแต่ละกลุ่มพูดคุยกันเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนในกลุ่มชอบหรือสนใจ เช่น
 - กีฬาที่ชอบ
 - อาหารที่ชอบ
 - ขนมที่ชอบ
 - กิจกรรมที่ชอบ
 แล้วเลือกมา 2 ประเภท หรือ 2 ชนิด
- 3) นักเรียนแต่ละกลุ่มนับจำนวนว่ามีคนที่ชอบแต่ละประเภทกี่คน ชอบประเภทเดียวกันกี่คน ชอบทั้งสองประเภทกี่คน ไม่ชอบประเภทใดเลยกี่คน แล้วเขียนออกมาเป็นแผนภาพเวนน
- 4) แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอข้อมูลจากแผนภาพเวนนที่ได้ โดยครูอาจใช้คำถามเพิ่มเติมในการสอบถามความเข้าใจจากเพื่อนในห้อง หรืออาจเติมเต็มสมาชิกของแผนภาพโดยการสอบถามนักเรียนคนอื่น ๆ ในห้อง และให้ยกมือเพิ่มก็ได้
- 5) เมื่อจบกิจกรรม นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการเขียนและการใช้แผนภาพเวนน

หมายเหตุ : กรณีที่มีสมาชิกในกลุ่มจำนวนมากกว่า 10 คนขึ้นไป เพิ่มแผนภาพจาก 2 เซต เป็น 3 เซต โดยนักเรียนดำเนินการเช่นเดิม

2. การดำเนินการระหว่างเซต

เราสามารถนำจำนวนมาดำเนินการในรูปแบบต่าง ๆ เช่น บวก ลบ คูณ และหาร สำหรับเซต เราสามารถนำเซตมาดำเนินการให้เกิดเซตใหม่โดยมีเอกภาพสัมพัทธ์เดียวกันได้เช่นกัน ดังนี้

2.1 อินเตอร์เซกชัน (intersection)

ถ้ากำหนดเซต A และ B ใด ๆ อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B คือ เซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเซต A และ B

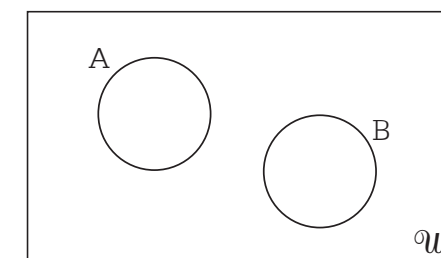
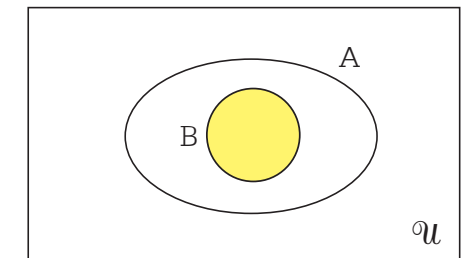
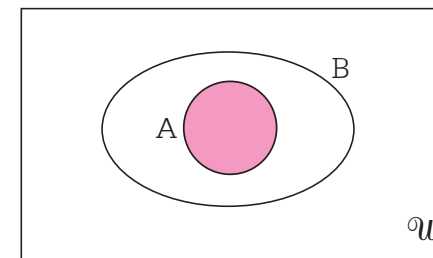
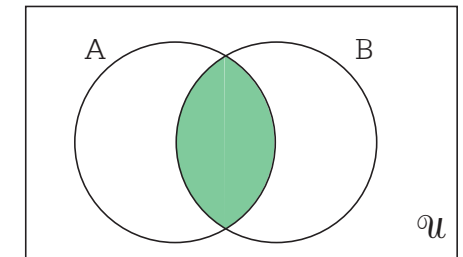
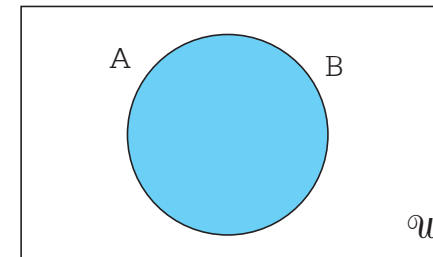
อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A \cap B$



บทนิยาม

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

เราสามารถใช้แผนภาพเวนน แสดงให้เห็นกรณีต่าง ๆ ของ $A \cap B$ ได้จากส่วนที่ระบายสี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

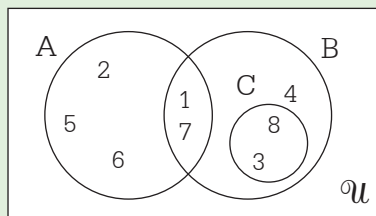
$$C = \{4, 5, 7, 8\}$$

$$D = \{1, 3, 7, 8, 9\}$$

- หา
- 1) $A \cap B$
 - 2) $B \cap C$
 - 3) $C \cap D$
 - 4) $(B \cap A) \cap D$
 - 5) $(C \cap B) \cap (D \cap B)$

- ตอบ
- 1) $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$
 - 2) $B \cap C = \{4, 5\}$
 - 3) $C \cap D = \{7, 8\}$
 - 4) $(B \cap A) \cap D = \{2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 3, 7, 8, 9\} = \{3\}$
 - 5) $(C \cap B) \cap (D \cap B) = \{4, 5\} \cap \{3\} = \emptyset$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดแผนภาพ ดังนี้



- หา
- 1) $A \cap B$
 - 2) $B \cap C$
 - 3) $A \cap C$

- ตอบ
- 1) $A \cap B = \{1, 7\}$
 - 2) $B \cap C = \{3, 8\}$
 - 3) $A \cap C = \emptyset$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ หารด้วย 2 ลงตัว}\}$$

$$B = \{x \mid x \in U \text{ และ } 3 < x < 9\}$$

$$C = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นตัวประกอบของ 30}\}$$

- หา
- 1) $A \cap B$
 - 2) $B \cap A$
 - 3) $(A \cap B) \cap C$
 - 4) $A \cap (B \cap C)$

วิธีทำ เขียนเซต A, เซต B และ เซต C แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$$

และจะได้ว่า

- 1) $A \cap B = \{4, 6, 8\}$
- 2) $B \cap A = \{4, 6, 8\}$
- 3) $(A \cap B) \cap C = \{4, 6, 8\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 10\} = \{6\}$
- 4) $A \cap (B \cap C) = \{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{5, 6\} = \{6\}$



ชวนคิด

จากคำตอบในตัวอย่างที่ 3 นักเรียนสังเกตเห็นอะไร

สมบัติเกี่ยวกับอินเตอร์เซกชัน

ถ้า A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

- 1) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- 2) $A \cap A = A$
- 3) $A \cap B = B \cap A$
- 4) $A \cap B = A$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
- 5) $(A \cap B) \subset A$ และ $(A \cap B) \subset B$
- 6) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- 7) ถ้า $A \subset B$ และ $A \subset C$ แล้ว $A \subset (B \cap C)$
- 8) ถ้า $A \subset C$ และ $B \subset C$ แล้ว $(A \cap B) \subset C$

2.2 ยูเนียน (union)

ถ้ากำหนดเซต A และ B ใด ๆ ยูเนียนของเซต A และ B คือ เซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน A หรือ B

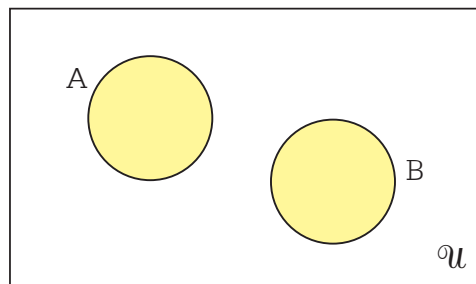
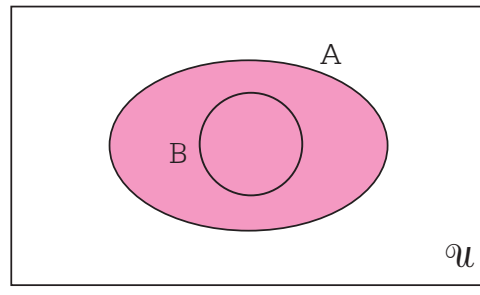
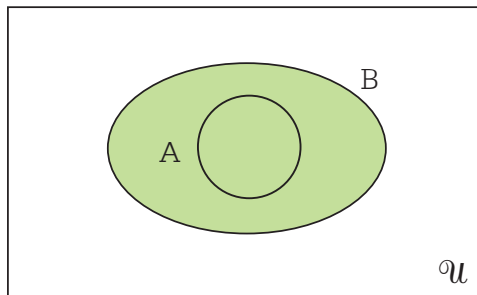
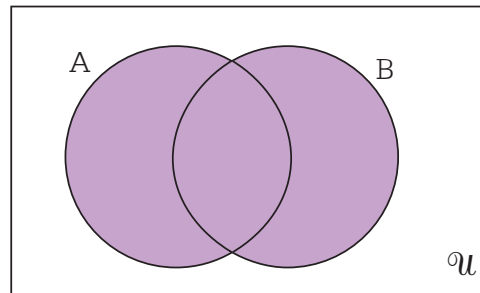
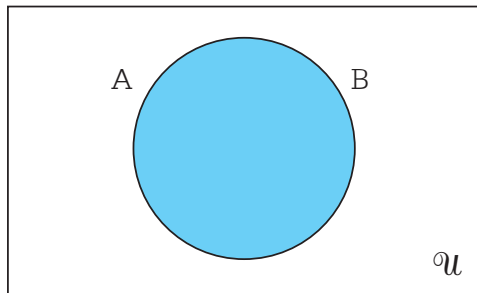
ยูเนียนของเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A \cup B$



บทนิยาม

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

เราสามารถใช้แผนภาพเวนน แสดงให้เห็นกรณีต่าง ๆ ของ $A \cup B$ ได้จากส่วนที่ระบายสี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 4

กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 6, 7\}$$

$$C = \{3, 6, 10\}$$

หา 1) $A \cup B$

2) $B \cup A$

3) $(A \cup B) \cup C$

4) $A \cup (B \cup C)$

ตอบ

1) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

2) $B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

3) $(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{3, 6, 10\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

4) $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 6, 8\} \cup \{2, 3, 5, 6, 7, 10\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$



ชวนคิด

จากคำตอบในตัวอย่างที่ 4 นักเรียนสังเกตเห็นอะไร

สมบัติเกี่ยวกับยูเนียน

ถ้า A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

1) $A \cup B = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$

2) $A \cup \emptyset = A = \emptyset \cup A$

3) $A \cup U = U$

4) $A \cup A = A$

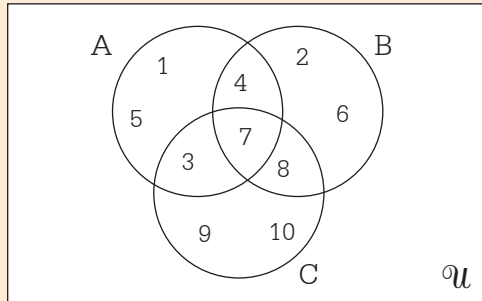
5) $A \cup B = B \cup A$

6) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

7) $A \subset (A \cup B)$ และ $B \subset (A \cup B)$

8) ถ้า $B \subset A$ และ $C \subset A$ แล้ว $(B \cup C) \subset A$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดแผนภาพ ดังนี้



- หา
- 1) A
 - 2) B
 - 3) C
 - 4) $A \cup B$
 - 5) $B \cup C$
 - 6) $A \cup C$
 - 7) $(B \cup A) \cup C$
 - 8) $(C \cup B) \cup A$

- ตอบ
- 1) $A = \{1, 3, 4, 5, 7\}$
 - 2) $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$
 - 3) $C = \{3, 7, 8, 9, 10\}$
 - 4) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 - 5) $B \cup C = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 - 6) $A \cup C = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10\}$
 - 7) $(B \cup A) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 - 8) $(C \cup B) \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

2.3 คอมพลีเมนต์ (complement)

เมื่อกำหนดเซต A ที่มี U เป็นเอกภาพสัมพัทธ์ เรียกเซตที่สมาชิกเป็นสมาชิกของ U ที่ไม่ใช่สมาชิกของ A ว่า คอมพลีเมนต์ของเซต A

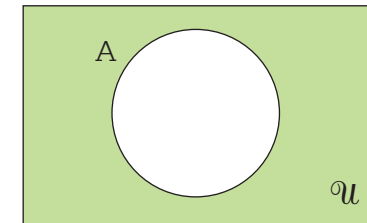
คอมพลีเมนต์ของเซต A เขียนแทนด้วย A'



บทนิยาม

$$A' = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \notin A\}$$

เราสามารถใช้อแผนภาพเวนน์ แสดงให้เห็นคอมพลีเมนต์ของเซต A ได้จากส่วนที่ระบายสี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$

$$A = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ ทหารด้วย } 2 \text{ ลงตัว}\}$$

$$B = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคี่ที่น้อยกว่า } 10\}$$

- หา
- | | | | |
|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| 1) A | 2) B | 3) $A \cup B$ | 4) $A \cap B$ |
| 5) A' | 6) B' | 7) $(A')'$ | 8) $A \cup A'$ |
| 9) $A \cap A'$ | 10) $(A \cup B)'$ | 11) $A' \cap B'$ | 12) $(A \cap B)'$ |
| 13) $A' \cup B'$ | | | |

- ตอบ
- 1) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 - 2) $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 - 3) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14\}$
 - 4) $A \cap B = \emptyset$
 - 5) $A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$
 - 6) $B' = \{2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 - 7) $(A')' = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 - 8) $A \cup A' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} = U$
 - 9) $A \cap A' = \emptyset$
 - 10) $(A \cup B)' = \{11, 13, 15\}$
 - 11) $A' \cap B' = \{11, 13, 15\}$
 - 12) $(A \cap B)' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} = U$
 - 13) $A' \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} = U$



ชวนคิด

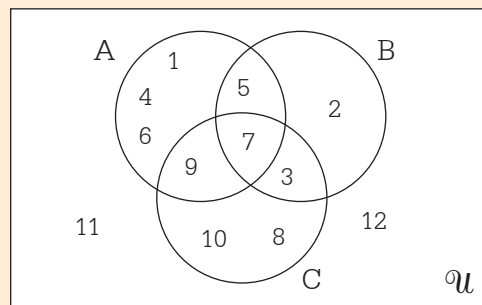
จากคำตอบในตัวอย่างที่ 6 นักเรียนสังเกตเห็นอะไร

สมบัติเกี่ยวกับคอมพลีเมนต์

ถ้า A และ B เป็นเซตใด ๆ ที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

- 1) $(A')' = A$
- 2) $\emptyset' = U$
- 3) $U' = \emptyset$
- 4) $A \cap A' = \emptyset$
- 5) $A \cup A' = U$
- 6) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- 7) $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- 8) $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $B' \subset A'$
- 9) $A \cap B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B'$

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดแผนภาพ ดังนี้



- หา 1) U 2) A'
 3) B' 4) C'

- ตอบ
- 1) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 - 2) $A' = \{2, 3, 8, 10, 11, 12\}$
 - 3) $B' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 - 4) $C' = \{1, 2, 4, 5, 6, 11, 12\}$

2.4 ผลต่างระหว่างเซต (difference of sets)

เมื่อกำหนดเซต A และ B ใด ๆ ผลต่างระหว่าง A และ B คือ เซตที่มีสมาชิกอยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B

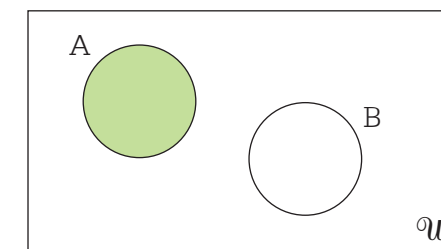
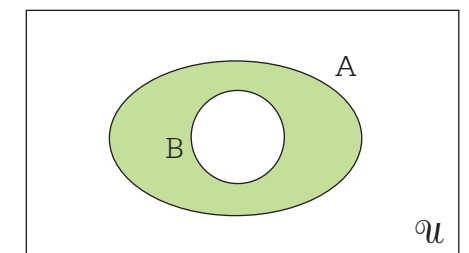
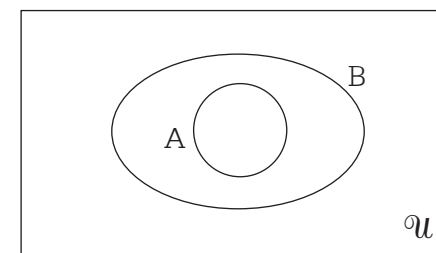
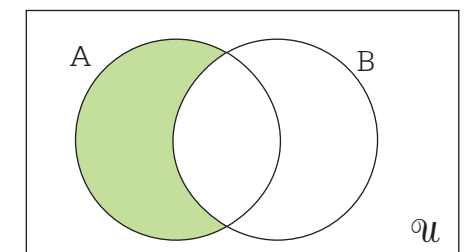
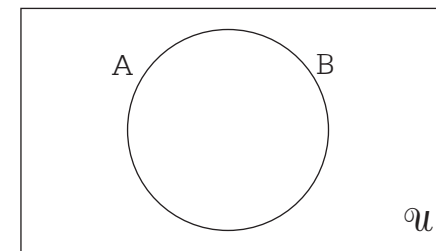
ผลต่างระหว่างเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A - B$



บทนิยาม

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \notin B\}$$

เราสามารถใช้แผนภาพเวนน์ แสดงให้เห็นผลต่างระหว่างเซต A และ B ได้จากส่วนที่ระบายสี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 8 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{4, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$D = \{1, 2, 7, 8\}$$

- หา 1) $A - B$ 2) $B - A$ 3) $A - D$
 4) $C - A$ 5) $D - B$ 6) $B - C$

วิธีทำ 1) $A - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{4, 6, 7, 8\}$

$$= \{1, 2, 3, 5\}$$

2) $B - A = \{4, 6, 7, 8\} - \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$= \{6, 7, 8\}$$

3) $A - D = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 7, 8\}$

$$= \{3, 4, 5\}$$

4) $C - A = \{1, 2, 3, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$= \{6\}$$

5) $D - B = \{1, 2, 7, 8\} - \{4, 6, 7, 8\}$

$$= \{1, 2\}$$

6) $B - C = \{4, 6, 7, 8\} - \{1, 2, 3, 6\}$

$$= \{4, 7, 8\}$$

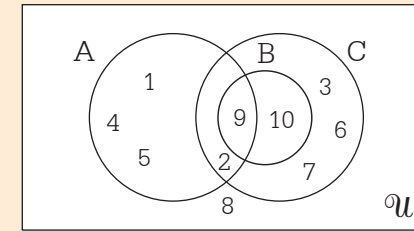
ยึดตัวตั้ง (เซต A) เป็นหลัก
ตัดตัวซ้ำทิ้ง แล้วเขียนเฉพาะ
สมาชิกที่เหลือในเซต A

สมบัติเกี่ยวกับผลต่างระหว่างเซต

ถ้า A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

- 1) $A - B \subset A$
- 2) $A - B = A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = \emptyset$
- 3) $A - B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
- 4) $A - A = \emptyset$
- 5) $A - B = A \cap B'$
- 6) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
- 7) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
- 8) $A - \emptyset = A$ และ $\emptyset - A = \emptyset$

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดแผนภาพ ดังนี้



- หา 1) $A - B$
 2) $A - C$
 3) $B - A$
 4) $C - B$
 5) $C - A$

- ตอบ 1) $A - B = \{1, 2, 4, 5\}$
 2) $A - C = \{1, 4, 5\}$
 3) $B - A = \{10\}$
 4) $C - B = \{2, 3, 6, 7\}$
 5) $C - A = \{3, 6, 7, 10\}$

ตัวอย่างที่ 10 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$$A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$$

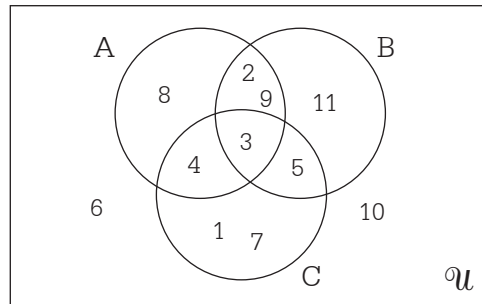
$$B = \{2, 3, 5, 9, 11\}$$

$$C = \{1, 3, 4, 5, 7\}$$

เขียนแผนภาพเวนน์พร้อมทั้งหาเซตต่อไปนี้

- 1) A' 2) B'
- 3) C' 4) $A - B$
- 5) $A \cup B$ 6) $(A \cup B)'$
- 7) $C - (A \cup B)$ 8) $A \cup B \cup C$
- 9) $(A \cup B \cup C)'$

วิธีทำ



ตอบ

- 1) $A' = \{1, 5, 6, 7, 10, 11\}$
- 2) $B' = \{1, 4, 6, 7, 8, 10\}$
- 3) $C' = \{2, 6, 8, 9, 10, 11\}$
- 4) $A - B = \{4, 8\}$
- 5) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 8, 9, 11\}$
- 6) $(A \cup B)' = \{1, 6, 7, 10\}$
- 7) $C - (A \cup B) = \{1, 7\}$
- 8) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11\}$
- 9) $(A \cup B \cup C)' = \{6, 10\}$

ตัวอย่างที่ 11

กำหนดให้ $U = \{x \in I^+ \mid x \leq 15\}$ $A = \{x \in U \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}\}$ $B = \{x \in U \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$ $C = \{x \in U \mid x < 8\}$

- | | | |
|----|-------------------------------|------------------------------|
| หา | 1) A | 2) B |
| | 3) C | 4) $(A \cup B) - (B \cap C)$ |
| | 5) $(A \cap C) - (B \cup C)'$ | |

วิธีทำ

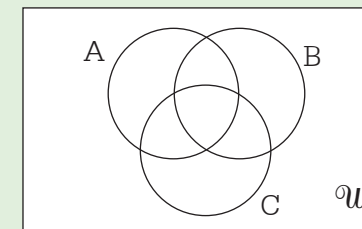
 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

- 1) $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
- 2) $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
- 3) $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- 4) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14\}$
 $B \cap C = \{2, 4, 6\}$
 $(A \cup B) - (B \cap C) = \{3, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14\}$

- 5) $A \cap C = \{2, 3, 5, 7\}$
 $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14\}$
 $(B \cup C)' = \{9, 11, 13, 15\}$
 $(A \cap C) - (B \cup C)' = \{2, 3, 5, 7\}$

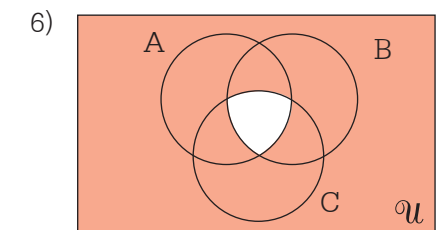
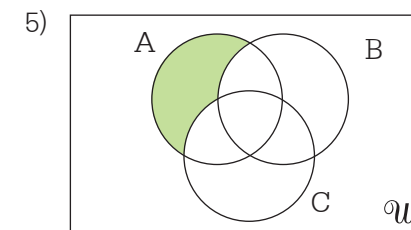
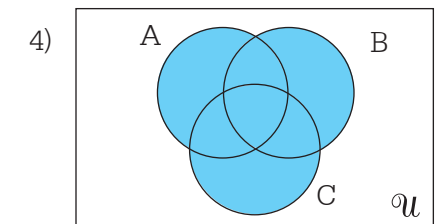
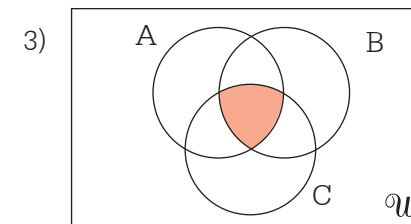
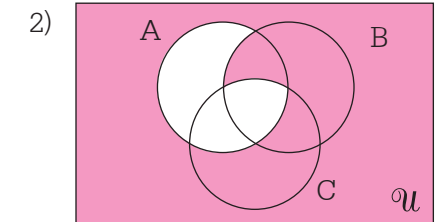
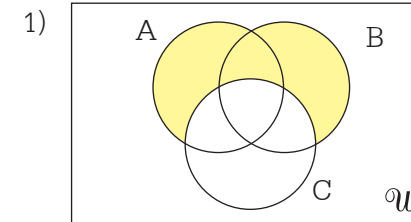
ตัวอย่างที่ 12

ระบายสีแผนภาพที่กำหนดให้เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



- | | |
|----------------------|-------------------------|
| 1) $(A \cup B) - C$ | 2) $A' \cup (B - C)$ |
| 3) $(A - B') \cap C$ | 4) $A \cup B \cup C$ |
| 5) $A - (B \cup C)$ | 6) $(A \cap B \cap C)'$ |

ตอบ





แบบฝึกหัดที่ 4

1. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$

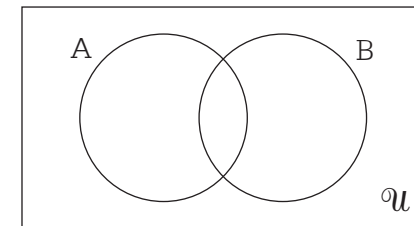
$$A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 6, 10\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 6, 10\}$$

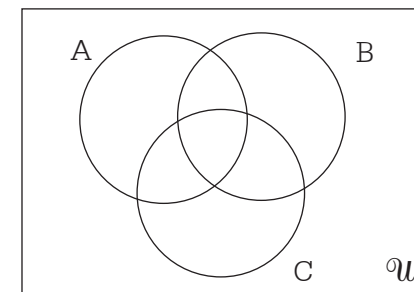
- ทำ
- 1) $A \cup B$
 - 2) $A \cup C$
 - 3) $B \cap C$
 - 4) $C \cap A$
 - 5) $A - B$
 - 6) $C - B$
 - 7) $B - A$
 - 8) A'
 - 9) B'
 - 10) C'
 - 11) $(A \cup C)'$
 - 12) $(A - B)'$
 - 13) $(B \cap A)'$
 - 14) $(A \cap C) \cup (A - B)$
 - 15) $B' \cap (A \cup C)$
 - 16) $(A \cup B)' - (B - C)$
 - 17) $A \cup B \cup C$
 - 18) $(A \cup B \cup C)'$

2. ระบายสีแผนภาพที่กำหนดให้เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



- | | |
|------------------|-----------------|
| 1) A' | 2) B' |
| 3) $A - B$ | 4) $B - A$ |
| 5) $(A \cup B)'$ | 6) $A' \cap B'$ |
| 7) $(A \cap B)'$ | 8) $A' \cup B'$ |

3. ระบายสีแผนภาพที่กำหนดให้เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| 1) $A \cup (B \cup C)$ | 2) $A \cap (B - C)$ |
| 3) $A - (B \cup C)$ | 4) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$ |
| 5) $(A - B) \cup (B - C)$ | 6) $(B - C) - (A \cup B)$ |

3. การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและแผนภาพเวนน์

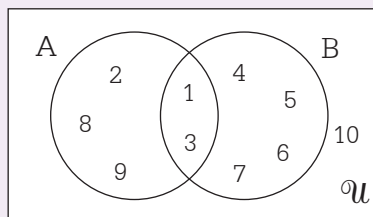
พิจารณาเซตจำกัดต่อไปนี้

กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$A = \{1, 2, 3, 8, 9\}$

$B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

เขียนแผนภาพเวนน์ ได้ดังนี้



จากแผนภาพแสดงว่า $n(U) = 10$, $n(A) = 5$, $n(B) = 6$, $n(A \cup B) = 9$ และ $n(A \cap B) = 2$

วิธีการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดสามารถทำได้ 2 วิธี คือ

1. ใช้แผนภาพของเวนน์

2. ใช้สูตร

2.1 ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด จำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ หรือ $n(A \cup B)$ หาได้จาก

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

และในกรณีที่ A และ B เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย คือ $A \cap B = \emptyset$ จะได้ว่า

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

2.2 ถ้า A, B, C เป็นเซตจำกัด จำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B \cup C$ หรือ $n(A \cup B \cup C)$

หาได้จาก

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

ตัวอย่างที่

1

กำหนดให้ $n(U) = 100$, $n(A) = 60$, $n(B) = 55$ และ $n(A \cap B) = 25$

หาจำนวนสมาชิกในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $A \cup B$

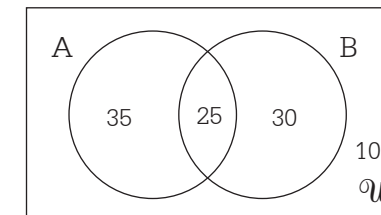
2) $A - B$

3) A'

4) $A \cap B'$

วิธีที่ 1

ใช้แผนภาพเวนน์ เขียนจำนวนสมาชิกจากข้อมูลที่โจทย์ให้มา ได้เป็น



ดังนั้น จะได้ 1) $n(A \cup B) = 35 + 25 + 30 = 90$

2) $n(A - B) = 35$

3) $n(A') = 30 + 10 = 40$

4) $n(A \cap B') = 35$

วิธีที่ 2

ใช้สูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ จะได้

1) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 60 + 55 - 25$

$= 90$

2) $n(A - B) = n(A \cup B) - n(B)$

$= 90 - 55$

$= 35$

3) $n(A') = n(U) - n(A)$

$= 100 - 60$

$= 40$

4) $n(A \cap B') = n(A - B)$

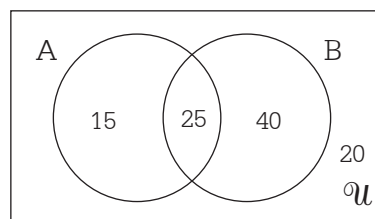
$= 35$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ U ซึ่ง $n(U) = 100$ ให้ A และ B เป็นสับเซตของ U โดยที่ $n(A) = 40$, $n(B) = 65$ และ $n(A \cap B) = 25$ หา $n(A \cup B)$ และ $n((A \cup B)')$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 40 + 65 - 25 \\ &= 80 \\ n((A \cup B)') &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - 80 \\ &= 20 \end{aligned}$$

โดยเราสามารถใช้แผนภาพเวนน์แสดงจำนวนสมาชิกของเซตข้างต้นได้ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $n(A \cup B) = 45$, $n(A \cap B) = 5$ และ $n(B) = 22$ หา $n(A)$

วิธีทำ

เนื่องจาก $n(A \cup B) = 45$, $n(A \cap B) = 5$ และ $n(B) = 22$

จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

จะได้ $45 = n(A) + 22 - 5$

$$45 - 22 + 5 = n(A)$$

$$n(A) = 28$$

ตอบ $n(A) = 28$

ตัวอย่างที่ 4 จากการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน เกี่ยวกับชุมนุมที่นักเรียนสนใจ พบว่า

มีคนที่สนใจชุมนุมกีฬา จำนวน 42 คน

มีคนที่สนใจชุมนุมดนตรี จำนวน 35 คน

มีคนที่ไม่สนใจชุมนุมดนตรี และไม่สนใจชุมนุมกีฬา จำนวน 20 คน

หา 1) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี หรือสนใจชุมนุมกีฬา

2) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี และสนใจชุมนุมกีฬา

3) คนที่ไม่สนใจชุมนุมดนตรี แต่สนใจชุมนุมกีฬา

4) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี หรือไม่สนใจชุมนุมกีฬา

วิธีที่ 1 ใช้แผนภาพเวนน์

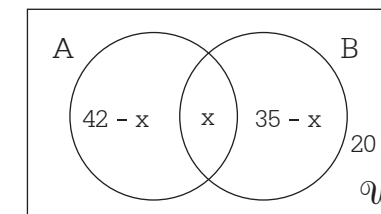
U แทน เซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะได้ $n(U) = 80$

A แทน เซตของคนที่สนใจชุมนุมกีฬา จะได้ $n(A) = 42$

B แทน เซตของคนที่สนใจชุมนุมดนตรี จะได้ $n(B) = 35$

ดังนั้น เซตของคนที่ไม่สนใจชุมนุมดนตรี และไม่สนใจชุมนุมกีฬา คือ $n(A' \cap B') = 20$

เขียนแผนภาพเวนน์ได้เป็น



สมมติให้ $n(A \cap B) = x$

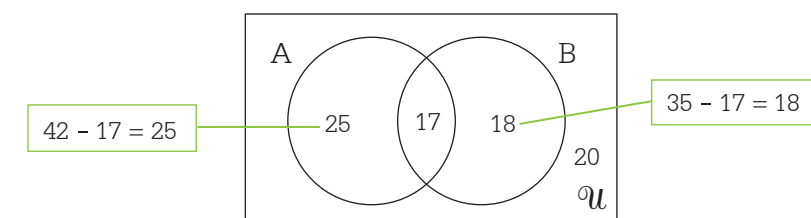
$$n(A - B) = 42 - x$$

$$n(B - A) = 35 - x$$

ดังนั้น จะได้สมการ $(42 - x) + x + (35 - x) + 20 = 80$

$$x = 17$$

เขียนแผนภาพเวนน์ได้เป็น



ดังนั้น จะได้

- 1) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี หรือสนใจชุมนุมกีฬา จะได้ $n(A \cup B) = 60$
- 2) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี และสนใจชุมนุมกีฬา จะได้ $n(A \cap B) = 17$
- 3) คนที่ไม่สนใจชุมนุมดนตรี แต่สนใจชุมนุมกีฬา จะได้ $n(A \cap B') = 25$
- 4) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี หรือไม่สนใจชุมนุมกีฬา จะได้ $n(B \cup A') = 55$

วิธีที่ 2

ใช้สูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ จะได้

- 1) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี หรือสนใจชุมนุมกีฬา
จะได้
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n(A' \cap B') \\ &= 80 - 20 \\ &= 60 \end{aligned}$$
- 2) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี และสนใจชุมนุมกีฬา
จะได้
$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 42 + 35 - 60 \\ &= 17 \end{aligned}$$
- 3) คนที่ไม่สนใจชุมนุมดนตรี แต่สนใจชุมนุมกีฬา
จะได้
$$\begin{aligned} n(A \cap B') &= n(A - B) \\ &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 42 - 17 \\ &= 25 \end{aligned}$$
- 4) คนที่สนใจชุมนุมดนตรี หรือไม่สนใจชุมนุมกีฬา
จะได้
$$\begin{aligned} n(B \cup A') &= n(B) + n(A') - n(B \cap A') \\ &= 35 + (80 - 42) - (35 - 17) \\ &= 35 + 38 - 18 \\ &= 55 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5

ในการสำรวจผู้ที่ชื่นชอบในการใช้สื่อออนไลน์จำนวน 180 คน พบว่า มีผู้ชอบดูซีรีส์เกาหลี 100 คน มีผู้ที่ชอบดูรายการวาไรตี้ 92 คน มีผู้ที่ชอบดูข่าว 115 คน มีผู้ที่ชอบดูทั้งรายการวาไรตี้และซีรีส์เกาหลี 52 คน มีผู้ที่ชอบดูรายการวาไรตี้และข่าว 57 คน มีผู้ที่ชอบดูซีรีส์เกาหลีและข่าว 43 คน หาว่า

- 1) มีผู้ที่ชอบดูรายการทั้งสามประเภทกี่คน
- 2) มีผู้ที่ชอบดูรายการวาไรตี้อย่างเดียวกี่คน
- 3) มีผู้ที่ชอบดูทั้งซีรีส์เกาหลีและรายการวาไรตี้ แต่ไม่ดูข่าวกี่คน

วิธีทำ

ให้ A แทนเซตของผู้ที่ชอบดูซีรีส์เกาหลี

B แทนเซตของผู้ที่ชอบดูรายการวาไรตี้

C แทนเซตของผู้ที่ดูข่าว

จะได้ $n(A \cup B \cup C) = 180$, $n(A) = 100$, $n(B) = 92$, $n(C) = 115$,

$n(A \cap B) = 52$, $n(A \cap C) = 43$, $n(B \cap C) = 57$

ต้องการหาจำนวนคนที่ชอบดูรายการทั้งสามประเภทกี่คน นั่นคือ $n(A \cap B \cap C)$

จากสูตร

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

จะได้

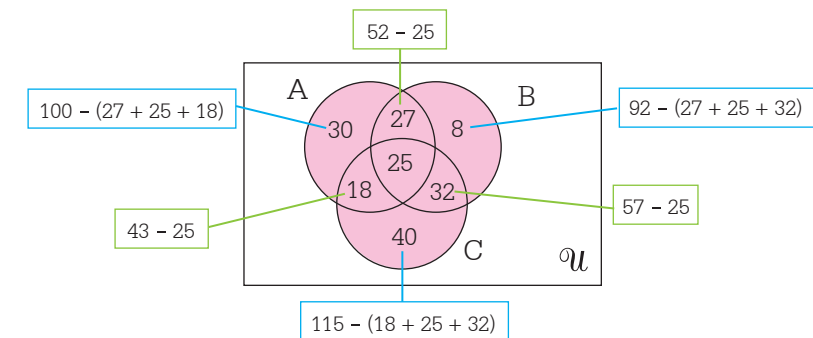
$$180 = 100 + 92 + 115 - 52 - 43 - 57 + n(A \cap B \cap C)$$

$$180 = 155 + n(A \cap B \cap C)$$

$$25 = n(A \cap B \cap C)$$

ดังนั้น 1) มีผู้ที่ชอบดูรายการทั้งสามประเภท 25 คน

เมื่อนำข้อมูลที่ได้อธิบายเป็นแผนภาพเวนน์ จะได้



2) มีผู้ที่ชอบดูรายการวาไรตี้อย่างเดียว 8 คน

3) มีผู้ที่ชอบดูทั้งซีรีส์เกาหลีและรายการวาไรตี้ แต่ไม่ดูข่าว 27 คน

ตัวอย่างที่

6

ในการสอบถามประชากรวัยทำงานในกรุงเทพมหานคร พบว่า มีคนที่เดินทางด้วยรถส่วนตัว 30% เดินทางด้วยรถไฟฟ้า 40% และเดินทางด้วยรถประจำทาง 50% มีคนที่เดินทางด้วยรถส่วนตัวหรือรถไฟฟ้า 10% เดินทางด้วยรถส่วนตัวและรถประจำทาง 15% เดินทางด้วยรถไฟฟ้าและรถประจำทาง 20% เดินทางมาทำงานได้ทั้งสามวิธี 3% อยากทราบว่า

- 1) มีคนที่เดินทางมาทำงานด้วยวิธีการใดวิธีการหนึ่งในสามวิธีนี้กี่เปอร์เซ็นต์
- 2) มีคนที่ไม่ได้เดินทางมาทำงานด้วยสามวิธีนี้กี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

ให้ A แทนเซตของคนเดินทางมาทำงานด้วยรถส่วนตัว

B แทนเซตของคนเดินทางมาทำงานด้วยรถไฟฟ้า

C แทนเซตของคนเดินทางมาทำงานด้วยรถประจำทาง

จะได้ $n(A) = 30$, $n(B) = 40$, $n(C) = 50$, $n(A \cap B) = 10$, $n(A \cap C) = 15$,
 $n(B \cap C) = 20$, $n(A \cap B \cap C) = 3$

จำนวนคนที่เดินทางมาทำงานด้วยวิธีการใดวิธีการหนึ่งในสามวิธีนี้กี่เปอร์เซ็นต์
 คือ $n(A \cup B \cup C)$

จำนวนคนที่ไม่ได้เดินทางมาทำงานด้วยสามวิธีดังกล่าวกี่เปอร์เซ็นต์
 คือ $n((A \cup B \cup C)')$

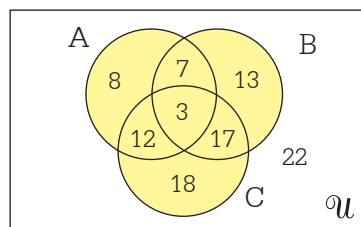
จากสูตร

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n(A \cup B \cup C) &= 30 + 40 + 50 - 10 - 15 - 20 + 3 \\ &= 78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } n((A \cup B \cup C)') &= n(U) - n(A \cup B \cup C) \\ &= 100 - 78 \\ &= 22 \end{aligned}$$

หรือเราสามารถนำข้อมูลที่โจทย์ให้ มาเขียนเป็นแผนภาพเวนน์ได้ ดังนี้



- ดังนั้น
- 1) มีคนที่เดินทางมาทำงานด้วยวิธีการใดวิธีการหนึ่งในสามวิธีนี้ 78%
 - 2) มีคนที่ไม่ได้เดินทางมาทำงานด้วยสามวิธีนี้ 22%



แบบฝึกหัดที่ 5

1. กำหนดให้ $n(U) = 90$, $n(A) = 43$, $n(B) = 52$ และ $n(A \cap B) = 15$

- หา
- 1) $n(A \cup B)$
 - 2) $n((A \cup B)')$
 - 3) $n(A' \cap B')$
 - 4) $n(A - B)$
 - 5) $n(B - A)$
 - 6) $n(A')$
 - 7) $n(B')$
 - 8) $n((A - B)')$
 - 9) $n((B - A)')$

2. ให้ A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(U) = 150$, $n(A) = 80$, $n(B) = 72$ และ $n((A \cap B)') = 125$

- หา
- 1) $n(A \cup B)$
 - 2) $n(A \cap B)$
 - 3) $n(A' \cap B')$
 - 4) $n(A - B)$
 - 5) $n(B - A)$
 - 6) $n(A')$
 - 7) $n(B')$
 - 8) $n(A' - B)$
 - 9) $n(B - A')$

3. กำหนดให้ $n(U) = 70$, $n(A \cup B \cup C) = 65$, $n(A) = 30$, $n(B) = 30$, $n(C) = 30$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 9$ และ $n(B \cap C) = 13$ หาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้
- 1) $A \cap B \cap C$
 - 2) $(A \cup B \cup C)'$
 - 3) $A \cup B$
 - 4) B'
 - 5) $A - (B \cup C)$
 - 6) $(A \cup C)' \cup B$
 - 7) $A' - (B - C)$
 - 8) $(A \cap B) - C$
4. จากการสำรวจนักเรียนจำนวน 80 คน ซึ่งต้องลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษอย่างน้อยหนึ่งวิชา พบว่ามีนักเรียนลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 55 คน และมีนักเรียนลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาอังกฤษ 40 คน หาจำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนทั้งสองวิชา
5. จากการสอบถามนักเรียน 500 คน เกี่ยวกับแผนการเรียนที่นักเรียนสนใจ พบว่ามีนักเรียนสนใจแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ 250 คน มีนักเรียนสนใจแผนการเรียนภาษา 250 คน มีนักเรียน 20 คนที่ไม่สนใจทั้งสองแผนการเรียน อยากทราบว่านักเรียนที่สนใจทั้งสองแผนการเรียนกี่คน
6. จากการสำรวจประเภทกีฬาที่นักเรียนชอบเล่น พบว่า มีนักเรียนที่ชอบว่ายน้ำ 40% มีนักเรียนที่ชอบแบดมินตัน 52% มีนักเรียนที่ไม่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองประเภท 25% อยากทราบว่านักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองประเภทกี่เปอร์เซ็นต์
7. ในการสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายห้องหนึ่งพบว่า มีผู้สอบผ่าน
- วิชาคณิตศาสตร์ 30 คน
 - วิชาวิทยาศาสตร์ 40 คน
 - วิชาภาษาอังกฤษ 40 คน
 - มีผู้สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ 7 คน
 - ผู้ที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ 5 คน
 - ผู้ที่สอบผ่านวิชาวิทยาศาสตร์และภาษาอังกฤษ 9 คน
 - ผู้ที่สอบผ่านทั้งสามวิชา 2 คน
- หากไม่มีนักเรียนคนใดเลยที่สอบไม่ผ่านเลยแม้แต่วิชาเดียว อยากทราบว่าห้องนี้มีนักเรียนทั้งหมดกี่คน

แบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

1. เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
 - 1) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 1 \leq x \leq 6\}$
 - 2) เซตของจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 4 ลงตัว
 - 3) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x^2 = 49\}$
 - 4) เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 100 และหารด้วย 5 ลงตัว
 - 5) $\{x \mid x \in \mathbb{I}^- \text{ และ } x > -11\}$
2. เขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
 - 1) $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 999\}$
 - 2) $B = \{-2, -4, -6, -8, \dots, -200\}$
 - 3) $C = \{0, 2, 4, \dots, 100\}$
 - 4) $D = \{-2\}$
 - 5) $E = \{0, 5, -5, 10, -10, \dots, 100, -100\}$
 - 6) $F = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$
3. บอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้
 - 1) $\{1, \{1\}, 1, 2, \{2\}\}$
 - 2) $\{A, b, A, b, b, b\}$
 - 3) $\{\{1, 2, 3, 4\}\}$
 - 4) $\{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}, \{6, 7\}, 8\}$
 - 5) $\{x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะในคำว่า "บรรจง"}\}$
 - 6) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 101 และ 200}\}$
 - 7) $\{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } -100 \leq x \leq 100\}$
 - 8) $\{x \mid x^2 + 4 = 0\}$
4. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด
 - 1) $5 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 - 2) $12 \in \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวกที่อยู่ระหว่าง 1 และ 20}\}$
 - 3) $-5 \in \{x \mid x \in \mathbb{I}^- \text{ และ } -10 \leq x \leq 0\}$
 - 4) $b \notin \{A, \{b\}, c\}$
 - 5) $7 \in \{\{5, 7, 8\}\}$

- 6) $11 \notin \{2, 5, 7, 9, 11, 13\}$
- 7) $\{3\} \notin \{\{1\}, 3, \{5\}, 7\}$
- 8) $\frac{2}{5} \in \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$
5. พิจารณาว่าเซตต่อไปนี้เป็นเซตจำกัด หรือ เซตอนันต์
- 1) $A = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x + 2 = x\}$
 - 2) $B = \{x \mid x^2 + 5 = 0\}$
 - 3) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 2x = x + x\}$
 - 4) $D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 6x^2 + x - 12 = 0\}$
 - 5) $E = \{x \mid x^2 > 0\}$
 - 6) $J = \{x \mid -5 < x < 55\}$
 - 7) $K = \{\mathbb{I}\}$
6. หาสิบลับเซตและเพาเวอร์เซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้
- 1) $A = \{3, \{4\}, 5\}$
 - 2) $B = \{\{\emptyset\}\}$
 - 3) $C = \{1, 2, 1, 3, 2, 2, 2, 1\}$
 - 4) $D = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า } 7\}$
 - 5) $E = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า } 6\}$
7. ถ้า $P(P(A))$ มีสมาชิก 2^{512} ตัว หาเซตได้หรือไม่ ถ้าหาได้ เซต A มีสมาชิกกี่ตัว
8. กำหนดให้ $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, \{1\}, \{1, 2\}, 2, 3\}$ พิจารณาว่า ต่อไปนี้ข้อใดถูก ข้อใดผิด
- 1) $\{\emptyset\} \in A$
 - 2) $1 \in A$
 - 3) $\{1, 2\} \in A$
 - 4) $\{1, 2, 3\} \in A$
 - 5) $\{\emptyset\} \subset A$
 - 6) $\{1\} \subset A$
 - 7) $\{1, 2\} \subset A$
 - 8) $\{1, 2, 3\} \subset A$
9. ถ้า $A = \{4, 5, 6, \dots, 18\}$ และ $B = \{2, 3, 4, \dots, 12\}$ แล้วจำนวนสมาชิกในเซต $\{x \mid x \text{ เป็นสิบลับเซตของ } A \text{ และ } x \text{ ไม่เป็นสิบลับเซตของ } B\}$ มีค่าเท่าใด

10. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{x \mid x < 5\}$ และ $B = \{4, 5\}$ หา

- 1) $P(A \cap B)$
- 2) $P(A \cup B)$
- 3) $P(A) \cap P(B)$
- 4) $P(A) \cup P(B)$

11. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ U เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่เกิน 20

$$A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนที่หารด้วย } 3 \text{ ลงตัว}\}$$

เขียนเซต A , B และ C แบบแจกแจงสมาชิก

12. เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

$$\text{กำหนดให้ } U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

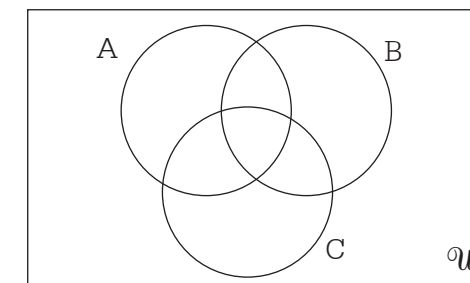
$$A = \{3, 4, 8, 9\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 7, 8\}$$

$$C = \{6, 7, 8, 9\}$$

- 1) $A \cup B$
- 2) $A \cap B$
- 3) $(A \cup B)'$
- 4) $A' - B$
- 5) $(A \cap B) \cup C'$
- 6) $(A \cap B)' - A$
- 7) $A' - (A \cup B)$
- 8) $B' - (A \cup B)$
- 9) $(A \cup B) - (B \cup C)$
- 10) $(A \cap B) - (A \cup B)$

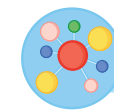
13. ระบายสีแผนภาพที่กำหนดให้เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้



- 1) $A' \cap B$
- 2) $(A \cup B')'$
- 3) $(A' \cup B) - A$
- 4) $A \cup (B - C)$
- 5) $(B \cup C)' \cup A$
- 6) $(A - B)' - C'$
- 7) $C' \cap (A - B)'$
- 8) $(A \cup B) - (B - A')$

14. ให้ A เป็นเซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นสองเท่าของเซต B ถ้า $n(A \cap B) = 23$ และ $n(A \cup B) = 97$ หา $n(A)$ และ $n(B)$
15. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 100 คน ได้รับรางวัลเรียนดี 20 คน ได้รับรางวัลนักกิจกรรมดีเด่น 30 คน ในจำนวนนี้ได้รับรางวัลทั้งสองประเภท 10 คน หาจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ได้รับรางวัลและจำนวนนักเรียนที่ไม่ได้รับรางวัลประเภทใดเลย
16. ให้ A, B, C เป็นเซต ถ้า $n(B) = 42, n(C) = 28, n(A \cap C) = 8, n(A \cap B \cap C) = 3, n(A \cap B \cap C') = 2, n(A \cap B' \cap C') = 20$ และ $n(A \cup B \cup C) = 80$ หา $n(A' \cap B \cap C)$
17. จากการสอบถามนักเรียนโรงเรียนอนุบาลทรัพย์ปัญญาจำนวน 937 คน พบว่า มีนักเรียนที่ชอบไอศกรีมกะทิ 561 คน มีนักเรียนที่ชอบไอศกรีมมะนาว 471 คน มีนักเรียนที่ชอบไอศกรีมกาแฟ 497 คน มีนักเรียนที่ชอบทั้งไอศกรีมกะทิและมะนาว 230 คน มีนักเรียนที่ชอบทั้งไอศกรีมกะทิและกาแฟ 232 คน มีนักเรียนที่ชอบทั้งไอศกรีมมะนาวและกาแฟ 242 คน ถ้านักเรียนทุกคนชอบไอศกรีมรสใดรสหนึ่ง หาว่า
 - 1) มีนักเรียนที่ชอบไอศกรีมทั้งสามรสกี่คน
 - 2) มีนักเรียนที่ชอบไอศกรีมกะทิแต่ไม่ชอบไอศกรีมมะนาวกี่คน
 - 3) มีนักเรียนที่ไม่ชอบไอศกรีมกะทิกี่คน
 - 4) มีนักเรียนที่ไม่ชอบไอศกรีมมะนาวและไม่ชอบไอศกรีมกะทิกี่คน

ตรรกศาสตร์



แผนผังสาระการเรียนรู้

2. การเชื่อมประพจน์

- 2.1 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ (and)”
- 2.2 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ (or)”
- 2.3 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว... (if...then...)”
- 2.4 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ (if and only if)”
- 2.5 นิเสธ (negation) ของประพจน์

1. ประพจน์

3. การหาค่าความจริงของประพจน์

4. การสร้างตารางค่าความจริง

5. รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

6. สัจนิรันดร์

7. การอ้างเหตุผล

ตรรกศาสตร์

11. สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

10. ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว

9. ตัวบ่งปริมาณ

8. ประโยคเปิด



ผลการเรียนรู้

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล