หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒
เล่ม ๑

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

ผู้เรียบเรียง

อาจารย์วัฒนา นิธิศดิลก
อาจารย์เจริญ ราคาแก้ว

ผู้ตรวจ

ดร.คงรัฐ นวลแปง
อาจารย์อภิณห์พร มาตรมูล
อาจารย์ประวิทย์ กันทาทอง

บรรณาธิการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วีรยุทธ นิลสระคู

สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)
๑๒๕๖/๙ ถนนนครไชยศรี แขวงถนนนครไชยศรี เขตดุสิต กรุงเทพฯ ๑๐๓๐๐
โทร. ๐-๒๒๔๓-๘๐๐๐ (อัตโนมัติ ๑๕ สาย), ๐-๒๒๔๑-๘๙๙๙
แฟกซ์ : ทุกหมายเลข, แฟกซ์อัตโนมัติ : ๐-๒๒๔๑-๔๑๓๑, ๐-๒๒๔๓-๗๖๖๖
website : www.iadth.com

สงวนลิขสิทธิ์
บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด

พ.ศ. ๒๕๖๘
พิมพ์ครั้งที่ ๑ จำนวน ๒๐,๐๐๐ เล่ม
ISBN : 978-616-05-5165-1

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 นี้ เป็นหนังสือที่จัดทำขึ้นตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเนื้อหาในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เล่มนี้ มีทั้งหมด 6 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนจริง หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 พื้นที่ผิวและปริมาตร หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 สมบัติของเลขยกกำลัง และหน่วยการเรียนรู้ที่ 6 พหุนาม

เนื้อหาภายในเล่มประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง เกร็ดน่ารู้ และแบบฝึกหัดที่มีความเหมาะสมและเข้าใจง่าย รวมถึงกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับเนื้อหาและเหมาะสมกับผู้เรียน เพื่อที่จะมุ่งส่งเสริมพัฒนาความรู้ความเข้าใจ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ มีการส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลายและพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนตามศักยภาพ

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 นี้ จะเป็นประโยชน์ในการเรียนรู้ ส่งเสริมพัฒนาเด็กไทยให้รักและมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นสูงต่อไปได้เป็นอย่างดี

อาจารย์วัฒนา นิธิศดิลก
อาจารย์เจริญ ราคาแก้ว
สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)

สัญลักษณ์ที่ปรากฏในหนังสือเรียน มีดังนี้

แผนผังสาระการเรียนรู้ — หัวข้อที่จะได้เรียนในหน่วยการเรียนรู้

ตัวชี้วัดระหว่างทาง : ใช้ตัวอักษรสีดำที่มีการประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียน

ตัวชี้วัดปลายทาง : ใช้ตัวอักษรสีฟ้าเน้นการประเมินผลลัพธ์สุดท้ายที่ต้องการให้เกิดการเรียนรู้

จุดประสงค์ — เป็นเป้าหมายที่สามารถทำได้ในหน่วยการเรียนรู้

ข้อสังเกต — ความรู้ที่สามารถสังเกตได้จากเนื้อหาหรือตัวอย่าง เพื่อกระตุ้นให้คาดการณ์และสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง

วัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน — เป็นการวัดความรู้ก่อนเรียนเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ สามารถสแกน QR CODE เพื่อทำข้อสอบออนไลน์

บทนิยาม **ทฤษฎีบท** **สมบัติ**

เป็นช่องทางให้ใช้เทคโนโลยีอย่างสร้างสรรค์ในการหาความรู้ ซึ่งมี Video Animation และไฟล์ .GSP

ควรระวัง — สิ่งที่ต้องระวังในการเรียนรู้ หรืออาจทำให้เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

แบบฝึกหัด — ฝึกทักษะผ่านการทำแบบฝึกหัด โดยเรียงลำดับจากง่ายไปยาก (อุ่นเครื่อง-ง่าย ฝึกฝน-ปานกลาง ท้าทาย-ยาก)

ควรรู้ สิ่งที่ควรทราบเพิ่มเติม นอกเหนือจาก สาระการเรียนรู้

ชวนคิด ประเด็นปัญหาที่ชวนให้ตั้งคำถาม และหาคำตอบด้วยตนเอง หรือหาคำตอบร่วมกันกับเพื่อน

ลองทำดู โจทย์คู่ขนานที่สามารถลองทำเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ของตนเอง

เกร็ดน่ารู้ ความรู้ทั่วไปที่เชื่อมโยงกับเนื้อหานั้น ๆ เน้นการบูรณาการกับชีวิตจริง

Math Activity กิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) เน้นการปฏิบัติร่วมกันในห้องเรียนและสรุปความรู้ได้

Math D.I.Y. กิจกรรมที่สามารถฝึกฝน/ปฏิบัติด้วยตนเองได้ จากนั้นนำมาสรุปและอภิปรายร่วมกันในห้องเรียน

สรุปเนื้อหา ทฤษฎี บทนิยาม หรือวิธีการ เพื่อให้ได้ทบทวนความรู้

วัดความรู้หลังเรียน เป็นการวัดความรู้หลังเรียนเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ สามารถสแกน QR CODE เพื่อทำข้อสอบออนไลน์

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ เป็นการเสริมทักษะการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ ที่ได้เรียนรู้มาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ เพื่อทบทวน และเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

กิจกรรมนำสู่โครงงาน เป็นกิจกรรมที่ให้ลงมือทำจนได้ความรู้ใหม่

สารบัญ

หน้า

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ 1

1. ความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 8
3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส 14
4. การนำไปใช้ 18

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 25

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนจริง 28

1. จำนวนตรรกยะ 30
2. จำนวนอตรรกยะ 36
3. รากที่สอง 39
4. รากที่สาม 57
5. การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหา 66

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 72

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 พื้นที่ผิวและปริมาตร 74

1. หน่วยการวัด 76
2. พื้นที่ผิว 86
3. ปริมาตร 99
4. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร 105

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 114

หน้า

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 **การแปลงทางเรขาคณิต** 116

1. การสะท้อน 118
2. การเลื่อนขนาน 125
3. การหมุน 129
4. การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต 135

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 142

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 **สมบัติของเลขยกกำลัง** 146

1. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก 148
2. การดำเนินการของเลขยกกำลัง 152
3. สมบัติของเลขยกกำลัง 165
4. การเขียนจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ 175
5. การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา 180

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 187

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 **พหุนาม** 189

1. เอกนาม 191
2. การบวกและการลบเอกนาม 195
3. การบวกและการลบพหุนาม 202
4. การคูณพหุนาม 209
5. การหารพหุนาม 213

กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 6 219

อภิธานศัพท์ 221

บรรณานุกรม 224

ภาคผนวก

- ตารางแสดงกำลังสอง กำลังสาม และค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สามที่เป็นบวกของจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 100

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ

แผนผังสาระการเรียนรู้

ตัวชี้วัดปลายทาง

- เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง (ค 2.2 ม.2/5)

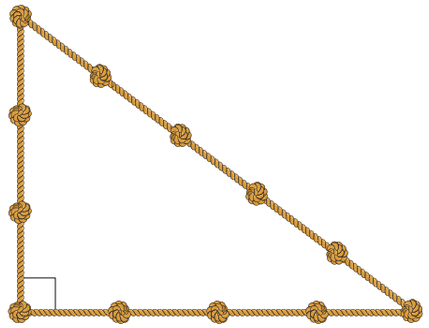
จุดประสงค์

เมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนสามารถ

- เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้สมการได้
- เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้สมการได้
- หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้
- นำทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงได้

ในสมัยอียิปต์โบราณ เกษตรกรที่อาศัยอยู่ริมฝั่งแม่น้ำไนล์มักประสบปัญหาน้ำท่วมที่ดินจนไม่สามารถชี้แนวเขตของตนเองได้ พวกเขาจึงต้องรังวัดที่ดินใหม่เกือบทุกปี ในสมัยนั้นเมื่อต้องการรังวัดที่ดินให้เป็นมุมฉาก ชาวบ้านจะใช้เชือก 12 ปม ระยะห่างระหว่างปมเป็น 1 หน่วยเท่ากัน มาขึงเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเป็น 3 4 และ 5 หน่วย ซึ่งจะได้ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย

ถึงแม้ปัจจุบันจะมีเครื่องมือวัดที่ช่วยให้การปักเขตที่ดินทำได้ง่ายมากขึ้น หากช่างรังวัดไม่มีเครื่องมือวัดมุมฉาก ช่างก็สามารถใช้เชือก 12 ปม มาขึงสร้างเป็นมุมฉาก เพื่อช่วยในการปักเขตที่ดินได้



นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า เพราะเหตุใดช่างรังวัดจึงทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวของด้านทั้งสามเป็น 3 4 และ 5 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 นี้ นักเรียนจะได้ศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบและแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตได้

ที่มา : mathmyself, ม.ป.ป.

เกร็ดน่ารู้

การรังวัดที่ดิน คือ การให้เจ้าหน้าที่จากกรมที่ดินทำการรังวัดปักเขตที่ดิน ตรวจสอบหลักเขตที่ดินและเนื้อที่ของที่ดินนั้น เพื่อให้ทราบถึงที่ตั้งแนวเขตที่ดิน ที่ตั้งของที่ดิน และเนื้อที่ของที่ดินที่แน่นอน

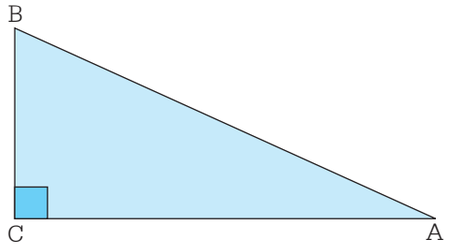
วัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน

8 - 10	ดีมาก
7	ดี
6	พอใช้
ต่ำกว่า 6	ปรับปรุง

ฉันได้.....คะแนน

1. ความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก



เรียก $\overline{AB}$ ว่า **ด้านตรงข้ามมุมฉาก (Hypotenuse)**

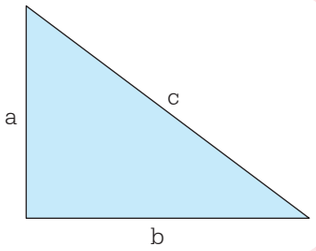
เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า **ด้านประกอบมุมฉาก (Leg of right triangle)**

จะเห็นว่า ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด

นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. พิจารณาการกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c เซนติเมตร ด้านประกอบมุมฉากยาว a และ b เซนติเมตร ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) a = 3 เซนติเมตร b = 4 เซนติเมตร และ c = 5 เซนติเมตร
2) a = 6 เซนติเมตร b = 8 เซนติเมตร และ c = 10 เซนติเมตร
3) a = 5 เซนติเมตร b = 12 เซนติเมตร และ c = 13 เซนติเมตร
4) a = 7 เซนติเมตร b = 24 เซนติเมตร และ c = 25 เซนติเมตร



2. กรอกข้อมูล a, b และ c ในตารางต่อไปนี้ และหาค่าแต่ละค่าตามที่กำหนด

ข้อ	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$
1)							
2)							
3)							
4)							

3. ตรวจสอบความสัมพันธ์ของ c^2 กับ $a^2 + b^2$

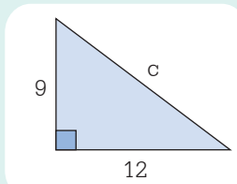
ผลที่ได้จากกิจกรรมข้างต้น นักเรียนจะเห็นว่าความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม จะมีค่า $c^2 = a^2 + b^2$

ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ มีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการทราบได้ เมื่อทราบความยาวของด้านอีกสองด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น โดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาค่าของ c



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $c^2 = 9^2 + 12^2$

$= 81 + 144$

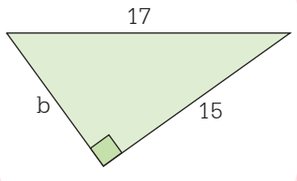
$= 225$

$c = 15$

ดังนั้น c เท่ากับ 15 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาค่าของ b



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $17^2 = 15^2 + b^2$

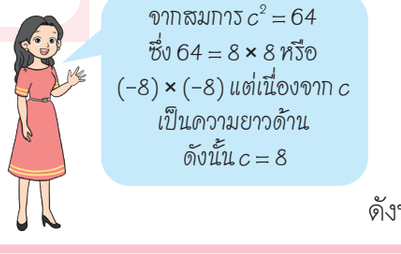
$b^2 = 17^2 - 15^2$

$= 289 - 225$

$= 64$

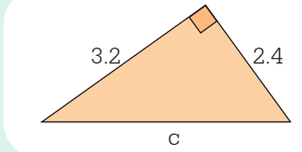
$b = 8$

ดังนั้น b เท่ากับ 8 หน่วย



ตัวอย่างที่ 3

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาค่าของ c



วิธีทำ จากความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $c^2 = (3.2)^2 + (2.4)^2$

$= 10.24 + 5.76$

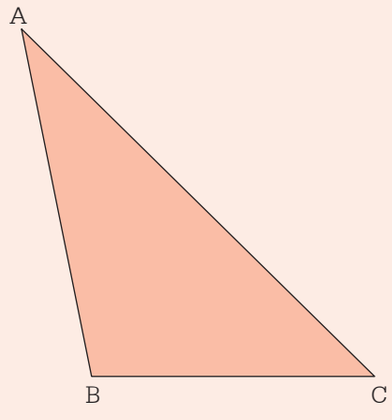
$= 16$

$c = 4$

ดังนั้น c เท่ากับ 4 หน่วย

ชวนคิด

จากรูปที่กำหนด ตอบคำถามต่อไปนี้



รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

☐ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

☐ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

วัดความยาวด้านทั้งสาม และตอบคำถามต่อไปนี้

AC = _____ ซม. และ AC^2 = _____

AB = _____ ซม. และ AB^2 = _____

BC = _____ ซม. และ BC^2 = _____

ซึ่งจะได้ว่า AC^2 ☐ $AB^2 + BC^2$

จากตัวอย่างข้างต้น นักเรียนสามารถสรุปได้อย่างไร

_____

_____

_____

_____

แบบฝึกหัดที่ 1

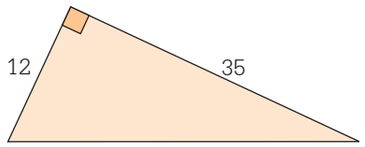
1. จำนวนที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก **อุ่นเครื่อง**

   1) 7, 24
   2) 20, 21
   3) 10, 24
   4) $\frac{7}{2}$, 12
   5) 4.5, 6
   6) 2.1, 7.2

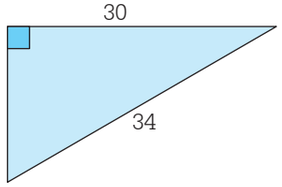
ในกรณีที่ c^2 เป็นทศนิยม นักเรียนสามารถหาค่า c ได้จากการลองใช้เครื่องคำนวณหาว่าจำนวนใดคูณตัวมันเองแล้วมีค่าเท่ากับ c^2 ที่ต้องการ เช่น หาก $c^2 = 10.24$ จะได้ $c = 3.2$

2. ตัวเลขที่กำกับด้านแสดงความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาความยาวของด้านที่เหลือ **ฝึกฝน**

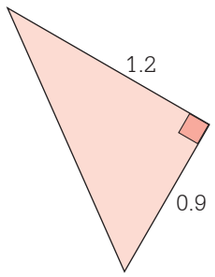
1)



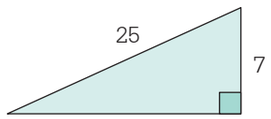
2)



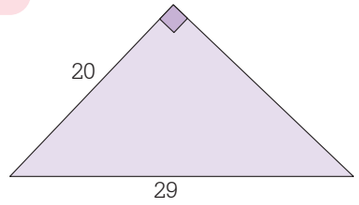
3)



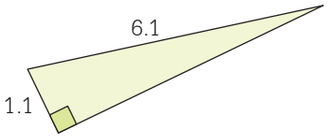
4)



5)

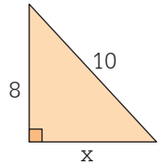


6)

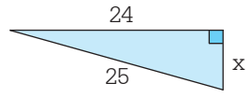


3. ตัวเลขที่กำกับด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด แสดงความยาวของด้าน หาค่าของ x

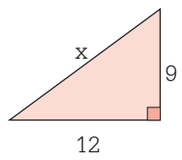
1)



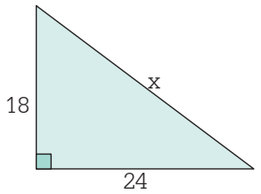
2)



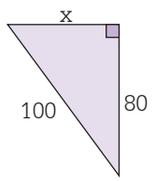
3)



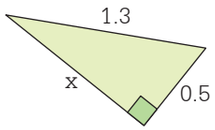
4)



5)



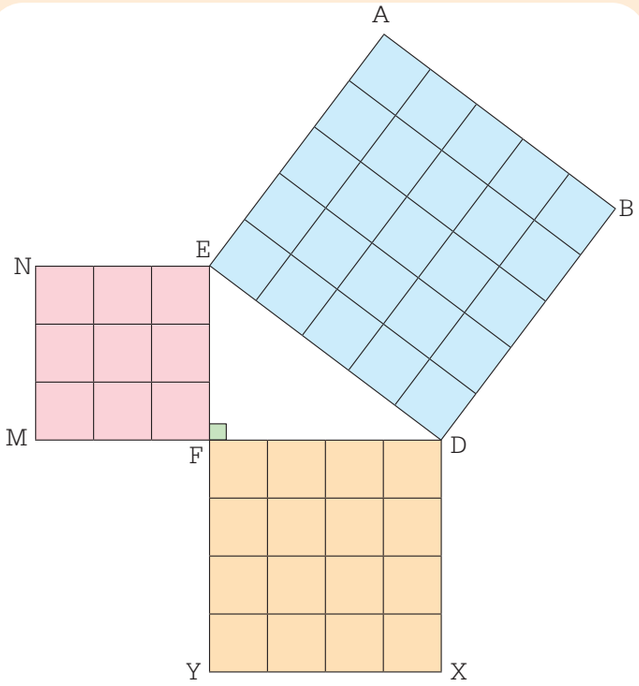
6)



2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ให้ △DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $D\hat{F}E$ เป็นมุมฉาก
มี $\overline{EF}$ ยาว 3 หน่วย $\overline{FD}$ ยาว 4 หน่วย และ $\overline{DE}$ ยาว 5 หน่วย

สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส DEAB รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส EFMN และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส FDXY บนด้าน DE ด้าน EF และด้าน FD ตามลำดับ ดังรูป



จากรูป จะเห็นได้ว่า

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส DEAB เท่ากับ 25 ตารางหน่วย
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส EFMN เท่ากับ 9 ตารางหน่วย
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส FDXY เท่ากับ 16 ตารางหน่วย

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส DEAB เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส EFMN และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส FDXY

นั่นคือ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

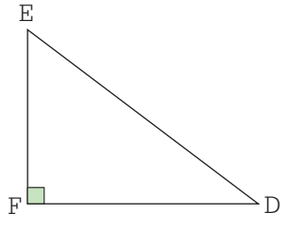
นักเรียนจะเห็นว่า $5 \times 5 = 5^2 = 25$

$3 \times 3 = 3^2 = 9$

และ $4 \times 4 = 4^2 = 16$

จาก $25 = 9 + 16$

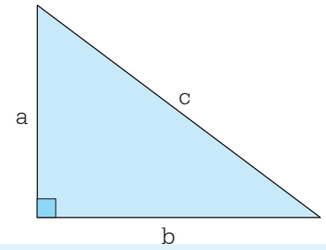
จะได้ $5^2 = 3^2 + 4^2$



สรุปได้ว่า เมื่อ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

ทฤษฎีบท

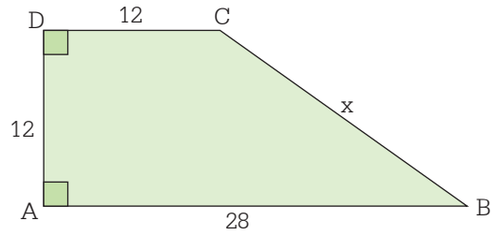
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagoras' theorem)
สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ
เมื่อ a, b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก
c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก
จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$



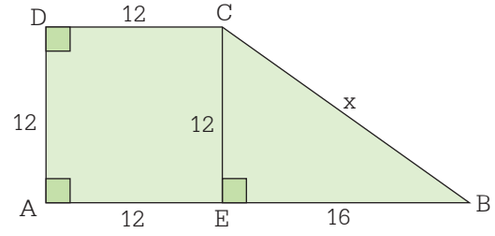
นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

□ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ที่มี $\overline{CD}$ ขนานกับ $\overline{BA}$ ดังรูป หาค่าของ x



วิธีทำ จากรูปที่โจทย์กำหนด จากจุด C ลาก $\overline{CE}$ ให้ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด E จะได้ △CEB เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $C\hat{E}B$ เป็นมุมฉาก



พิจารณา △CEB เป็นรูปสามเหลี่ยม ที่มี $C\hat{E}B$ เป็นมุมฉาก

$\overline{EB}$ ยาว $28 - 12 = 16$ หน่วย และ $\overline{EC}$ ยาว 12 หน่วย

จะได้ $x^2 = 12^2 + 16^2$

$= 144 + 256$

$= 400$

$= 20 \times 20$

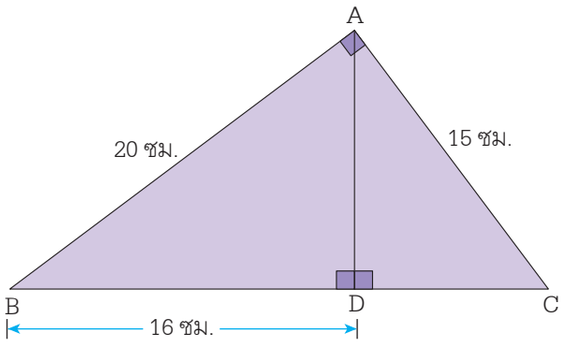
$x = 20$

ดังนั้น x เท่ากับ 20 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2

จากรูปที่กำหนด รูปสามเหลี่ยม BAC มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมฉาก $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ $\overline{AB}$ ยาว 20 เซนติเมตร $\overline{BD}$ ยาว 16 เซนติเมตร และ $\overline{AC}$ ยาว 15 เซนติเมตร หาความยาวของ $\overline{DC}$

วิธีทำ



เนื่องจาก $\triangle ADB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{D}B$ เป็นมุมฉาก

จากความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$20^2 = AD^2 + 16^2$

$AD^2 = 20^2 - 16^2$

$= 400 - 256$

$= 144$

ในทำนองเดียวกัน $\triangle ADC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{D}C$ เป็นมุมฉาก

จาก $AC^2 = AD^2 + DC^2$

จะได้ $DC^2 = AC^2 - AD^2$

$= 15^2 - 144$

$= 225 - 144$

$= 81$

$= 9 \times 9$

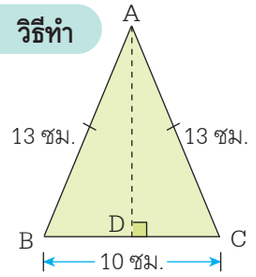
$DC = 9$

ดังนั้น ความยาวของ $\overline{DC}$ เป็น 9 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3

จากรูปที่กำหนด รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC มีฐาน $\overline{BC}$ ยาว 10 เซนติเมตร ด้านประกอบมุมยอด $\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ ยาวด้านละ 13 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC สูงเท่าไร

วิธีทำ



จะได้

ลากส่วนสูง AD ให้ตั้งฉาก $\overline{BC}$ ที่จุด D

จะได้ $\overline{DC}$ ยาว $10 \div 2 = 5$ (ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาตั้งฉากกับฐาน เส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมนั้น)

เนื่องจาก $\triangle ADC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{D}C$ เป็นมุมฉาก

มี AC = 13 เซนติเมตร และ DC = 5 เซนติเมตร

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$13^2 = AD^2 + 5^2$

$AD^2 = 13^2 - 5^2$

$= 169 - 25$

$= 144$

$= 12 \times 12$

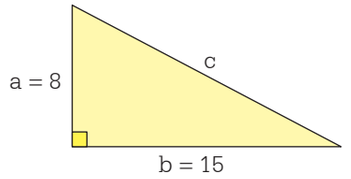
$AD = 12$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC สูง 12 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 4

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว a เท่ากับ 8 หน่วย b เท่ากับ 15 หน่วย และด้านประกอบมุมฉากยาว c หน่วย หาค่าของ c

วิธีทำ



กำหนดให้ a = 8 หน่วย, b = 15 หน่วย

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

$= 8^2 + 15^2$

$= 64 + 225$

$= 289$

$c = 17$

ดังนั้น c เท่ากับ 17 หน่วย

ควรรู้ ชุดของจำนวนเต็มบวก a, b, c ที่มีความสัมพันธ์กันในรูปแบบ $c^2 = a^2 + b^2$ เรียกว่า ชุดของจำนวนพีทาโกรัส (Pythagorean triple)

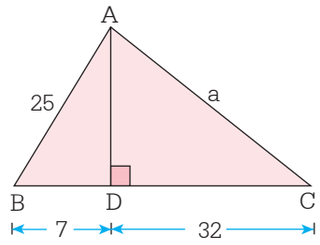
แบบฝึกหัดที่ 2

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉากยาว a และ b หน่วย และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย อุ่นเครื่อง

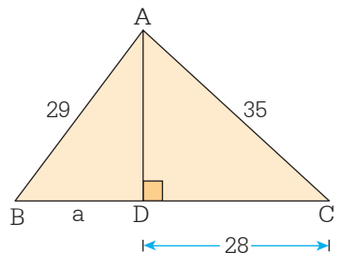
   1) กำหนดให้ a = 16, b = 12 หาค่าของ c
   2) กำหนดให้ a = 2.5, c = 6.5 หาค่าของ b
   3) กำหนดให้ b = 8, c = 10 หาค่าของ a
   4) กำหนดให้ a = 7, c = 25 หาค่าของ b

2. จากรูปที่กำหนด หาค่าของ a ฝึกฝน

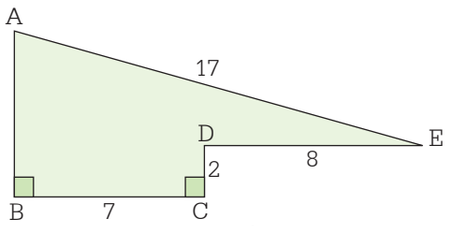
   1)



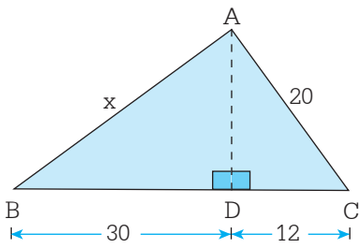
   2)



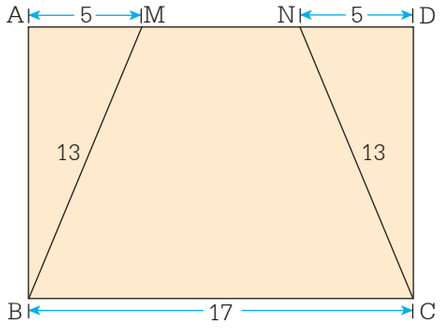
3. จากรูปที่กำหนด หาความยาวของ $\overline{AB}$ ฝึกฝน



4. จากรูปที่กำหนด ตัวเลขหรือตัวอักษรที่กำกับด้าน แสดงความยาวของด้าน หาความยาวรอบรูปของ △ABC ฝึกฝน



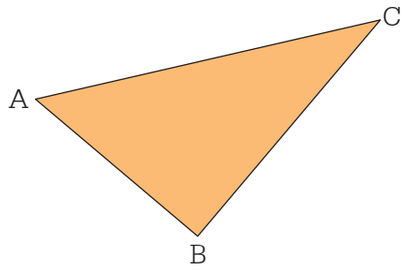
5. กำหนดให้ □ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และ □MBCN เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $\overline{AM}$ และ $\overline{ND}$ ยาว 5 หน่วย $\overline{MB}$ และ $\overline{NC}$ ยาว 13 หน่วย และ $\overline{BC}$ ยาว 17 หน่วย หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCN ฝึกฝน



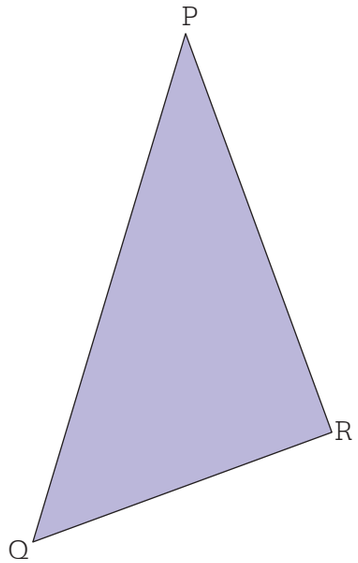
Math D.I.Y.

ปริศนารูปสามเหลี่ยม

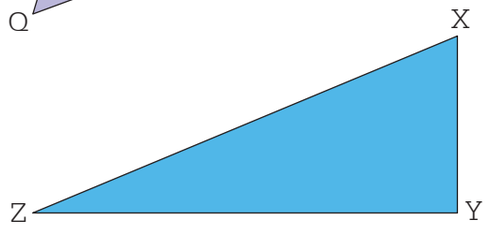
ใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปและเติมข้อมูลในช่องว่างให้ครบถ้วน



AC = _____ ซม. และ AC^2 = _____
AB = _____ ซม. และ AB^2 = _____
BC = _____ ซม. และ BC^2 = _____
ซึ่งจะได้ว่า _____ = _____ + _____
และรูปสามเหลี่ยมนี้มีมุม _____ เป็นมุมฉาก
เราจึงสามารถสรุปได้ว่า
△ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม _____



PQ = _____ ซม. และ PQ^2 = _____
PR = _____ ซม. และ PR^2 = _____
QR = _____ ซม. และ QR^2 = _____
ซึ่งจะได้ว่า _____ = _____ + _____
และรูปสามเหลี่ยมนี้มีมุม _____ เป็นมุมฉาก
เราจึงสามารถสรุปได้ว่า
△PQR เป็นรูปสามเหลี่ยม _____



XZ = _____ ซม. และ XZ^2 = _____
XY = _____ ซม. และ XY^2 = _____
YZ = _____ ซม. และ YZ^2 = _____
ซึ่งจะได้ว่า _____ = _____ + _____
และรูปสามเหลี่ยมนี้มีมุม _____ เป็นมุมฉาก
เราจึงสามารถสรุปได้ว่า
△XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยม _____

นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ของกำลังสองของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมกับชนิดของรูปสามเหลี่ยม แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อน และบันทึกข้อสังเกตที่ได้ในกรอบด้านล่าง

สิ่งที่ได้จากกิจกรรม

_____
_____

3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่กล่าวว่า สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านของด้านประกอบมุมฉาก จากทฤษฎีบทดังกล่าว ถ้าแยกข้อความจะมีส่วนที่เรียกว่า “เหตุ” และส่วนที่เรียกว่า “ผล” ดังนี้

เหตุ : มีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง

ผล : กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม

เมื่อนำผลข้างต้นมาเป็นเหตุ และเหตุมาเป็นผล จะได้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

ทฤษฎีบท

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

รูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1

กำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC ดังต่อไปนี้

1) $a = 14$, $b = 48$ และ $c = 50$

2) $a = 18$, $b = 24$ และ $c = 30$

3) $a = 30$, $b = 15$ และ $c = 35$

หาว่า $\triangle ABC$ ในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

วิธีทำ

1) เนื่องจาก $a = 14$, $b = 48$ และ $c = 50$

จะได้ $a^2 = 196$, $b^2 = 2{,}304$ และ $c^2 = 2{,}500$

$a^2 + b^2 = 196 + 2304$

$c^2 = 2500$

จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2) เนื่องจาก $a = 18$, $b = 24$ และ $c = 30$

จะได้ $a^2 = 324$, $b^2 = 576$ และ $c^2 = 900$

$a^2 + b^2 = 324 + 576$

$c^2 = 900$

จะเห็นว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3) เนื่องจาก $a = 30$, $b = 15$ และ $c = 35$

จะได้ $a^2 = 900$, $b^2 = 225$ และ $c^2 = 1{,}225$

$a^2 + b^2 = 900 + 225$

$c^2 = 1125$

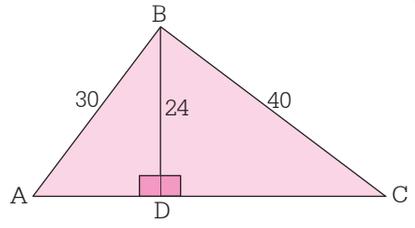
จะเห็นว่า $c^2 \neq a^2 + b^2$

ดังนั้น $\triangle ABC$ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 2

กำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป

แสดงว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ADB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AB^2 = AD^2 + DB^2$

$30^2 = AD^2 + 24^2$

$AD^2 = 30^2 - 24^2$

$= 900 - 576$

$= 324$

$= 18 \times 18$

$AD = 18$

เนื่องจาก $\triangle BDC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $BC^2 = BD^2 + DC^2$

$40^2 = 24^2 + DC^2$

$DC^2 = 40^2 - 24^2$

$= 1600 - 576$

$= 1024$

$= 32 \times 32$

$DC = 32$

แต่ $AC = AD + DC$

$= 18 + 32$

$= 50$

พิจารณา $\triangle ABC$ มีด้าน AB ยาว 30 หน่วย, ด้าน BC ยาว 40 หน่วย และด้าน AC ยาว 50 หน่วย

จะได้ $AB^2 = 900$, $BC^2 = 1{,}600$ และ $AC^2 = 2{,}500$

และ $AB^2 + BC^2 = 900 + 1600$

$= 2500$

จะได้ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

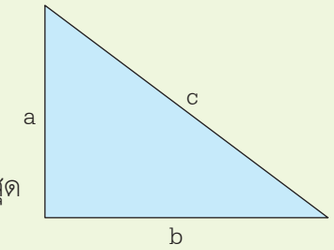
บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

กำหนดให้ a b และ c เป็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ดังรูป

และ c เป็นด้านที่ยาวที่สุด

a, b เป็นด้านประกอบมุมที่อยู่ตรงข้ามด้านที่ยาวที่สุด

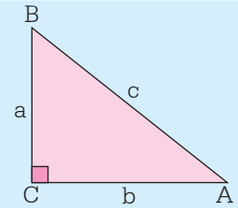


ถ้า $c^2 = a^2 + b^2$ แล้วรูปสามเหลี่ยมจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดความยาวของด้านทั้งสามด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

ลองทำดู

กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC ที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก ด้านประกอบมุมฉากยาว a และ b หน่วย ตามลำดับ ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$



1. ถ้ารูปสามเหลี่ยม DEF มีความยาวแต่ละด้านเป็น $\frac{3}{2}$ เท่าของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วรูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
2. ถ้ารูปสามเหลี่ยม KLM มีความยาวแต่ละด้านเป็น 2 เท่าของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วรูปสามเหลี่ยม KLM เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

แบบฝึกหัดที่ 3

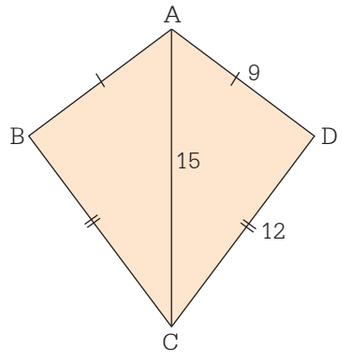
1. ตัวเลขในแต่ละข้อเป็นความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม หาว่ารูปสามเหลี่ยมในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ อุ่นเครื่อง

1) 12, 16, 20 2) 18, 81, 85 3) 9, 12, 15

4) 26, 10, 24 5) 13, 16, 20 6) 21, 29, 20

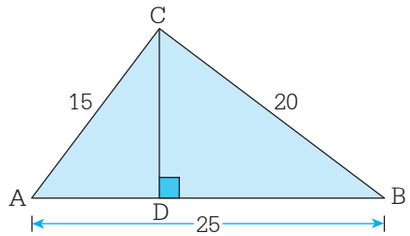
7) 30, 21, 22 8) 3.9, 3.6, 1.5 9) 1.2, 1.4, 1.5

10) 7.5, 18, 19.5

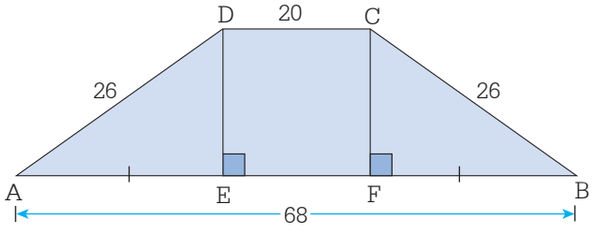
2. 

กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD มี AB = AD = 9 เซนติเมตร และ BC = DC = 12 เซนติเมตร เส้นทแยงมุม $\overline{AC}$ ยาว 15 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยม ACD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ อุ่นเครื่อง

3. รูปสามเหลี่ยม ABC มี $\overline{AC}$ ยาว 15 หน่วย, $\overline{BC}$ ยาว 20 หน่วย และ $\overline{AB}$ ยาว 25 หน่วย $\overline{CD}$ ยาวเท่าไร ท้าทาย



4. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD ดังรูป รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่เท่าไร ท้าทาย

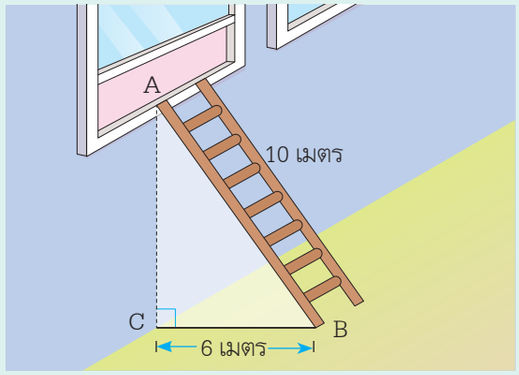


4. การนำไปใช้

นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปประยุกต์ใช้หาความยาวของรูปเรขาคณิตได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

บันไดยาว 10 เมตร วางพาดอยู่กับผนังบ้าน โดยมีปลายบันไดจรดขอบหน้าต่างด้านล่างพอดี ถ้าเชิงบันไดอยู่ห่างผนังบ้าน 6 เมตร ความสูงจากพื้นดินถึงขอบหน้าต่างด้านล่างเป็นเท่าไร



วิธีทำ

AB แทนความยาวของบันได

AC แทนความสูงจากพื้นดินถึงขอบหน้าต่างด้านล่าง

BC แทนระยะห่างระหว่างเชิงบันไดกับผนังบ้าน

เนื่องจาก $\triangle ACB$ มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

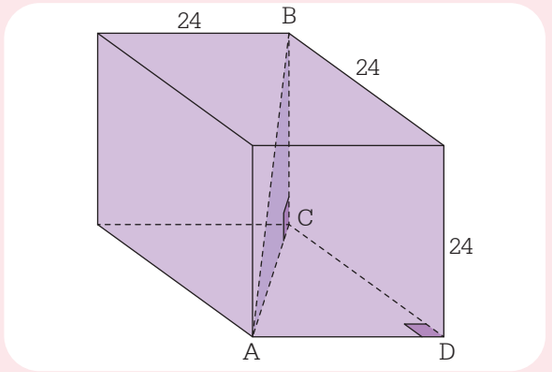
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ 10^2 &= AC^2 + 6^2 \\ AC^2 &= 10^2 - 6^2 \\ &= 100 - 36 \\ &= 64 \\ &= 8 \times 8 \\ AC &= 8 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความสูงจากพื้นดินถึงขอบหน้าต่างด้านล่างเท่ากับ 8 เมตร

ตัวอย่างที่ 2

กล่องทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ 24 เซนติเมตร เส้นทแยงมุม AB จะยาวประมาณกี่เซนติเมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)



วิธีทำ

$\triangle ACD$ มี $A\hat{D}C$ เป็นมุมฉาก จะได้

$$\begin{aligned} AC^2 &= AD^2 + CD^2 \\ &= 24^2 + 24^2 \\ &= 2 \times 24^2 \end{aligned}$$

$\triangle ABC$ มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก จะได้

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= (2 \times 24^2) + 24^2 \\ &= (2 + 1) \times 24^2 \\ &= 3 \times 24^2 \\ &= 3 \times 576 \\ &= 1728 \\ &\approx 42 \times 42 \\ AB &\approx 42 \end{aligned}$$

หาจำนวนเต็มบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ใกล้เคียง 1,728

42 × 42 = 1,764

41 × 41 = 1,681

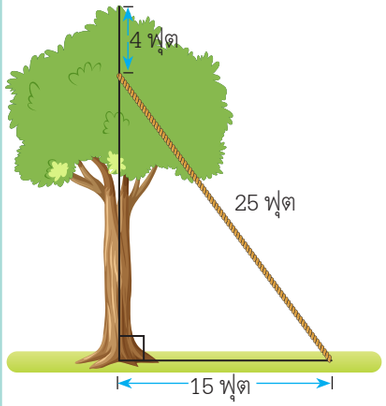
ดังนั้น เส้นทแยงมุม $\overline{AB}$ ยาวประมาณ 42 เซนติเมตร

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณเพื่อตรวจสอบและคำนวณหาเกี่ยวกับความสูง ความยาว และความกว้างของสิ่งต่าง ๆ

ตัวอย่างที่ 3

ต้นไม้ต้นหนึ่งใช้ลวดผูกต้นที่จุดซึ่งห่างจากยอด 4 ฟุต แล้วดึงมาผูกที่หลักซึ่งอยู่ห่างจากโคนต้นไม้ 15 ฟุต ถ้าลวดยาว 25 ฟุต ดังรูป หาความสูงของต้นไม้ต้นนี้

วิธีทำ



ให้ x แทนความสูงของต้นไม้จากพื้นถึงจุดที่ผูกลวด
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 25^2 &= x^2 + 15^2 \\ x^2 &= 25^2 - 15^2 \\ x^2 &= 625 - 225 \\ x^2 &= 400 \\ x^2 &= 20 \times 20 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

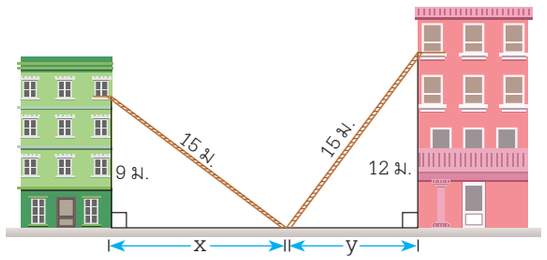
จะได้ว่า ความสูงของต้นไม้จากพื้นถึงจุดที่ผูกลวดไว้เท่ากับ 20 ฟุต
และความสูงของต้นไม้จากจุดที่ผูกลวดไปถึงยอดเท่ากับ 4 ฟุต
ดังนั้น ความสูงของต้นไม้คือ 20 + 4 = 24 ฟุต

ควรระวัง เมื่อหาค่าของสิ่งที่ต้องการทราบจากทฤษฎีบทพีทาโกรัสแล้ว อย่าลืมตรวจสอบว่าต้องดำเนินการเพิ่มเติมเพื่อให้ได้คำตอบหรือไม่

ตัวอย่างที่ 4

บันไดยาว 15 เมตร พาดที่ขอบหน้าต่างตึกหลังหนึ่งซึ่งสูง 9 เมตร เมื่อพลิกบันไดไปอีกข้างหนึ่ง บันไดจะพาดขอบหน้าต่างตึกอีกข้างหนึ่งซึ่งสูง 12 เมตรพอดี ขอบตึกทั้งสองอยู่ห่างกันกี่เมตร

วิธีทำ



ให้ x แทนระยะห่างระหว่างตึกแรกและโคนบันได
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 15^2 &= x^2 + 9^2 \\ x^2 &= 15^2 - 9^2 \\ x^2 &= 225 - 81 \\ x^2 &= 144 \\ x^2 &= 12 \times 12 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

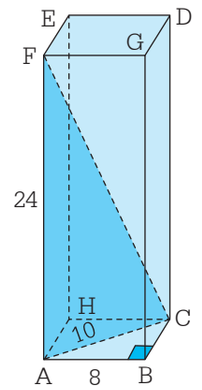
ให้ y แทนระยะห่างระหว่างตึกที่สองและโคนบันได
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 15^2 &= y^2 + 12^2 \\ y^2 &= 15^2 - 12^2 \\ y^2 &= 225 - 144 \\ y^2 &= 81 \\ y^2 &= 9 \times 9 \\ y &= 9 \end{aligned}$$

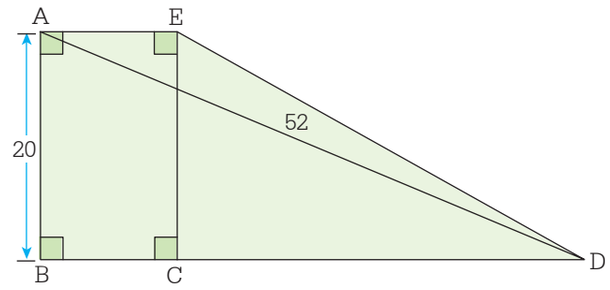
ดังนั้น ขอบตึกทั้งสองอยู่ห่างกัน 12 + 9 = 21 เมตร

แบบฝึกหัดที่ 4

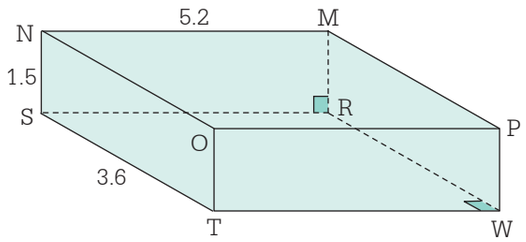
1. กำหนดให้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมี $\overline{AB}$ ยาว 8 เซนติเมตร $\overline{AC}$ ยาว 10 เซนติเมตร และ $\overline{AF}$ ยาว 24 เซนติเมตร หาความยาวของ $\overline{BC}$ และ $\overline{FC}$ อุ่นเครื่อง



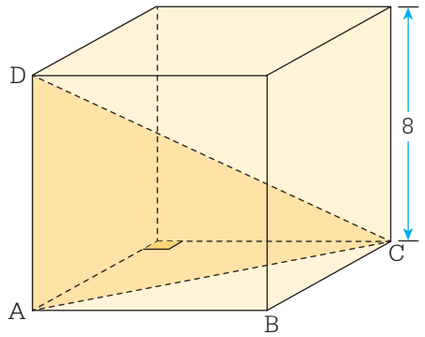
2. กำหนดให้ ABCE เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ 240 ตารางฟุต $\overline{AB}$ ยาว 20 ฟุต ต่อ $\overline{BC}$ ไปทางจุด C ตัดกับ $\overline{AD}$ ที่จุด D และ $\overline{AD}$ ยาว 52 ฟุต รูปสามเหลี่ยม ECD มีพื้นที่เท่าไร ฝึกฝน



3. กำหนดให้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมี $\overline{MN}$ ยาว 5.2 เซนติเมตร $\overline{NS}$ ยาว 1.5 เซนติเมตร และ $\overline{ST}$ ยาว 3.6 เซนติเมตร $\overline{MT}$ ยาวเท่าไร ฝึกฝน



4. หาความยาวของเส้นทแยงมุม DC ของกล่องทรงลูกบาศก์ที่มีความยาวด้านละ 8 เซนติเมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็ม) ฝึกฝน



5. รูปสามเหลี่ยม ABC มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก มี $\overline{AC}$ ยาว 20 เซนติเมตร และ $\overline{AB}$ ยาว 12 เซนติเมตร กำหนดให้ D เป็นจุดบน BC และอยู่ห่างจากจุด C 11 เซนติเมตร $\overline{AD}$ ยาวเท่าไร ฝึกฝน

6. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านกว้างยาว 5 เซนติเมตร และมีเส้นรอบรูปยาว 34 เซนติเมตร หาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมนี้ ฝึกฝน

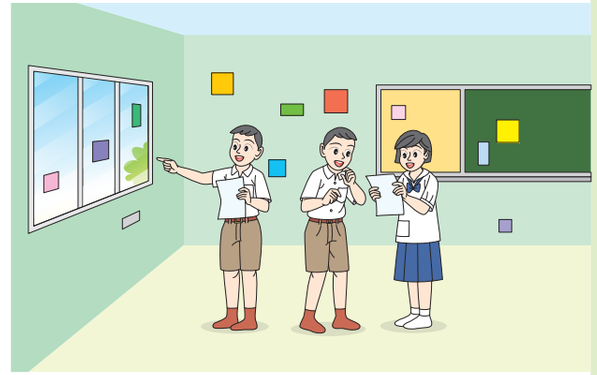
7. กำหนดให้ $\triangle XYZ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม XZY เป็นมุมฉาก มี $\overline{XY}$ ยาว 15 หน่วย และ $\overline{XZ}$ ยาว 12 หน่วย หาความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม XYZ ฝึกฝน

Math Activity

กิจกรรม หาให้ได้มากที่สุด

วัสดุ/อุปกรณ์

1) กระดาษสี กลุ่มละ 1 สี
2) ปากกา
3) กระดาษ A4
4) กรรไกร
5) เทปใส หรือเทปกาวย่น



สถานที่

ห้องโล่งหรือลานโล่ง

ขั้นตอนการจัดกิจกรรม

1) นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน ร่วมกันทำภารกิจ ดังนี้
   - นักเรียนแต่ละกลุ่มตัดกระดาษสีที่ได้รับเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดแตกต่างกัน กลุ่มละ 5 แผ่น โดยเขียนความกว้างและความยาวของกระดาษแต่ละแผ่นในหน่วยเซนติเมตรกำกับไว้
   - นักเรียนแต่ละกลุ่มนำกระดาษรูปสี่เหลี่ยมที่ตัดไว้ไปติดตามผนังรอบ ๆ ห้อง
2) นักเรียนแต่ละกลุ่มสำรวจขนาดของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมรอบ ๆ ห้อง (ไม่ต้องสำรวจกระดาษสีของกลุ่มตนเอง) จากนั้นกลับมาที่กลุ่มเพื่อช่วยกันหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมที่ไปสำรวจมาให้ได้มากที่สุดตามเวลาที่กำหนด
3) เมื่อหมดเวลา นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแสดงความคิดเห็นว่าความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเป็นเท่าใด
4) นักเรียนแต่ละกลุ่มสลับกันเป็นผู้เฉลยคำตอบ กลุ่มที่ได้คำตอบถูกต้องหรือใกล้เคียงที่สุด (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง) จะได้รับคะแนนในข้อนั้นไป
5) นักเรียนร่วมกันสรุปคะแนนของกลุ่มตนเอง
6) นักเรียนร่วมกันพูดคุยเพื่ออภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้จากกิจกรรมนี้ จากนั้นจึงสรุปความรู้ที่ได้รับและร่วมกันอภิปรายว่าจะนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ได้อย่างไร

ประเมินตนเอง

สิ่งที่ได้เรียนรู้	ทำได้	ต้องพยายามอีกนิด
หาความยาวของเส้นทแยงมุมโดยใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	☐	☐
ให้เหตุผลประกอบการอธิบายได้	☐	☐
พูดคุยและช่วยเหลือซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม	☐	☐

Activity's Goal

- การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง
- การเรียนรู้ผ่านกิจกรรม
- บูรณาการกับชีวิตจริง
- พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- พัฒนาคุณลักษณะที่พึงประสงค์

ความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ มีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

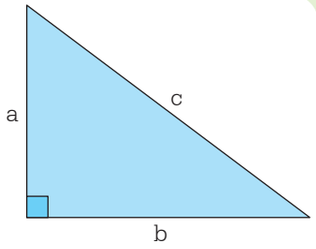
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ

เมื่อ a, b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$



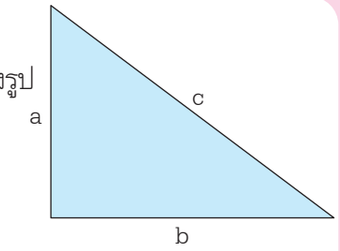
บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

กำหนดให้ a b และ c เป็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ดังรูป

และ c เป็นด้านที่ยาวที่สุด

a, b เป็นด้านประกอบมุมที่อยู่ตรงข้ามด้านที่ยาวที่สุด



ถ้า $c^2 = a^2 + b^2$ แล้วรูปสามเหลี่ยมจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

การนำไปใช้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณ เพื่อตรวจสอบและคำนวณหาเกี่ยวกับความสูง ความยาว และความกว้างของสิ่งต่าง ๆ โดยไม่ต้องมีการวัดในบางกรณี

Test วัดความรู้หลังเรียน

8 - 10	ดีมาก
7	ดี
6	พอใช้
ต่ำกว่า 6	ปรับปรุง

ฉันได้.....คะแนน

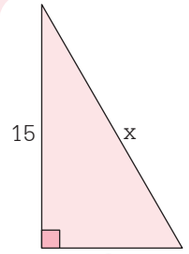
กิจกรรมท้ายหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

1. จำนวนที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก อุ่นเครื่อง

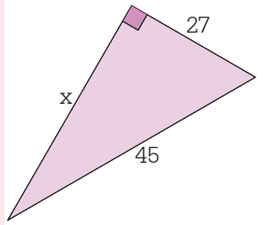
1) 9, 12
2) 10, 24
3) 0.3, 0.4
4) 1.2, 1.6
5) 15, 20
6) 3.5, 12

2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไปนี้ ตัวเลขที่กำกับด้านแสดงความยาวของด้าน หาค่าของ x ฝึกฝน

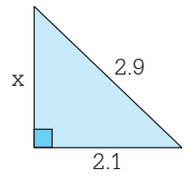
1)



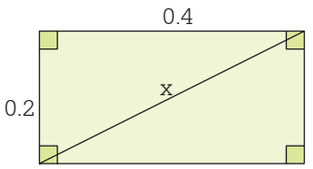
2)



3)

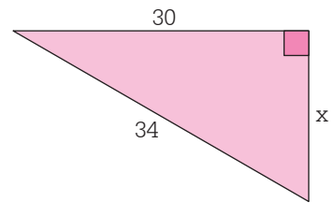


4)

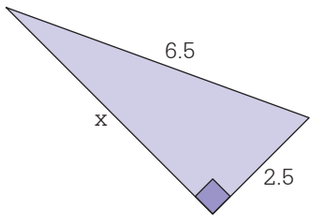


3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนด หาค่าของ x และความยาวรอบรูป ฝึกฝน

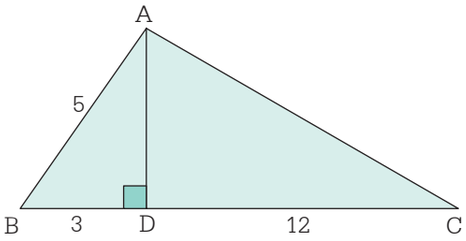
1)



2)



4. จากรูปที่กำหนด $\overline{AC}$ ยาวเท่าไร ฝึกฝน



5. รูปสามเหลี่ยม XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีด้านประกอบมุมยอดยาว 10 เซนติเมตร และมีส่วนสูงเป็น 8 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยม XYZ มีพื้นที่เท่าไร ฝึกฝน

6. กำหนดความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ดังนี้ แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ ฝึกฝน

   1) 5, 12, 13

   2) 24, 32, 40

   3) 0.8, 1.5, 1.7

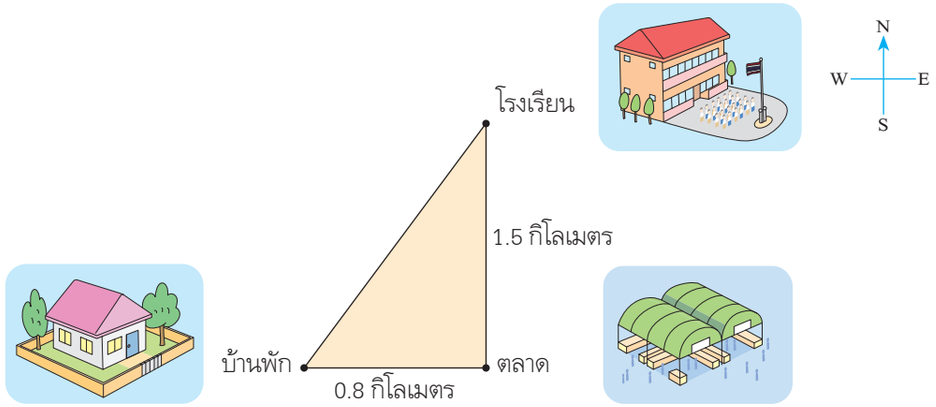
   4) 0.8, 1.0, 1.2

7. อานัสใช้ลวดผูกกับเสาธงซึ่งห่างจากจุดยอด 1 ฟุต แล้วดึงลวดมาผูกที่หลักซึ่งอยู่ห่างจากโคนเสา 15 ฟุต ถ้าเสาธงสูง 21 ฟุต อานัสต้องใช้ลวดยาวอย่างน้อยเท่าไร ฝึกฝน

8. วีระถีบจักรยานจากบ้านไปทางทิศเหนือ 1 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 0.5 กิโลเมตร จากนั้นไปทางทิศเหนืออีก 0.2 กิโลเมตร อยากทราบว่าเขาอยู่ห่างจากบ้านกี่กิโลเมตร ฝึกฝน

9. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านกว้างยาว 11 เมตร และเส้นทแยงมุมยาว 61 เซนติเมตร หาความยาวของด้านยาวและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ ฝึกฝน

10.



จากแผนที่แสดงการเดินทางของครูกานดาเป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม โดยตอนเช้าครูกานดาเดินทางจากบ้านพักไปตลาดทางทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 0.8 กิโลเมตร และเดินทางจากตลาดไปโรงเรียนทางทิศเหนือเป็นระยะทาง 1.5 กิโลเมตร ตอนเย็นครูกานดาเดินทางกลับบ้านพักโดยไม่ผ่านทางตลาด อยากทราบว่าครูกานดาเดินทางเป็นระยะทางทั้งหมดกี่กิโลเมตร ฝึกฝน

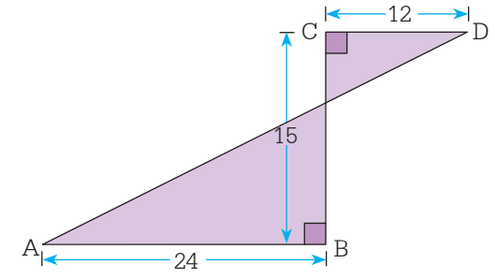
11. ลูกเสือคนหนึ่งเดินทางจากจุดตั้งต้นไปทางทิศใต้ 100 เมตร แล้วเดินไปทางทิศตะวันออก 120 เมตร จากนั้นเดินไปทางทิศเหนือ 260 เมตร จึงถึงที่หมาย เขาอยู่ห่างจากจุดตั้งต้นกี่เมตร ฝึกฝน

12. บอสเดินไปทางทิศตะวันออก 10 เมตร แล้วเดินไปทางทิศใต้อีก 8 เมตร แล้วเดินไปทางทิศตะวันออกอีก 5 เมตร หาว่าบอสอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่เมตร ฝึกฝน

13. นักเรียนคนหนึ่งสูง 1 เมตร ยืนห่างจากเสาธง 6 เมตร ถ้าเสาธงสูง 9 เมตร ศีรษะของนักเรียนคนนี้อยู่ห่างจากยอดเสาธงกี่เมตร ฝึกฝน

14. บันไดยาว 6.5 เมตร วางพิงผนังตึก ถ้าปลายบนของบันไดอยู่สูงจากพื้น 6 เมตร อยากทราบว่าเชิงบันไดห่างจากผนังตึกกี่เมตร ฝึกฝน

15.



จากรูป หาความยาวของ $\overline{AD}$ ท้าทาย

16. มะลิเดินทางจากบ้านไปโรงเรียน โดยเดินทางไปทางทิศใต้ 2 กิโลเมตร แล้วเปลี่ยนทิศทางไปทางทิศตะวันตกอีก 4 กิโลเมตร แล้วเปลี่ยนทิศทางไปทางทิศใต้อีก 4 กิโลเมตร แล้วเปลี่ยนทิศทางไปทางทิศตะวันตกอีก 4 กิโลเมตร ถึงโรงเรียนพอดี อยากทราบว่าบ้านของมะลิอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร ท้าทาย